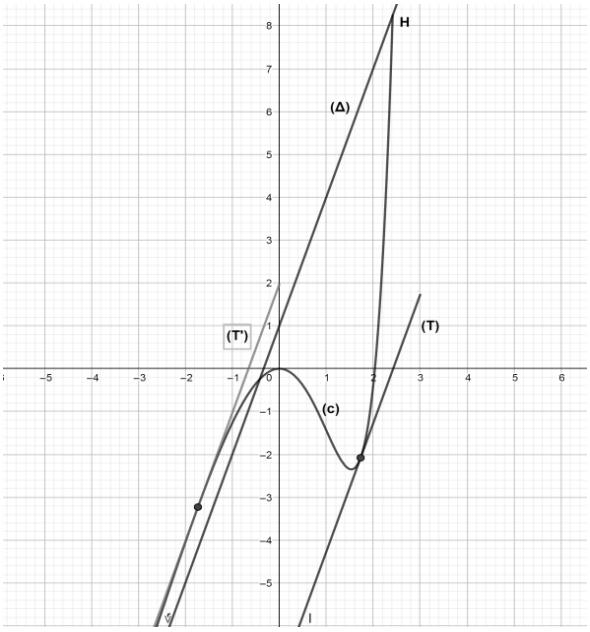
الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات/ الشعبة: رياضات / بكالوريا 2021

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ. التحقق : $u_{n+1}=-\frac{11}{4}+\frac{27}{4(-4u_n+1)}$	0.25	01.25
ب. البرهان بالتراجع : $-2<u_n<-1$	0.50	
جـ. (u_n) متناقصة تماما ، (u_n) متقاربة.	0.25+0.25	
2) ا. (v_n) هندسية أساسها 3 : $v_{n+1}=v_n\times 3$	0.50	02.00
حدّها الأول $v_0=-4$	0.25	
ب. $v_n=-4\times 3^n$	0.50	
استنتاج: $u_n=\frac{3}{2+4\times 3^n}-2$	0.50	
جـ . $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-2$	0.25	
3) أ. التَحقق: $\frac{3}{u_n+2}-2=-v_n$	0.25	0.75
ب. $S_n=(n+1)\ln 4+\frac{(n+1)n}{2}\ln 3$	0.50	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) توزيع الكريّات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 هو 4 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 2 هو 2 عدد الكريات التي تحمل الرقم 3 هو 3 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 4 هو 3	0.25x4	01
2) $p(A)=\frac{7}{12}$ ، $p(B)=\frac{3}{4}$ ، $p(C)=\frac{5}{12}$	3x0.75	02.25
3) مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $1,2,3,4$	0.25	0.75
$E(X)=\frac{29}{12}$	0.50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) حلّ المعادلة (E) $k\in\mathbb{Z}$ $(x,y)=(k+1,42k+4)$	01.00	01
2) أ .تبيان أن الأعداد a ، b و c تُحقّق: $113a=3(c-42b+151)$	0.50	02.75
استنتاج أنّ: $a=3$	0.50	
ب. $a=3$ و $113a=3(c-42b+151)$ تكافئ $42b-c=38$	0.25	
$b=1$ و $c=4$ ، $N=2021$.	3x0.50	
3) أ . بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6	0.50	01.25

n	2k	2k+1
الباقي	1	5

ب. $2021^{2n}+1441^n+4$ مضاعف للعدد 6	0.50	
جـ. $A_n\equiv 0[6]$ يعني: n فردي	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I)1) دراسة تغيّرات الدّالة g $\lim_{x\to-\infty} g(x)=3$ $\quad$ $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ $g'(x)=(x^2+2x-3)e^x$ اشارة $g'(x)$: $g'(x)>0$ على $]-\infty;-3[$ و $]1;+\infty[$ و $g'(x)<0$ على $]-3;1[$ و $g'(x)=0$ من أجل $x=-3$ أو $x=1$ g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-3]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-3;1]$ جدول التغيّرات. x: $-\infty$; -3 ; 0 ; 1 ; α ; $+\infty$ $g'(x)$: $+$; 0 ; $-$; $-$; 0 ; $+$; $+$ $g(x)$: 3 ↗ $g(-3)$ ↘ 0 ↘ $g(1)$ ↗ 0 ↗ $+\infty$	0.25+0.25 0.25 0.25 0.25 0.25	01.50
2) أ . g مستمرة و متزايدة تماما ، $g(1.53)\times g(1,54)<0$ **ب.** $g(0)=0$ إشارة $g(x)$: $g(x)>0$ على $]0;\alpha[$ و $g(x)<0$ على $]-\infty;0[$ و $]\alpha;+\infty[$ $g(x)=0$ لما $x=0$ أو $x=\alpha$	0.50 0.25 0.25	01.00
II) 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.25+0.25	0.50
2) أ . تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ **ب.** استنتاج اتجاه تغير الدالة f **جـ.** جدول تغيّرات الدّالة f x: $-\infty$; 0 ; α ; $+\infty$ $f'(x)$: $+$; 0 ; $-$; 0 ; $+$ $f(x)$: $-\infty$ ↗ 0 ↘ $f(\alpha)$ ↗ $+\infty$	0.25 0.25 0.25	0.75
3) أ . تبيان أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$ **ب.** وضعية (C) بالنّسبة إلى (Δ) : (C) أعلى (Δ) على $]-\infty;1-\sqrt{2}[$ و $]1+\sqrt{2};+\infty[$ و (C) أسفل (Δ) على $]1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}[$ (C) يقطع (Δ) عند $H(1-\sqrt{2};-3\sqrt{2}+4)$ و $H'(1+\sqrt{2};3\sqrt{2}+4)$ **جـ.** تبيان أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقّق: $2,03<\beta<2,04$ **د.** تبيان أنّ (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لِـ (Δ)	0.25 0.25 0.25 0.50	01.25

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
4) رسم (Δ) ، (T) ، (T') رسم (C) على $\left]-\infty\,;\,1+\sqrt{2}\right[$ 	0.25x3 0.25	01.00
5) أ . $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} h(x) = -\infty$ **ب.** h متزايدة تماما على كلّ من $[1\,;0[$ و $\left]e^{\alpha}\,;+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]1\,;e^{\alpha}\right[$ جدول تغيّراتها. x: 0 | 1 | e^{α} | $+\infty$ $h'(x)$: + 0 − 0 + $h(x)$: $-\infty$ ↗ $f(0)$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ $+\infty$	0.25+0.25 0.25 0.25	01.00

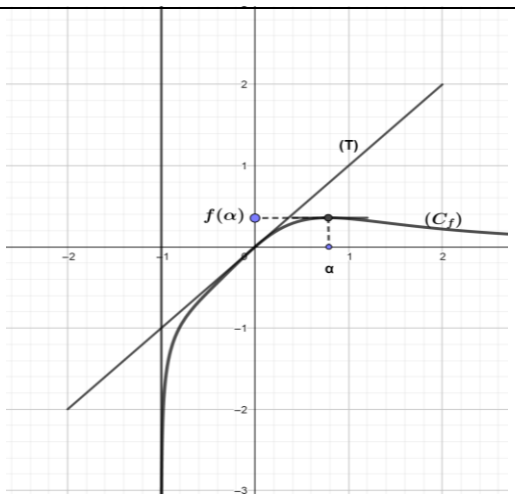
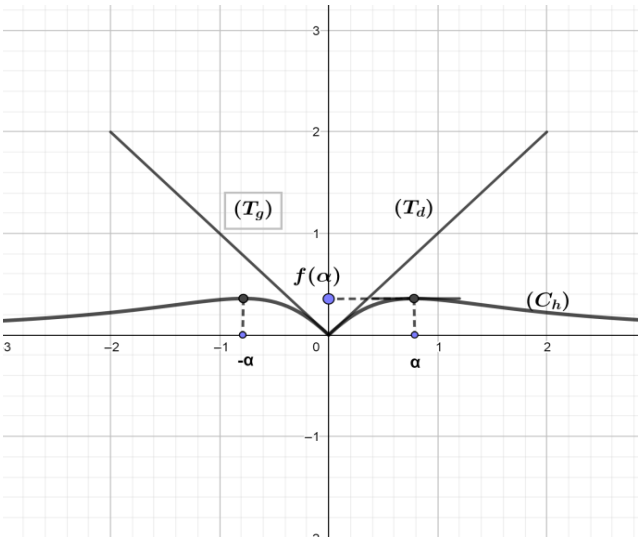
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ . البرهان بالتراجع : $0 < u_n < 2$	**0.50**	**01.25**
ب. (u_n) متزايدة تماما ، (u_n) متقاربة.	**0.25+0.50**	
2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_0 = -3$	**0.25+0.25**	**01.25**
ب. $v_n = -3(\frac{1}{2})^n$ ، $u_n = \sqrt{4-3(\frac{1}{2})^n}$	**0.25+0.25**	
جـ. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$	**0.25**	
3) أ . تبيان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = \frac{n\times 2^{n+2}+3}{2^n} - 2$	**0.50**	**01.50**
ب. تبيان أنّ : $PGCD(2^n; 3+n\times 2^{n+2}) = PGCD(2^n; 3)$	**0.25**	
جـ. استنتاج أنّ: $PGCD(2^n ; 3+n\times 2^{n+2}) = 1$	**0.25**	
د. إيجِادْ قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $S_n = \frac{83}{8}$		
$S_n = \frac{83}{8}$ يعني $99\times 2^n = 8(3+n\times 2^{n+2})$	**0.25**	
نجد: $n = 3$	**0.25**	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) عدد اللّجان التي يمكن تشكيلها هو 42	**0.50**	**0.50**
2) أ . $P(A) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$ و $P(B) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$	**0.50+0.50**	**02**
ب. $P(C) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$ و $P(E) = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$	**0.50+0.50**	
3) قانون احتمال	**0.25**	**01.50**
مجموعة قيم X هي: $\{0;1;2\}$		

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$

أمله الرّياضياتي: $E(X) = \frac{6}{7}$	**0.75**	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) أ . حلّ المعادلة (E): $(x\,;y)=(6k+1,7k+1)\ k\in\mathbb{Z}$	0.75	01.25
ب. التحقق أنّ xy عدد طبيعي غير معدوم يكفي أن نثبت $(6k+1)(7k+1)>0$	0.50	
2) أ . بواقي قسمة 4^n على 7 (جدول: n | 3k | 3k+1 | 3k+2؛ بواقي قسمة 4^n على 7 | 1 | 4 | 2)	0.75	01.25
ب. $4\times 2019^{2021}+2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7	0.50	
3) البرهان بالتراجع $4^n\equiv 4[6]$	0.50	0.50
4) أ. تبيان أنّ: $A=4^{ab}-4$	0.50	02
$A=0\times 4^0+3\times 4^1+\cdots+3\times 4^{ab-1}=3\times(4^1+\cdots+4^{ab-1})$	0.50	
ب. التَحقُّق أنّ: $A\equiv 0[6]$ ($4^n\equiv 4[6]$ و $ab\in\mathbb{N}^*$)		
تعيين الثّنائيات $(a\,;b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42		
$A\equiv 0[42]$ يعني $A\equiv 0[7]$ و منه $4^{k+1}\equiv 4[7]$ أي $k=3h\ h\in\mathbb{N}$	01	
و منه : $(a\,;b)=(18p+1;21p+1)\ p\in\mathbb{N}$		
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I 1) (C) أعلى (Γ) على $]-1;\alpha[$ و (C) أسفل (Γ) على $]\alpha;+\infty[$	0.75	0.75
(C) يتقاطعان (Γ) في $H(\alpha\,;\alpha^2+1)$		
2) إشارة $g(x)$	0.75	0.75
$g(x)>0$ على $]-1;\alpha[$ و $g(x)<0$ على $]\alpha;+\infty[$		
$g(x)=0$ لما $x=\alpha$		
II 1) أ . $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	0.25+0.25	0.75
ب. $x=-1$ و $y=0$ معادلتا مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)	0.25	
2) أ . تبيان أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$	0.50	01.50
ب. f متزايدة تماما على $]-1\,;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha\,;+\infty[$	0.50	
جدول تغيّراتها الدالة f .	0.50	

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$ ‖	↗	$f(\alpha)$	↘	0

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
جـ. $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ $0.35 < f(\alpha) < 0.36$ **د.** معادلة لِـ (T) : $y=x$	**0.25** **0.25** **0.25**	**0.75**
5) رسم (T) رسم (C_f) 	**0.25** **0.50**	**0.75**
أ . الدّالة h زوجية. **ب.** $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{h(x)}{x}=1$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \dfrac{h(x)}{x}=-1$ ، h غير قابلة للاشتقاق من أجل الصفر التفسير: وجود نصفي مماسين في المبدأ **جـ.** (C_h) ينطبق على (C_f) على $]0\,;+\infty[$ ثمّ نتم الرسم بالتناظر بالنسبة الى حامل محور التراتيب . رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) 	**0.25** **0.25+0.25** **0.25** **0.25** **0.50**	**01.75**