

## الموضوع 2 ثا - 12

### التمرين الأول : (U04-Ex27)

جسم صلب (S) كتلته  $m = 50 \text{ g}$  معلق بخيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط طوله  $L = 40 \text{ cm}$  ، نزح الجسم (S) عن وضع توازنه بزاوية  $\alpha = 60^\circ$  حتى الموضع A ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية .

1- أكتب عبارة عمل قوة الثقل عند الانتقال من الموضع A إلى الموضع B ثم أحسب قيمته .

2- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجملة (جسم S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال .

3- أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع B .

4- عند مرور الجسم بالموضع B ينقطع الخيط فيواصل الجسم (S) حركته على المسار  $BC = 10 \text{ m}$  في وجود قوة احتكاك  $f$  ثابتة الشدة وحاملها منطبق على المسار ، حيث تنعدم سرعة المتحرك عند الموضع C .

- أحسب عمل قوة الاحتكاك بين الموضعين B و C باختيار الجملة (جسم + أرض) و باعتبار المستوي الأفقي المار من الموضع B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

5- ينزل الجسم دون احتكاك على مستوي مائل عن الأفق بزاوية  $\beta = 30^\circ$  ليصطدم بنابض ثابت مرونته  $K = 100 \text{ N/m}$  يبعد عن الموضع C بمسافة  $CD = 1 \text{ m}$  .

أ- مثل القوى المطبقة على الجسم بين C و D .

ب- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين الموضعين C و D ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة .

ج- أحسب الطاقة الحركية للجسم (S) لحظة اصطدامه بالنابض في الموضع D ثم استنتج سرعته حينئذ .

د-أي جملة اخترناها حتى تمكنا من الحصول على معادلة انحفاظ الطاقة التالية ، علل جوابك بتقديم الحويلة الطاقوية بين الموضعين المحددين للدراسة .

$$E_{\text{CD}} + E_{\text{PeD}} + E_{\text{PpD}} = E_{\text{CM}} + E_{\text{PeM}} + E_{\text{ppM}}$$

هـ- باستغلال معادلة انحفاظ الطاقة المذكورة في السؤال د استخرج المعادلة التالية :

$$\frac{1}{2} M x_0^2 - (mg \sin \alpha) x - \frac{1}{2} m v_D^2 = 0$$

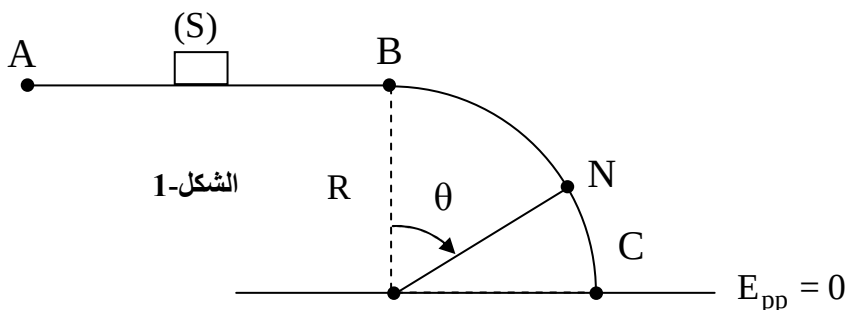
و- أوجد مقدار الانضغاط الأعظمي للنابض ثم استنتج قيمة  $E_{PeM}$ .

يعطى :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

التمرين الثاني : (U04-Ex20)

دراسة حركة جسم (S) كتلته  $m = 100 \text{ g}$  على السطح الدائري الشاقولي الأملس BC نصف قطره

$R = 100 \text{ cm}$  (الشكل-1) ، نفذ الجسم (S) من الموضع A ليتحرك على السطح الأفقي  $AB = d = 1 \text{ m}$



حيث تكون شدة قوة الاحتكاك على هذا

الجزء ثابتة الشدة  $f = 0,8 \text{ N}$  و جهتها

معاكسة لجهة الحركة ، يمر الجسم (S)

بالموضع B بداية السطح الدائري ليغادره

عند النقطة N .

1- مثل القوى المؤثرة على الجسم بين الموضعين A و B .

2- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة جسم (S) بين الموضعين A و B .

3- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة جسم (S) بين أن :

$$v_A^2 = v_B^2 + \frac{2df}{m}$$

4- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) + (أرض) بين الموضعين B و N .

5- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة للجملة (جسم S + أرض) بين أن :  $v_N^2 = v_B^2 + 2gR(1 - \cos\theta)$

6- الشكل-2 يمثل منحنى تغيرات  $\cos\theta$  بدلالة  $v_B^2$

حيث  $\theta$  هي الزاوية التي من أجلها يغادر الجسم

السطح الدائري في النقطة N بسرعة  $v_N$  بحيث

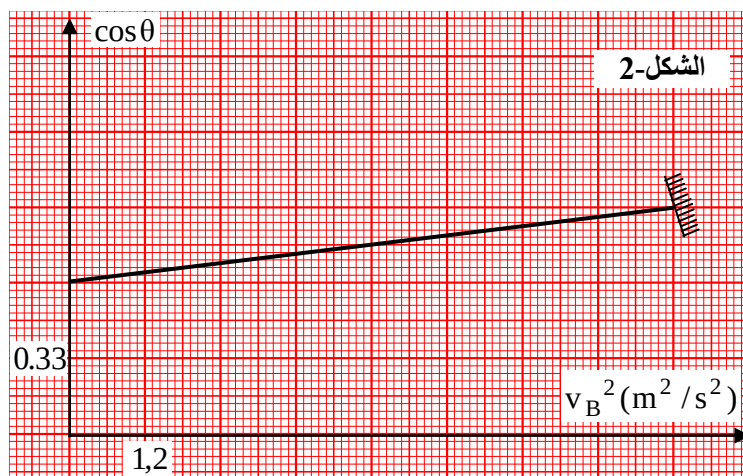
$$\cdot v_N^2 = gR \cos\theta \quad : \text{يكون}$$

أ- أثبت أن :  $\cos \theta = \frac{2}{3} + \frac{1}{3gR} v_B^2$

ب- أكتب المعادلة الرياضية للمنحنى .

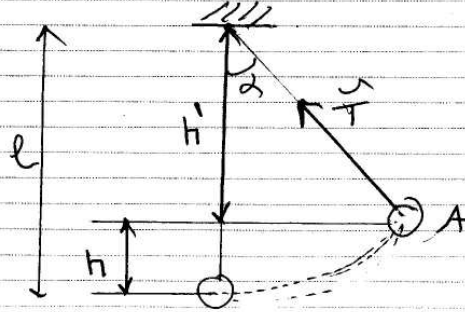
ج- جد قيمة شدة الجاذبية الأرضية  $g$  في مكان

## التجربة .



## حل التمرين الأول

1- جارة قوة الثقل أثناء الانتقال من A إلى B :



$$W_{A-B}(\vec{P}) = mgh$$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = l - h' \\ \cos \alpha = \frac{h'}{l} \rightarrow h' = l \cos \alpha \end{cases}$$

ومن ثم :

$$h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$$

يصبح لدينا :

$$W_{A-B}(\vec{P}) = mgl(1 - \cos \alpha)$$

- قيمته :

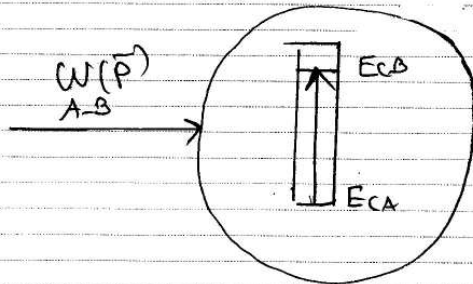
$$W_{A-B}(\vec{P}) = 0,05 \times 10 \times 0,4(1 - \cos 60^\circ) = 0,1 \text{ J}$$

2- مخطط الطاقة الحركية بين A و B :

الجملة المدروسة : جسم (S)

مربع الدراسة : سطحي أرض نعتبره عالي

- القوى الخارجية المؤثرة :  $\vec{T}$  ،  $\vec{P}$



معادلة انحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B وبإعتداد على مخطط الطاقة الحركية :

$$E_A + E_{\text{ميك}} - E_{\text{مدم}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A-B}(\vec{p}) = E_{CB}$$

$$W_{A-B}(\vec{p}) = E_{CB}$$

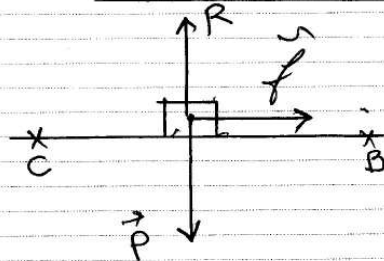
3- سرعة الجسم عند B :  
وحدة حسابها :

$$W_{A-B}(\vec{p}) = E_{CB}$$

$$W_{A-B}(\vec{p}) = \frac{1}{2} m v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 W_{A-B}(\vec{p})}{m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,1}{0,05}} = 2 \text{ m/s}$$

4-P- على قوس الاوتار بين B و C :



- المحنة المدروسة : (جسم S)

- صريع الدراسة : سطح ارضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية :  $\vec{R}$  ،  $\vec{P}$

- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C :

$$E_B + E_{\text{مكتبته}} = E_{\text{مكتبته}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{A-B}(\vec{p})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - |W_{A-B}(\vec{p})| = 0$$

$$|W_{B-C}(\vec{p})| = \frac{1}{2} m v_B^2$$

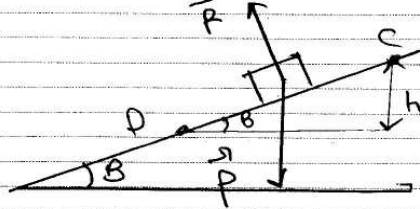
$$|W_{B-C}(\vec{p})| = \frac{1}{2} \times 0,05 (2)^2 = 0,1 \text{ J}$$

$$E_{CB} + E_{ppB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC} + E_{ppC} \rightarrow E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC} + \underbrace{E_{ppC} - E_{ppB}}_0$$

وكون أن  $W_{B-C}(\vec{p}) < 0$  تكون :

$$W_{B-C}(\vec{p}) = -0,1 \text{ J}$$

5- P- القوى المؤثرة على (S) بين C و D :

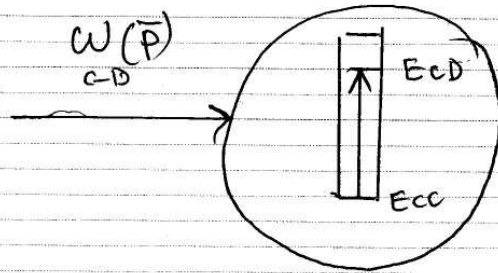


٥- مخطط الحصة الطاقة :

الجملة : جسم (S)

- مربع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره ثابتاً

- القوى الخارجية المؤثرة :  $\vec{P}$  ,  $\vec{R}$



- معادلة انحفاظ الطاقة :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D ، ولا نحار على مخطط الحصة الطاقة :

$$E_c + \begin{matrix} \text{مكتسبة} \\ E_{cc} \end{matrix} - \begin{matrix} \text{مفقودة} \\ E_{cd} \end{matrix} = E_D$$

$$E_{cc} + W_{C-D}(\vec{P}) = E_{cd}$$

$$\boxed{W_{C-D}(\vec{P}) = E_{cd}}$$

→ الطاقة الحركية عند D :

وجدنا سابقاً :

ومنه 2

$$W_{C-D}(\vec{P}) = E_{cd}$$

$$E_{cd} = W_{C-D}(\vec{P})$$

$$E_{cd} = mgh$$

$$\sin B = \frac{h}{CD} \rightarrow h = CD \cdot \sin B$$

$$E_{cc} = mg \cdot CD \cdot \sin B$$

من الشكل :

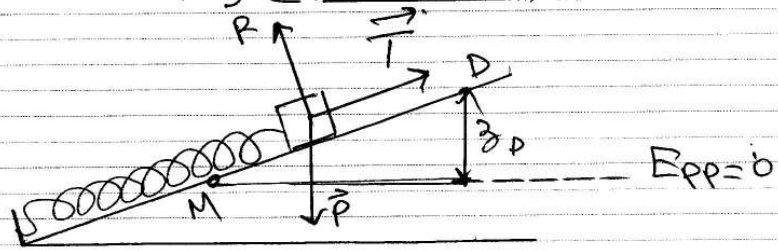
$$E_{cd} = 0,05 \times 10 \times 1 - \sin 30^\circ = 0,25 \text{ J}$$

- حساب  $v_D$  :

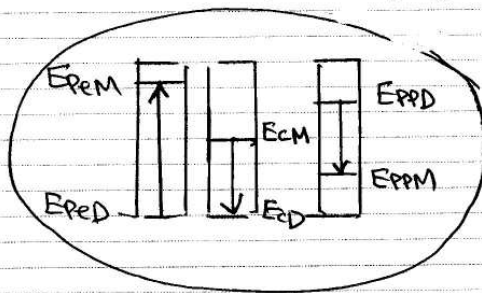
$$E_{cd} = \frac{1}{2} m v_D^2 \rightarrow v_D = \sqrt{\frac{2 E_{cc}}{m}}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \times 0,25}{0,05}} = 3,16 \text{ m/s}$$

د- الجملة المختارة :  
يوجد ضمن معادلة انحفاظ الطاقة أشكال الطاقة التالية:  
حركية ، كامنة مرونية ، كامنة ثقالية أدن الجملة  
المختارة هي: (مسم دس) + أرض + نابض  
4- مفطط الحصلة الطقوية:



- الجملة المدروسة: (مسم دس) + أرض + نابض  
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي تعتبره غاليلي  
- القوى الخارجية المؤثرة: R



ه- استخراج المعادلة:

$$E_{cd} + E_{ppd} + E_{ppM} = E_{cm} + E_{ppM} + E_{ppM}$$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 + mg z_D = \frac{1}{2} K x_0^2$$

من الشكل:

$$\sin \theta = \frac{z_D}{x_0} \rightarrow z_D = x_0 \sin \theta$$

يصبح:

$$\frac{1}{2} m v_D^2 + mg \cdot \sin \theta x_0 = \frac{1}{2} K x_0^2$$

$$\frac{1}{2} K x_0^2 - (mg \cdot \sin \theta) x_0 - \frac{1}{2} m v_D^2 = 0$$

و- قيمة  $x_0$ :

$$\frac{1}{2} K x_0^2 - (mg \sin \theta) x_0 - \frac{1}{2} m v_D^2 = 0$$

ومنه بالتقويض:

$$\left( \frac{1}{2} \cdot 100 \right) x_0^2 - (0,05 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ) x_0 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 (3,16)^2 = 0$$

$$50 x_0^2 - 0,25 x_0 - 0,25 = 0$$

$$\Delta = (-0,25)^2 - 4(50)(-0,25) \rightarrow \sqrt{\Delta}$$

$$\sqrt{\Delta} = 50,06 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 7,08$$

$$x_{01} = \frac{0,25 + 7,08}{2 \times 50} = -6,83 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad (\text{مقبول})$$

$$x_{02} = \frac{0,25 - 7,08}{2 \times 50} = \quad (\text{مرفوض})$$

$$x_0 = 7,33 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 7,33 \text{ cm} \quad \text{اذن}$$

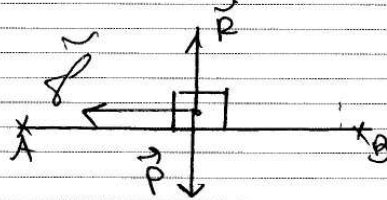
قيمة  $E_{\text{pem}}$

$$E_{\text{pem}} = \frac{1}{2} K x_0^2$$

$$E_{\text{pem}} = \frac{1}{2} \cdot 100 (7,33 \cdot 10^{-2})^2 = 0,27 \text{ J}$$

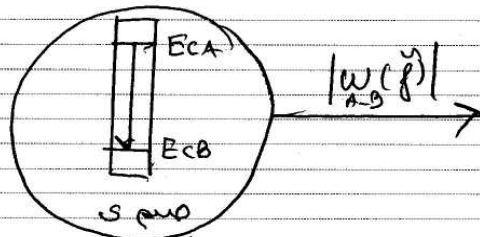
## حل التمرين الثاني

1- تمثيل القوى بين A و B



2- مخطط المصيلة الكافوية

- الجملة المدروسة: جسم (S)
- مرجع الدراسة: سطح أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة:  $\vec{P}$ ,  $\vec{R}$ ,  $\vec{g}$



3- إثبات  $v_A^2 = v_B^2 + \frac{2d}{m}$  بتطبيق مبدأ الحفظ الطاقة بين A و B والافتقار على نقطة انصاف القوة.

$$E_A + E_{\text{ميك}} - E_{\text{ميك}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W(\vec{f})_{A \rightarrow B}| = E_{CB}$$

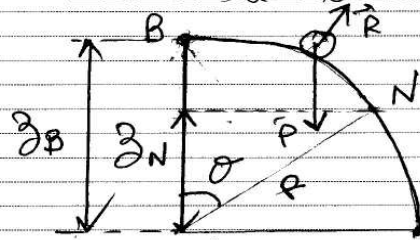
$$\frac{1}{2}mv_A^2 - |f d| = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - f d = \frac{1}{2}mv_B^2$$

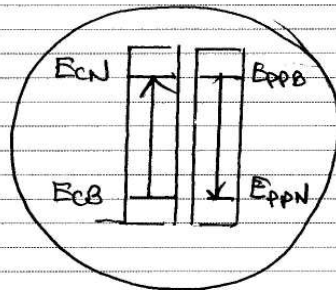
$$mv_A^2 - 2fd = mv_B^2$$

$$mv_A^2 = mv_B^2 + 2fd \rightarrow \boxed{v_A^2 = v_B^2 + \frac{2fd}{m}}$$

4- حفظ الميكانيكا بين B و N:



- العمل المبروس  $(\vec{P} \cdot d\vec{r})$   
- القوى الخارجية  $\vec{R}$  ( $W(\vec{R})=0$ )



5- إثبات  $v_N^2 = v_B^2 + 2gR(1 - \cos \theta)$  بتطبيق مبدأ الحفظ الطاقة على الجملة (م + س + ا + ح).

$$E_B + E_{\text{ميك}} - E_{\text{ميك}} = E_N$$

بالافتقار على صفت الميكانيكا.

$$E_{CB} + E_{PPB} = E_{CN} + E_{PPN}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B = \frac{1}{2}mv_N^2 + mgz_N$$

$$v_B^2 + 2gz_B = v_N^2 + 2gz_N$$

من الشكل:

$$\bullet z_B = R$$

$$\bullet \cos \theta = \frac{z_N}{R} \rightarrow z_N = R \cos \theta$$

نصيح 2

$$v_B^2 + 2gR = v_N^2 + 2gR \cos \theta$$

$$v_B^2 + 2gR - 2gR \cos \theta = v_N^2$$

$$\boxed{v_N^2 = v_B^2 + 2gR(1 - \cos \theta)}$$

$$\cos \theta = \frac{2}{3} + \frac{1}{3gR} v_B^2 \quad \text{علاقة بين } v_B^2 \text{ و } \cos \theta$$

$$v_N^2 = v_B^2 + 2gR(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

$$v_N^2 = gR \cos \theta \quad (2)$$

من (1) و (2):

$$gR \cos \theta = v_B^2 + 2gR(1 - \cos \theta)$$

$$gR \cos \theta = v_B^2 + 2gR - 2gR \cos \theta$$

$$gR \cos \theta + 2gR \cos \theta = v_B^2 + 2gR$$

$$3gR \cos \theta = v_B^2 + 2gR$$

$$3gR \cos \theta = 2gR + v_B^2$$

$$\cos \theta = \frac{2gR}{3gR} + \frac{v_B^2}{3gR} \rightarrow \boxed{\cos \theta = \frac{2}{3} + \frac{v_B^2}{3gR}}$$

ن - العلاقة الرياضية:

المعنى:  $\cos \theta = f(v_B)$  هو نموذج رياضي  
الشكل:

$$\cos \theta = a v_B^2 + b$$

$$a = \frac{0.33}{8 \times 1.2} = 3.44 \cdot 10^{-2}$$

$$b = 0.66 \approx \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{\cos \theta = 3.44 \cdot 10^{-2} v_B^2 + \frac{2}{3}}$$

ن - قيمة a و b:

$$\cos \theta = a v_B^2 + b$$

$$a = 3.44 \cdot 10^{-2}, b = \frac{2}{3}$$

نظريا و عمليا:

$$\cos \theta = \frac{1}{3gR} v_B^2 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3gR} = a \rightarrow g = \frac{1}{3Ra} = \frac{1}{3 \cdot 1.2 \cdot 3.44 \cdot 10^{-2}} = 9.7 \text{ m/s}^2$$

تمنّياتي لكم التوفيق و النجاح