

## سلسلة استعداد للبكالوريا رقم (01)

السنة الدراسية : 2008/2007

المستوى : ثالثة ثانوي

الشعبة : علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

إعداد الأستاذ  
حليات عمار

### المحتوى: المتاليات العددية والاستدلال بالترابع

**التمرين (01) :** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :

$$u_1 = 1 \quad , \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n^2 - 2u_n + 4)$$

1/ احسب  $u_2$  و  $u_3$  . ببين أن المتالية  $(u_n)$  متزايدة .

2/ ببين أن  $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - 1)^2 + \frac{3}{2}$  ثم برهن أن  $(u_n)$  محدودة من الأعلى بالعدد 2

3/ استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة واحسب نهايتها

**التمرين (02) :** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$$

1/ برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معروف ،  $0 \leq u_n \leq 2$  .

2/ ببين أن المتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة و ماذا تستنتج ؟

$$2 - u_{n+1} < \frac{2 - u_n}{2} \quad \text{أ- ببين أن :}$$

$$\lim u_n = 0 \quad \text{ثم استنتاج} \quad 2 - u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad \text{ب- ببين أن :}$$

**التمرين (03) :** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \end{cases} \quad u_n > 2 \quad \text{1/ ببين انه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ ،}$$

2/ ادرس رتبة المتالية  $(u_n)_{n \in N}$  واستنتج أن  $(u_n)_{n \in N}$  متقاربة واحسب

$$v_n = \frac{1}{u_n - 2} \quad \text{لتكن } (v_n) \text{ المتالية المعرفة على } N \text{ كما يلي :}$$

أ- ببين أن المتالية  $(v_n)$  حسابية حدد أساسها وحدتها الأولى

ب- احسب نهاية المتالية  $(u_n)$  بطريقة أخرى .

**التمرين (04)** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{\pi}{3} \\ u_{n+1} = \frac{\pi}{4} - \frac{u_n}{2} \end{cases}$$

$$v_n = u_n - \frac{\pi}{6} \quad /1$$

أ) بيّن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول

ب) عبر عن  $(v_n)$  ثم عن  $(u_n)$  بدلالة  $n$

ج) احسب نهاية  $(u_n)$

$$S_1 = \sum_{k=1}^{k=n} v_k \quad , \quad S_2 = \sum_{r=1}^{r=n} u_r \quad /3$$

احسب المجموعين  $S_1$  و  $S_2$  حيث :

**التمرين (05)** لنكن المتتالية  $(U_n)$  و  $(V_n)$  المتتاليات المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{V_n + U_n}{2} \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} V_0 = 4 \\ V_{n+1} = \frac{V_n + U_{n+1}}{2} \end{cases}$$

ج) احسب :  $V_1$  و  $V_2$  و  $U_1$  و  $U_2$  /1

د) لنكن المتتالية  $(W_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :

أ) برهن أن  $(W_n)$  متتالية هندسية . ب) عبر عن  $W_n$  بدلالة  $n$

هـ) ادرس اتجاه كل من  $(U_n)$  و  $(V_n)$  ثم برهن أنهما متجاورتان

هـ) لنفرض المتتالية  $(T_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :

أ) برهن أن المتتالية  $(T_n)$  ثابتة . ب) استنتج  $U_n$  و  $V_n$  بدلالة  $n$

ج) احسب نهاية كل منها بطريقتين

**التمرين (06)** : نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in N^*}$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)} u_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)} \end{cases}$$

أ) برهن أن  $(u_n)$  محدودة من الأعلى بالعدد 3

ب) ادرس رتبة المتتالية  $(u_n)$  . استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة احسب نهايتها

جـ) احسب من أجل كل عدد طبيعي غير معروف  $n$  ،

أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية

ب) عبر عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  .

جـ) جد نهاية المتتالية  $u_n$  من جديد

د) احسب المجموعين :  $S_2 = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2$  و  $S_1 = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  /4

## التمرين (07)

نعرف متتالية  $(u_n)$  على المجموعة  $N$  بـ :  $u_0 = 2$  ،  $n \in N$  ومن أجل كل عدد  $n$  ،  $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

1. برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n + tn - 1$  على  $N$

2.  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $N$  بـ :

أـ - بين أنه إذا كان  $t \neq 2$  ، فإن المتتالية  $(v_n)$  تكون متبااعدة.

بـ - أثبت أنه يوجد عدد طبيعي  $t$  ؛ تكون من أجله المتتالية

$(v_n)$  هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

جـ - أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :

3. في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $G$  حيث :

$$2\vec{GA} + 3\vec{GB} + \lambda\vec{GC} = \vec{0}$$

عـ - حتى تكون النقطة  $G$  مرجحاً للنقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  المرفقة بالمعاملات  $S_1$  ،  $S_2$  و  $S_0$  على الترتيب

**التمرين (08)** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = \frac{8u_n - 6}{u_n + 1} \end{cases}$$

1/ لتكن الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  حيث :

أـ ادرس تغيرات الدالة  $f$  وارسم المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعمد ومتجانس

بـ ثم استعمل المنحني  $(C_f)$  لرسم النقاط  $A_1$  ،  $A_2$  ،  $A_3$  التي فوائلها  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  على الترتيب

جـ ) برهن أن  $(u_n)_{n \in N}$  متاقضة تماماً وأنها محدودة من الأسفل بالعدد 6

جـ ) ماذا تستنتج بالنسبة للممتدا  $(u_n)_{n \in N}$ .

2/ أـ أثبت المتراجحة التالية :

$$|u_{n+1} - 6| < \frac{2}{7}|u_n - 6|$$

بـ ) استنتاج من جديد أن المتتالية  $(u_n)_{n \in N}$  متقاربة.

3/ لتكن المتـ

ـالية  $(v_n)$  حيث :

أـ ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية . بـ ) احسب  $u_n$  بدلالة  $n$

جـ ) استنتاج أن  $(u_n)$  متقاربة

**التمرين (09)** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_n = \frac{u_n^3}{3u_n^2 + 1}$  لكل  $n$  من  $N$

1/ أـ - بين أن  $0 < u_n$  لكل  $n$  من  $N$  . بـ - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متاقضة و ماذا تستنتج؟

2/ أـ - بين أن  $u_{n+1} < \frac{1}{3}u_n$  لكل  $n$  من  $N$

بـ - استنتاج أن :

$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  لكل  $n$  من  $N$  ثم احسب

**التمرين (10):** لتكن المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كما يلي:  $u_0 \in [0,1]$  و  $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 \leq u_n \leq 1$

2) أثبت أن المتالية  $(u_n)$  متزايدة - تستنتج أنها تقبل نهاية يطلب حسابها

$$\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad / \quad u_0 = \cos(\theta) \quad (3) \text{ نضع :}$$

$$(u_n) \cdot \quad . \quad u_n = \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right) \quad \text{أ) برهن بالترابع أن :} \quad \text{ب) أحسب نهاية } (u_n)$$

**التمرين (11):**  $(u_n)_{n \in N}$  المتالية العددية المعرفة كما يلي:  $u_0 = 1$  و  $4u_{n+1} = u_n - 4$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $3u_n + 4 \geq 0$

2) برهن أن المتالية  $(u_n)$  متناقصة تماماً وماذا تستنتج؟

3)  $(v_n)$  متالية عددية معرفة بـ:  $v_n = 3u_n + \alpha$

أ- عين العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتالية  $(v_n)$  هندسية - عين أساسها وحدتها الأول

ب- أحسب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنها متقاربة

$$\prod_{k=0}^{n-1} v_k \quad \text{و الجداء :} \quad S = \sum_{k=0}^{n-1} v_k^3 \quad (4) \text{ احسب المجموع :}$$

**التمرين (12):**  $(u_n)_{n \in N}$  متالية عددية معرفة كما يلي:  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{-7u_n - 8}{2u_n + 1}$

1) أحسب: 2) أثبت أن:  $u_n \neq -2$  لكل عدد طبيعي  $n$

3) لتكن المتالية العددية  $(t_n)$  المعرفة كما يلي:

أ) أحسب الحدود:  $t_0, t_1, t_2$

ب) أثبت أن  $(t_n)$  متالية حسابية يطلب تعين الأساس.

ج-) أحسب  $t_n$  بدلالة  $n$  ثم استخرج  $u_n$  بدلالة  $n$  و احسب

4) عين الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون  $u_n$  عدد صحيح.

**التمرين (13):**  $(u)_{n \in N^*}$  متالية هندسية متناقصة حيث :

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 84 \quad u_1 \times u_2 \times u_3 = 64$$

1) احسب الحدود:  $u_2$  ثم  $u_1, u_3$  والأساس  $r$  للمتالية.

2) عَّرِّ عن  $u_n$  بدلالة  $n$  و ادرس تقارب المتالية  $(u)_{n \in N^*}$

3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S$  حيث:  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  و

$$S' = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} \quad 4) \text{ احسب بدلالة } n \text{ المجموع } S' \text{ حيث :}$$

**التمرين (14):** ممتالية هندسية حدودها موجبة بحيث  $u_1 = 1$  و  $u_3 + u_5 = 20$

1 - أوجد أساس هذه الممتالية وحدد اتجاه تغيرها

2 - احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $u_1 + u_2 + \dots + u_n$

لتكن الممتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي :

$S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  3 - احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث

**التمرين (15):** نعتبر الممتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  المعرفة بـ

$$\text{لكل عدد طبيعي } n \quad u_{n+1} = 1 + \frac{1}{1+u_n} \quad u_0 = 1$$

1/ احسب  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  .

2/ بيّن أنه لكل عدد طبيعي  $n$  ،  $1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$

3/ اثبّت انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معروف ، غير معروف

4/ نعتبر الممتاليتين العدديتين  $(x_n)$  و  $(y_n)$  المعرفتين كما يلي :  $x_n = u_{2n}$  و  $y_n = u_{2n+1}$  لكل  $n \in N$

$$y_n = 1 + \frac{1}{1+x_n}$$

ب- بيّن انه  $x_n \leq y_n$  لكل  $n \in N$

ج- ادرس اتجاه كل من  $(x_n)$  و  $(y_n)$  ثم برهن أنهما متباينان يطلب تحديد نهايتهما

$$5/ \text{ بين انه : } \left| u_{n+1} - \sqrt{2} \right| \leq \frac{1}{4} \left| u_n - \sqrt{2} \right| \text{ لكل } n \in N \text{ واستنتج نهاية } (u_n)$$

**التمرين (16):** الممتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  معرفة بحدها الأول  $u_0$  وبعلاقة التراجع الآتية :

$$u_{n+1} = \frac{7u_n + 2}{u_n + 8}$$

1) عيّن قيم  $u_0$  التي من أجلها تكون الممتالية  $(u_n)$  ثابتة.

2) نفرض  $u_0 = 0$  :

أ) احسب  $u_1, u_2$  ثم أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n \leq 1$

ب) ادرس اتجاه تغير الممتالية  $(u_n)$

ج-) ادرس تقارب الممتالية  $(u_n)$  واحسب نهايتها

$$3) \text{ لتكن الممتالية العددية } (v_n) \text{ المعرفة كما يلي : } v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 1}$$

أ) أثبت أن الممتالية  $(v_n)$  هندسية ، يطلب حساب حدتها الأول و أساسها.

ب) عبّر عن  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهاية  $(u_n)$

ج-) احسب كلا من  $S_n$  و  $P_n$  إذا علمت أن :

$$P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n \quad \text{و} \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

**التمرين (17)** المتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  معرفة بـ  $u_0 = \frac{1}{2}$  وبعلاقة التراجع الآتية :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$$

1/ احسب  $u_2$  ،  $u_1$

2/ نضع :  $v_n = u_n + \alpha \cdot n$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي

- أوجد العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتالية  $(v_n)$  هندسية .

$$3/ \text{لتكن المتالية العددية } (t) \text{ المعرفة بـ : } t_n = u_n - \frac{2}{3}n$$

أ- أثبت أن المتالية  $(t)$  هندسية ، يطلب حساب حدها الأول و أساسها

ب- احسب  $t_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$

$$4/ \text{احسب المجموع } S_n \text{ حيث : } S_n = \sum_{k=0}^{k=1} u_k$$

**التمرين (18)**  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كما يلي :

1/ ادرس تغيرات الدالة  $f$  وارسم المنحني  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعمد ومتجانس

$$u_{n+1} = \frac{2u_n - 16}{u_n - 6} / 2 \quad u_0 = 2$$

- اثبت أن المتالية  $(u_n)$  متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى بالعدد 4 وماذا تستنتج ؟

$$3/ \text{نعتبر المتالية } (v_n) \text{ المعرفة كما يلي : } v_n = \frac{1}{u_n - 4}$$

أ) اثبت أن  $(v_n)$  متالية حسابية . ب) اكتب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  . ج) أوجد نهاية  $(u_n)$

**التمرين (19)** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)_{n \in N}$  بحيث :

$$\begin{cases} u_0 = 20 & , \quad u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{20}u_n + \frac{1}{20}u_{n-1} \end{cases}$$

1/ بين أن المتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  هندسية وان المتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  هندسية يطلب تعين الأساس والحد الأول

$$\text{لكل منها بحيث : } w_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n \quad v_n = u_{n+1} + \frac{1}{4}u_n \quad \text{لكل } n \text{ من } N$$

2/ أ- اكتب كلا من  $v_n$  و  $w_n$  بدلالة  $n$  . ب- استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  و احسب

$$3/ \text{احسب } \lim S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \text{ بدلالة } n \text{ واستنتاج}$$

**التمرين (20)**  $(u_n)_{n \in N}$  متالية عددية معرفة كما يلي :  $u_0 = \frac{5}{2}$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + n^2)$  لكل  $n$  من  $N$

$$1/ \text{نعتبر المتالية } (v_n)_{n \geq 0} \text{ المعرفة كما يلي : } v_n = u_n - \left( \frac{n^2 - 3n + 3}{2} \right)$$

أ) برهن ان  $(v_n)$  متالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول

ب) احسب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم ادرس تقارب  $(u_n)$

$$2/ \text{برهن بالترابع أن لكل عدد طبيعي } n : n^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$3/ \text{استنتاج المجموع } S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \text{ بدلالة } n$$

**التمرين (21) /1** ممتالية حسابية حدتها الأول  $u_0 = 5$  و أساسها 4.

- أكتب الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  - احسب المجموع:  $u_0 + u_1 + \dots + u_n$

إذا كان مجموع سبعة حدود متتالية من هذه الممتالية هو 1995. فما هو الحد الأول من هذه الحدود .

$$v_n = (2n+1) \cdot 2^{u_n} \quad /2$$

$$1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n+1) = \frac{(2n+1)!}{2^n n!}$$

- استنتج الجداء :  $u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

$$\begin{cases} u_0 = 0 , & u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 10u_{n+1} - 9u_n \end{cases} \quad /2 \quad \text{ممتالية عدديّة معرفة كما يلي :}$$

1/ لنعتبر الممتالية  $(w_n)$  المعرفة على  $N$  حيث :  $w_n = u_{n+1} - 9u_n$

- أثبت أن  $(w_n)$  ممتالية ثابتة يطلب تعين قيمتها واستنتج أن :  $u_{n+1} = 9u_n + 1$

2/ لنعتبر الممتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي :  $v_n = u_{n+1} - u_n$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  ممتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول

(ب) استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$  وبرهن بالترابع أن :  $u_n$  عدد طبيعي

$$S'_n = \sum_{r=0}^{n-1} v_r^2 \quad S_n = \sum_{k=0}^{n-1} u_k \quad /3 \quad \text{احسب العددين: } S_n \text{ و } S'_n \text{ حيث :}$$

**التمرين (23) /1** عدد حقيقي حيث :  $\alpha \in \mathbb{R}$  .  $u_n = \frac{\pi}{4} \cos(2\alpha)$  ممتالية عدديّة معرفة كما يلي :

$$u_{n+1} = u_n \cos(2\alpha) + 1 \quad \text{و} \quad u_1 = 1 + \frac{1}{2 \sin^2(\alpha)}$$

أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معروف ،  $u_n > 1$

$$v_n = u_n - \frac{1}{2 \sin^2(\alpha)} \quad \text{غير معروف :}$$

(أ) أثبت أن  $(v_n)$  ممتالية هندسية واكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$

(ب) هل الممتالية  $(u_n)$  متقاربة؟ على جوابك

3/ نضع :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  . احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ثم احسب

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 - u_n} \end{cases} \quad /2 \quad \text{نعتبر الممتالية } (u_n) \text{ المعرفة كما يلي :}$$

1/ ادرس تغيرات الدالة  $f$  حيث :  $f(x) = \sqrt{6-x}$  وحدد  $f([0,6])$

2/ بين أن  $0 \leq u_n \leq 6$  لكل عدد طبيعي  $n$ .

3/ نضع :  $w_n = u_{2n+1}$  و  $v_n = u_{2n}$

- بين أن  $v_n \leq w_n$  (لكل عدد طبيعي  $n$ ) و أن  $(v_n)$  متزايدة و  $(w_n)$  متناقصة

4/ بين أن  $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{1}{2} |u_n - 2|$  (لكل عدد طبيعي  $n$ ) واستنتج أن  $(u_n)$  متقاربة واحسب  $\lim u_n$

5/ بين أن  $(v_n)$  و  $(w_n)$  متقاربة وحدد نهايتيهما المشتركة.

**التمرين (25)** برهن بالترابع أن :

1) لكل عدد طبيعي  $n$  غير معروف

$$(1 \times 2^0) + (2 \times 2^1) + (3 \times 2^2) + \dots + (n \times 2^{n-1}) = 1 + (n-1) \cdot 2^n$$

2) لكل عدد طبيعي  $n$  ،

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^n \cdot (2n+1) = (-1)^n \cdot (n+1)$$

3) لكل عدد طبيعي  $n$  ،

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4} \cdot n^2 \cdot (n+1)^2$$

**التمرين (26)** برهن بالترابع أن :

1) لكل عدد طبيعي  $n$  غير معروف ، العدد  $3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$  يقبل القسمة على 17.

2) لكل عدد طبيعي  $n$  ، العدد  $3n^3 + 6n$  مضاعف للعدد 9

- استنتج أن مجموع مكعبات ثلاثة أعداد طبيعية متباينة يقبل القسمة على 9.

3) لكل عدد طبيعي  $n$  ، العدد  $2^{6n+5} + 4 \times 5^{2n+1}$  يقبل القسمة على 13.

**التمرين (27)**  $f$  الدالة العددية المعرفة كما يلي :

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معروف نضع :

1/ احسب كلا من :  $f_2(x)$  و  $f_3(x)$  و  $f_4(x)$

2/ أعط تخميناً لعبارة  $f_n(x)$

3/ برهن بالترابع التخمين الموضوع سابقاً ، ثم استنتاج عبارة  $f_n(x)$

**التمرين (28)** نعتبر المتالية  $(u_n)_{n \in N}$  المعروفة كما يلي :

1/ احسب :  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  ،  $u_4$  ، ثم أعط تخميناً لعبارة  $u_n$  بدالة  $n$

2/ برهن بالترابع التخمين الموضوع سابقاً ، ثم استنتاج عبارة  $u_n$  بدالة  $n$

3/ دالة تألفية معرفة كما يلي :  $f(x) = 2x - 3$   
أ) أوجد العدد الحقيقي  $\alpha$  الصادم بالدالة  $f$

ب)  $(v_n)$  متالية عددية معرفة كما يلي :  $v_n = u_n - \alpha$  . عين طبيعة المتالية  $(v_n)$   
ج) اكتب  $v_n$  بدالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدالة  $n$

النجاح مطلب الجميع وتحقيق النجاح الدراسي يعتبر من أولويات الأهداف لدى الطالب .. وكل نجاح مفتاح وفلسفة وخطوات ينبغي الاهتمام بها ... ولذلك أصبح النجاح علمًا وهندسة.

**النجاح فكراً يبدأ وشعوراً يدفع ويحفز وعملاً وصبراً يترجم .. وهو في الأخير رحلة..**

الهداية

المفاتيح العشرة للنجاح الدراسي

1/ الطموح كنز لا يفنى: لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحاً ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لا يفنى  
.. فكن طموحاً وانظر إلى المعالي .. يتبع