

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات
على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول:

التمرين الأول:

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = -2$. ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n + 3$.
(I) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n + \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي غير معدوم .
(1) عيّن قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 .

(II) نعتبر في كل مما يلي : $\alpha = 3$.

(1) أكتب u_n و v_n بدلالة n .

(2) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \ln(v_n)$.

(ا) بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها .

(3) ب) استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n = (2)^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}, 2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o, i, j)

1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف D

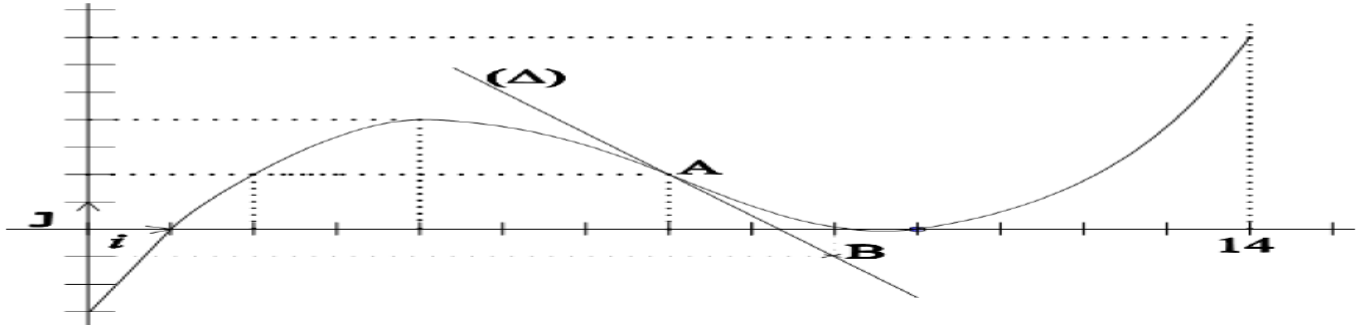
2- أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى (Cf).

3- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أكتب معادلة مماس المنحنى (Cf) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5- عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (Cf) و حامل محور الفواصل. أرسم (Cf) في المعلم السابق.

فردالة معرفة على المجال $[0,14]$. (C_f) هو المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد و متجانس (o,i,j) في الشكل أدناه



A- بقراءة بيانية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة f
2. عين إشارة $f(x)$. أحسب $f(4)$ ، $f'(4)$ و $f(10)$
3. حل بيانيا المعادلة: $f(x) = 2$ و المتراجحة $f(x) < 2$
4. عين $f(7)$ و $f'(7)$ ثم أكتب معادلة المستقيم (Δ) ، كيف تسمى النقطة A ؟

B- نعتبر الدالة g كما يلي: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ حيث f هي الدالة السابقة.

1. عين مجموعة تعريف الدالة g
2. شكل جدول تغيرات الدالة g

التمرين الرابع:

(I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1 cm).

(1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d) .

(2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0,1 < \alpha < 0,2$.

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.

ج) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d) .

(4) ارسم (d) ، (T) و (C_f) .

الصفحة 2 من 4

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

في أول يناير من سنة 2005 بلغ عدد سكان مدينة 100000 نسمة كل سنة يتزايد عدد السكان 5%
 اخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى هناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة
 من أجل كل عدد طبيعي n نسمي U_n عدد عمال المؤسسة في 1 يناير سنة $(2005+n)$
 (1) احسب $U_0; U_1; U_2$ هل المتتالية (U_n) حسابية؟ هندسية؟ برر إجابتك

(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 1,05U_n + 4000$

(2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = U_n + 80000$

(3) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول

(ب) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = 180000 \times (1.05)^n - 80000$

(ج) قدر عدد السكان سنة 2018

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$

(1) احسب u_1, u_2, u_3 وضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً، هل المتتالية (u_n) مقاربة؟

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 1$.

• بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

• عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

(4) أحسب بدلالة n كل من : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

الصفحة 3 من 4

التمرين الثالث:

مؤسسة صناعية تنتج يوميا q وحدة من منتج بكلفة إجمالية معطاة بالعلاقة

$$C(q) = 3q^2 + 50q + 2700 \text{ (مقدرة بـ DA)}$$

1- أحسب بدلالة q الكلفة المتوسطة $C_M(q)$ لصنع q وحدة. $(C_M = \frac{C(q)}{q})$

2- أ) أحسب $C'_M(q)$ الدالة المشتقة لدالة $C_M(q)$ ثم تحقق أن

$$C'_M(q) = \frac{3(q-30)(q+30)}{q^2}$$

ب) كيف تتغير الكلفة المتوسطة بدلالة q ؟

شكل جدول تغيرات الدالة C_M على $]0, +\infty[$

ج) استنتج عدد الوحدات المنتجة يوميا بأقل كلفة متوسطة ، حدد هذه الكلفة المتوسطة.

التمرين الرابع:

I () ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II () نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ - عين $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ،فسر النتيجة هندسيا ثم عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

ج - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

د - انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f)

و - احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمتان $x = 1$ ، $x = e$

$$y = x - 1$$