سلسلة استعد للبكالوريا رقم (01)

المستوى : ثالثة ثانوي		السنة الدراسية :2010/2009

الشعبـــــة : علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

المحور: النهايات والاستمرارية + التدريب على دراسة دوال و التوظيف

التمكن من حساب النـــهايات و التفسير البياني

التمرين (01) : اثبت باستعمال التعاريف النهايات التالية :

/1 $\lim_{x\to 1}\dfrac{1}{(x-1)^2}=+\infty$ ، /2 $\lim_{x\to +\infty}2x+3=+\infty$

/3 $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{3x+2}{x+4}=3$ ، /4 $\lim_{x\to 1}(2x+5)=7$

التمرين (02) في كل حالة من الحالات التالية عيّن اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f ثم احسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها وعيّن معادلات المستقيمات المقاربة لمنحني الدالة f.

/1 $f(x)=\dfrac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$ ، /2 $f(x)=\dfrac{x^2-4x+4}{x-1}$ ، /3 $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$

/4 $f(x)=\dfrac{-4x+8}{x^2-4x+5}$ ، /5 $f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

التمرين (03) في كل حالة من الحالات التالية عيّن اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f ثم احسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها وعيّن معادلات المستقيمات المقاربة لمنحني الدالة f.

/1 $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$ ، /2 $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

/3 $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ ، /4 $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$

/5 $f(x)=x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ ، /6 $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x-2}{2(x^2-1)}$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (04) احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-3x+2}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x+2}{x^3-3x^2-x+3}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$

4) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{x-2}{4x+3}}$ ، 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ 6) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x-2\sqrt{x}\right)$

7) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x+1}$ ، 8) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ ، 9) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$

التمرين (05) احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة:

1) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-2x\right)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}+x\right)$

3) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+5}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$ ، 4) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}-x\right)$

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x+2}}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3}$ ، 7) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}\right)$

التمرين (06) باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4+x^3-7x^2+8x-12}{x-2}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{2007}-1}{x-1}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\dfrac{\pi}{2}}$

4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{x+1}$ ، 5) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{2\sin x-1}{6x-\pi}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$

التمرين (07) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+x-3}{x+1}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين بيانيا ثم حسابيا نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

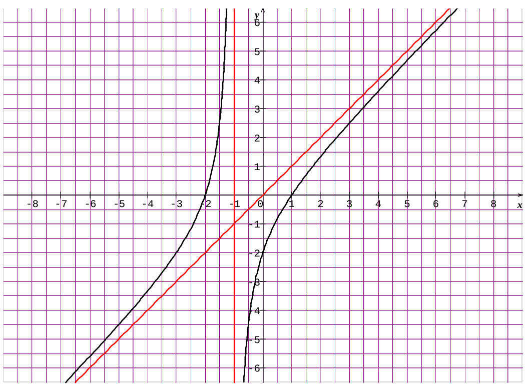
2) أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 ،

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

3) استنتج معادلات للمستقيمات المقاربة للمنحنى C_f

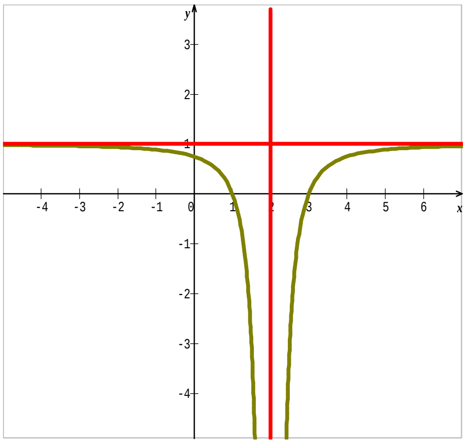
4) حدد الوضع النسبي للمنحنى C_f والمستقيم المقارب المائل من البيان ثم تحقق حسابيا



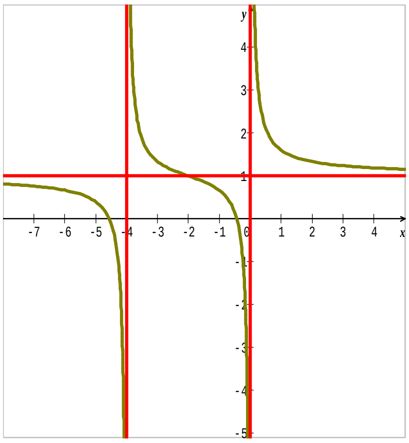
إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (08) في كل حالة من الحالات التالية عيّن D_f مجموعة التعريف والنهايات في حدود المجموعة D_f وشكل جدول التغيرات لكل دالة .

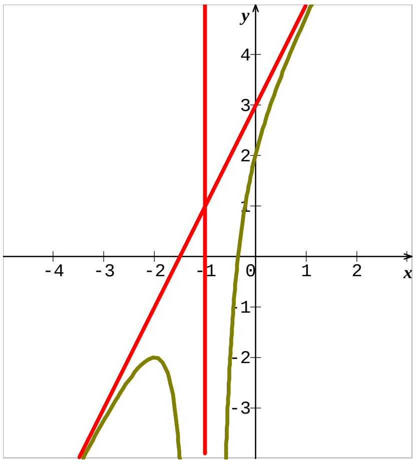
الحالة(1)



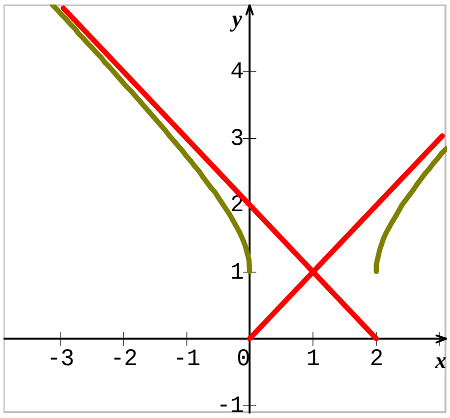
الحالة(2)



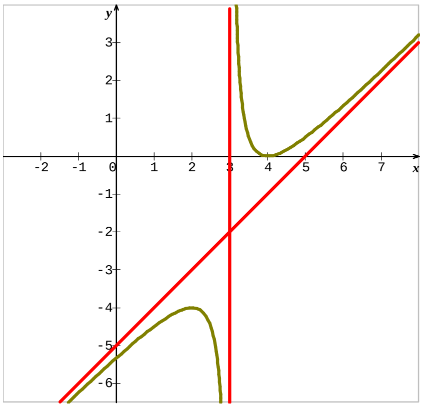
الحالة(3)



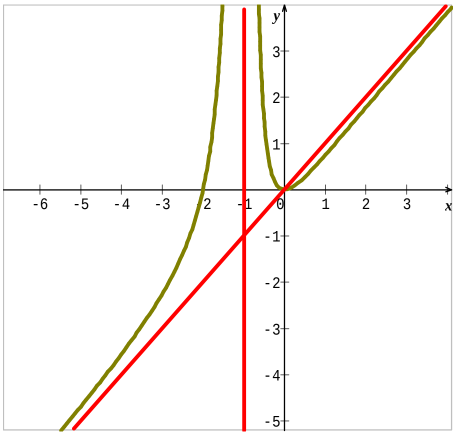
الحالة(4)



الحالة(5)



الحالة(6)



النهايات و المقارنة (الترتيب)

التمرين (09) لتكن f دالة معرفة على $D=[0;+\infty[$ حيث : $f(x)=\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x+1}}$

1) أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا :

$$x^2 \le x^2+x+1 \le (x+1)^2 \quad \text{و} \quad x \le \sqrt{x^2+x+1} \le x+1$$

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا : $1-\dfrac{1}{x+1} \le f(x) \le 1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{1}{x+1}\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (10) باستعمال مبرهنات المقارنة احسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{2-\sin x}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x^2+1}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to0}x^2\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ،

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x+E(x)\right)$ ، 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x+E(x)\right)$ ، حيث E هي دالة الجزء الصحيح

6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin 3x-\cos 2x}{x}$ ، 7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x(1+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$ ، 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+3}-\sqrt{x}$

التمرين (11) (u_n) متتالية معرفة بـــ :

$$u_n=\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\dots\dots\dots+\frac{n}{n^2+n}$$

- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

حساب نهايات باستعمال النهاية : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ أو تعريف العدد المشتق أو تبديل المتغير

التمرين (12) احسب النهايات التالية :

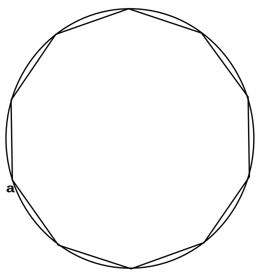
1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 4x}{x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to\frac{p}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\frac{p}{2}}$ ، 4) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\sin x}{1-\cos x}$

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan ax}{bx}$ ، 7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$ ،

8) $\lim\limits_{x\to\frac{p}{4}}\dfrac{\tan x-1}{2\cos x-\sqrt{2}}$ ، 9) $\lim\limits_{x\to\frac{p}{6}}\dfrac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{x-\frac{p}{6}}$ ، 10) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{2x}$

التمرين (13) هل تساءلت يوما لماذا مساحة قرص نصف قطره r هي : πr^2 ؟

إليك برهان من بين البراهين : خذ قرص نصف قطره r مركزه O و ارسم داخله مضلع منتظم مركزه O ذي n رأس بحيث رؤوسه تنتمي الى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها r



1- بيّن أن مساحة المضلع تساوي : $\dfrac{1}{2}r^2.n\sin\left(\dfrac{2\pi}{n}\right)$

2- استنتج عندئذ مساحة القرص

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

الاستمـــــــــــرارية

التمرين (14) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & , \ x<1 \\ \frac{1}{x}-1 & , \ x\geq 1 \end{cases}$$

1- ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 1

2- احسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا

3- شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم المنحني C_f الممثل للدالة f في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

التمرين (15) f هي الدالة المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـــ :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{1-\sqrt{x+1}}{x} & ; x>0 \\ f(x)=\frac{1-x^2}{x-2} & ; x\leq 0 \end{cases}$$

1- ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0

2- استنتج أن الدالة f مستمرة على المجال $[-1;+\infty[$.

التمرين (16) حدد العددين a و b حتى تكون الدالة f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x^2+x-a}{x-2} & ; x>2 \\ f(x)=\frac{2x+b}{3} & ; x\leq 2 \end{cases}$$

مستمـــــــــــرة عند القيمة $x_0=2$

التمرين (17) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x^2+\frac{|x|}{x} & x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

1- ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0

2- انطلاقا من منحنى ممثل لدالة مرجعية استنتج التمثيل البياني للدالة f

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (18) لتكن الدالة f المعرفة كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-8}{2x-8} & , x\in \left]-\infty;0\right[\\ \dfrac{1}{2}\sqrt{-x^2+3x+4} & , x\in [0;4] \\ x-5+\dfrac{4}{x} & , x\in \left]4;+\infty\right[\end{cases}$$

- بيّن أن الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$

التمرين (19) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+|x|}{x^2-|x|} & , x\neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

1- بيّن أن f دالة زوجية

2- اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة

3- ادرس استمرارية الدالة f على مجموعة تعريفها

4- احسب النهايتين : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسّر النتائج بيانيا

5- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

6- ارسم المنحني C_f الممثل للدالة f في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

التمرين (20) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بــ :

$$f(x)=x^2+E\left(\frac{1}{1-E(x^2)}\right)$$

حيث E هي دالة الجزء الصحيح

1/ عيّن D_f مجموعة تعريف f و اكتب $f(x)$ بدون رمز $E(x)$

2/ ادرس استمرارية f عند القيم $x=\pm\sqrt{2}$ و $x=\pm 1$

3/ ادرس تغيرات الدالة f .

4/ ارسم المنحني C_f الممثل للدالة f في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

تعريف : نسمي الدالة الجزء الصحيح الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد الصحيح n

حيث $n\leq x<n+1$ و نرمز لها بالرمز E أو [ ].

مبرهنة القيم المتوسطة و الدوال الرتيبة تماما وتطبيقات مبرهنة القيم المتوسطة في التعرف على حلول المعادلة : $f(x)=k$

التمرين (21) بيّن أن المعادلات التالية تقبل حلا ، على الأقل ، في المجال I.

1) $X^4+X^2+4X-1=0$ $\quad I=[0;1]$

2) $\cos x=x$ $\quad I=[0;\pi]$

3) $2\sin x-x=0$ $\quad I=\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$

التمرين (22) f دالة معرفة على $I=[1;3]$ بالعبارة $f(x)=-x+2+\frac{3}{x^2}$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f على I ثم عيّن $f(I)$

2) ماهو عدد حلول المعادلة $f(x)=\frac{1}{4}$ على I ؟

التمرين (23) f دالة معرفة على $I=[-1;1]$ بالعبارة $f(x)=4x^3-3x-\frac{1}{2}$

1- احسب: $f(1)$, $f(0)$, $f\left(\frac{-1}{2}\right)$, $f(-1)$

2- استنتج عدد حلول المعادلة : $f(x)=0$ في المجال $I=[-1;1]$

التمرين (24) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة على $\mathbb{R}-\{1\}$

بـ: $f(x)=\frac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و c حيث من أجل كل x من D_f :

$$f(x)=x+a+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}$$

2) ادرس تغيرات الدالة f و بيّن أن المنحنى C_f يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب إعطاء معادلته

3) ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

4) بيّن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right]$

5) باستعمال طريقة التنصيف أوجد حصرا لــ a سعته 0.05 ثم ارسم المنحنى C_f

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (25) 1/ f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ بحيث : $f(a) > a$ و $f(b) < b$. بيّن أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا ، على الأقل ، في المجال $[a;b]$

2/ f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ بحيث : $f(a) < ab$ و $f(b) > b^2$. بيّن أنه يوجد عدد حقيقي c من المجال $[a;b]$ بحيث يكون : $f(c)=bc$

التمرين (26) عيّن جدول إشارات الدالة f علما أنها تنعدم عند القيمتين -5 و 6 وجدول تغيراتها كما يلي :

x	$-\infty$		-3		0		4		$+\infty$
$f(x)$	1	↘	-2	↗	-1	↘	-3	↗	$+\infty$

التمرين (27) f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

أجب بـــ :**خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة .

1. المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحني (C_f)
2. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا .
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي $S=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$
4. في المجال $]-\infty;-1[$ يكون :" $f(-2) > f(x)$ عندما يكون $x < -2$ " .
5. النقطة $A(-3;1)$ تنتمي إلى المنحني (C_f).
6. الدالة f زوجية .

التمرين (28) 1- ادرس تغيرات الدالة $f: x \to x^3-3x+1$ على المجال $[-1;1]$

2- بيّن أن المعادلة : $(E): x^3-3x+1=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0;1[$

3- باستعمال آلة حاسبة عيّن قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد α

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (29) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على التوالي على $\mathbb{R}^*$ و $\mathbb{R}$

بـِ: $f(x)=\frac{1}{x}$ و $g(x)=x^2-x+2$.

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 0، المعادلة $f(x)=g(x)$ تكافئ المعادلة $x^3-x^2+2x-1=0$.

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ $h(x)=x^3-x^2+2x-1$

- أدرس اتجاه تغير الدالة h على $\mathbb{R}$. أحسب $h(0)$ و $h(1)$.
- برهن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا c على $\mathbb{R}$.ماذا يمثل بيانيا العدد c
- باستعمال حاسبة بيانية أوجد حصرا للحل c سعته 10^{-2}.

التمرين (30) نعتبر الدالتين $f:x\mapsto\sqrt{x+1}$ و $g:x\mapsto -x^3$

- بين أن المنحنيين (C_f) و (C_g) الممثلين للدالتين f و g على الترتيب يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $-\frac{7}{8}<x_0<-\frac{3}{4}$.

التمرين (31) **الجزء الأول:** نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $g(x)=2x^3+x^2-1$

1. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a يطلب تعيين حصر له سعته $0,1$.
3. حدد، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـِ: $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{3x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الأطوال هي $3cm$.

1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن $f(a)=\frac{a}{6}+\frac{1}{2a}$ ثم استنتج ، باستعمال حصر العدد a، حصرا للعدد $f(a)$.
5. أرسم المنحني (C_f) (نأخذ $a\approx\frac{2}{3}$).

التمرين (32) n عدد طبيعي غير معدوم.

1) بين أن المعادلة $x^{n+1}-2x^n+1=0$ تقبل حلا محصورا بين $\frac{2n}{n+1}$ و 2 .

2) هل المعادلة $x^8-2x^7+1=0$ تقبل حلا في $\mathbb{R}$ إذا كان الجواب نعم عين حصرا لهذا الحل.

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

{ التدريب على حل مسائل (دراسة دوال) - الجزء الأول }

تحضير لتمارين البكالوريات

مسألة (01) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـــ:

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$$

1)ادرس تغيرات الدالة f . 2)عيّن المستقيمات المقاربة للمنحني C_f .

3)عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الإحداثيين

4)ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي

5)أثبت أن المستقيم (Δ)الذي معادلته $x=2$ محور تناظر للمنحني C_f.

6)ارسم المنحني C_f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

مسألة (02) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ:

$$f(x)=\frac{x^2+5x+2}{x^2+4x}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني C_f

2) اثبت ان النقطة $w(-2;1)$ مركز تناظر للمنحني C_f

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f في النقطة w

احسب $f(-1)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ثم عيّن نقط تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل ثم ارسم المماس والمنحني C_f

مسألة (03) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ:

$$f(x)=\frac{3x^2-12x+10}{x^2-4x+3}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الإحداثيين

3/ أثبت صحة المساواة لكل عدد حقيقي x يختلف عن 2 ، $f(2-x)=f(2+x)$

-ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمنحني C_f

4/ ارسم المنحني C_f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

5/باستعمال المنحني C_f حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

مسألة (04) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ:

$$f(x)=\frac{x^2-8x+16}{x-3}$$

نسمـــــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و c حيث من أجل كل x من D_f :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-3}$$

2/ استنتج أن المنحني C_f الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له ثم حدّد وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى Δ.

3/ ادرس تغيرات الدالة f

4/ أوجد إحداثيي النقطة W تقاطع المستقيمين المقاربين واثبت أنها مركز تناظر للمنحني C_f

5/ ارسم المنحني C_f.

6/ استنتج رسم المنحني C' الممثل للدالة h المعرفة بـــ: $h(x)=\frac{(x-4)^2}{|x-3|}$

مسألة (05) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ:

$$f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$$

نسمـــــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f واكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحني C_f.

2) عيّن وضعية المنحني بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a على المجال $\left]\frac{-3}{8};\frac{-1}{4}\right[$.

4) استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

5) اكتب معادلة للمماس Δ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6)ارسم المماس Δ و المنحني C_f

مسألة (06) **الجزء الأول**: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $g(x)=2x^3+x^2-1$

1.أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a يطلب تعيين حصر له سعته $0{,}1$.

3. حدد، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـِ: $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{3x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الأطوال هي $3cm$

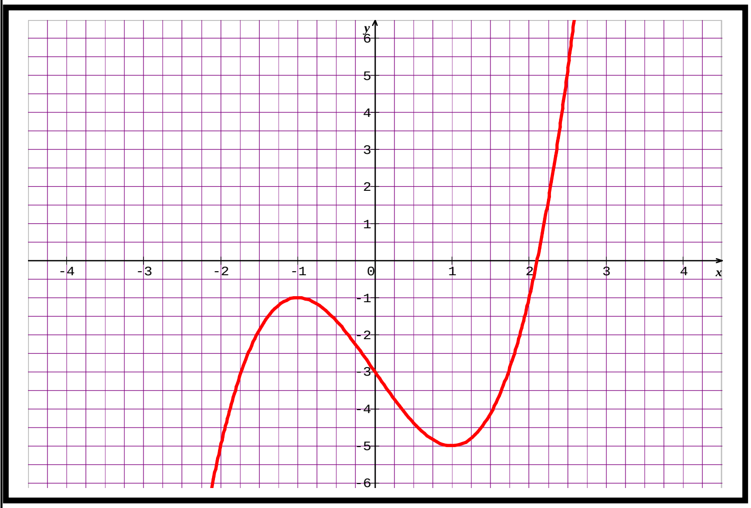
1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن $f(a)=\frac{a}{6}+\frac{1}{2a}$ ثم استنتج ، باستعمال حصر العدد a، حصرا للعدد $f(a)$.

5. أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $a\approx\frac{2}{3}$).



مسألة (07)

I - المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يأتي : $g(x)=ax^3+bx+c$

1- أوجد الأعداد : $a\ ,b\ ,c$

2- أكتب جدول تغيرات الدالة g

3- بيّن ان المعادلة $x^3-3x-3=0$ تقبل حلا وحيدا a من المجال $\left]2;\frac{5}{2}\right[$

4- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- f دالة معرفة على $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}+1$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $f'(x)=\frac{2x.g(x)}{\left(x^2-1\right)^2}$

ب) عيّن دون حساب $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ وفسّر النتيجة بيانيا.

ج) احسب النهايات عند حدود D

د) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

هـ) بيّن أن: $f(a)=3a+1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(a)$

و) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (Γ)

ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ي) ارسم (Γ)

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

مسألة (08) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$$

نسمـــــــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و g بحيث يكون من أجل كل x من D_f :

$$f(x)=ax+\frac{b}{x+1}+\frac{g}{(x+1)^2}$$

3/ بيّن أن المنحني C_f يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب إعطاء معادلة ديكارتية له

4/ ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

5/ احسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل

6/ بيّن أن المنحني C_f يقبل مماسا Δ معامل توجيهه 1. اكتب معادلة لـــ Δ

7/ أنشئ المماس Δ و المنحني C_f

8/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

مسألة (09) I) P(x) كثير حدود حيث : $P(x)=-x^3+6x^2-13x+8$

1/ احسب $P(1)$ واستنتج تحليلا لكثير الحدود $P(x)$

2/ ادرس إشارة $P(x)$ حسب قيم x

II) f دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة بـــــ: $f(x)=-x+1+\frac{x-1}{(x-2)^2}$

1- عيّن مجموعة التعريف D_f للدالة f

2- بيّن أنه مهما يكن العدد الحقيقي x من D_f فإن : $f'(x)=\frac{P(x)}{(x-2)^3}$

3- ادرس تغيرات الدالة f

4- بيّن أن المنحني C_f الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

5- ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

6- اكتب معادلة المماس (T) للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 3.

7- ارسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحني C_f

مسألة (10) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة على ¡ بـــ:

$$f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$$

1/ ادرس تغيرات الدالة f

نسمـــــــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

2/ بيّن أن المستقيم ذي المعادلة $y = 2x$ هو مقارب مائل للمنحني C_f بجوار $(+\infty)$.
3/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0.
4/ ارسم المماس (T) و المنحني C_f
5/ باستعمال المنحني C_f استنتج رسم المنحني (Γ) الممثل للدالة : $g(x) = |x| + \sqrt{x^2+1}$

مسألة (11) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة على $]-1;+\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

(C_f) منحني الدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدّالة f
2) أ- بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته : $y = x$
ب-ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و (D) .
3) أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $1.3 < x_0 < 1.4$.
ب- عين معادلة (Δ) مماسا للمنحني (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .
ج- أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم .
4) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x) = |f(x)|$
(C_g) منحني الدالة g في المعلم السابق .
- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .
6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة
ذات المجهول x : $g(x) = m^2$

مسألة (12) $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد للمستوي ، وحدة الرسم هي $1cm$.
نعتبر الدالة u المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $u(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ نسمي C تمثيلها البياني .
1. أ ــ عيّن نهاية الدالة u عند $-\infty$.
ب ــ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا : $u(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.
- استنتج نهاية الدالة u عند $+\infty$
2. أ ــ بيّن أنّ $[u(x)+2x]$ تؤول إلى 0 عندما x يؤول إلى $-\infty$.
ب ــ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، $u(x) > 0$. استنتج إشارة $[u(x)+2x]$.
جـــ ــ فسّر هذه النتائج بيانيا .
3 . بيّن أن : $u'(x) = \dfrac{-u(x)}{\sqrt{x^2+1}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة u
4. أرسم C ومستقيمه المقارب المائل

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

مسألة (13) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+10x+5}{(x+1)^2}$$

نسمـــــــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و g بحيث يكون من أجل كل x من D_f :

$$f(x)=x+a+\frac{b}{x+1}+\frac{g}{(x+1)^2}$$

2/ استنتج أن المنحني C_f الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له ثم حدّد وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى Δ .

3/ ادرس تغيرات الدالة f

4/ عيّن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ثم ارسم المنحني C_f

5/ استعمل C_f ، عيّن حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$3x^2+(x-m)x^2+(10-2m)x+5-m=0$$

6/ g الدالة المعرفة بـــــ : $g(x)=\dfrac{|x|^3+3x^2+10|x|+5}{(|x|+1)^2}$

أ) بيّن أن الدالة g زوجية

ب) بيّن أن المنحني (Γ) الممثل للدالة g يستنتج بسهولة من رسم المنحني C_f -ارسم (Γ)

مسألة (14) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$

1/ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث المنحني (g) تمثيلها البياني يشمل النقطة $D(0;-3)$ وتكون النقطة $E(-1;-2)$ ذروة للمنحني (g) .

2/ بيّن أن الدالة المعرفة في السؤال 1) هي الدالة : $x\to\dfrac{x^2+3}{x-1}$

-ادرس تغيرات الدالة f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (g)

3/ بيّن أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين w مركز تناظر للمنحني (g)

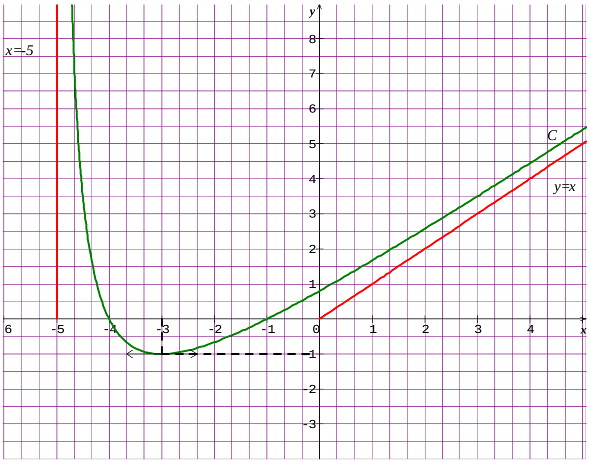
4/ ارسم المنحني (g) في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

5/ لتكن الدالة h المعرفة بـــــ: $h(x)=\dfrac{x^2+3}{|x-1|}$ (g') تمثيلها البياني

بيّن أن المنحني (g') يستنتج بسهولة من رسم (g) ثم ارسم (g')

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

مسألة (15)



I . f دالة معرفة على $I=]-5;+\infty[$ بــ :

$f(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{x+5}$ ، (C_f) تمثيلها البياني

في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

كما هو مبين في الشكل .

1) أ- احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لــ I

ب- بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات f

شكل جدول تغيراتها .

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;-5[$ بالعبارة : $g(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{-x-5}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

أ- احسب نهاية g عند حدود مجموعة تعريفها .

ب- تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له

جــ - ادرس تغيرات g

II k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-5\}$ كما يلي : $k(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{|x+5|}$

1) اكتب $k(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة

2) من نتائج الجزء الأول شكل جدول تغيرات الدالة k

3) ارسم (C_k) المنحنى الممثل للدالة k في معلم متعامد ومتجانس

مسألة (16)

g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بــ:

$$g(x)=3x+\frac{1}{(x+1)^3}$$

نسمــــــــي (Γ) المنحنى الممثل للدالة g في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) 1/ ادرس تغيرات الدالة g واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (Γ)

2/ ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

3/ أثبت أن النقطة w تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر للمنحنى (Γ)

3/ ارسم المنحنى (Γ) واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بــ: $f(x)=\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{1}{2(x+1)^2}$

نسمــــــــي C_f المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم بيّن أنه لكل x من D_f : $f'(x)=g(x)$

2/استنتج جدول تغيرات الدالة f

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

3/ أثبت أن المنحني C_f يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها a حيث: $a \in]0;1[$

4/ عيّن حصرا لـــ a سعته 0.25

5/ (P) المنحني الممثل للدالة p حيث : $p(x)=\frac{3}{2}x^2$

-بيّن أن (P) و C_f متقاربان ب- احسب $f\left(\frac{-3}{2}\right)$ وارسم المنحني C_f

مسألة (17) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ:

$$f(x)=\frac{4(x-1)}{(x-2)^2}$$

نسمـــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) 1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f عند نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل.

3/ بيّن أن المماس (Δ) يقطع المنحني C_f في نقطة B يطلب تعيين إحداثيتها.

4/ احسب : $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(3)$ و $f(4)$ ثم ارسم بدقة المماس (Δ) ثم المنحني C_f.

ب) m وسيط حقيقي ، (Δ_m) مستقيم معادلته : $y=4x+m$

- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد النقط المشتركة بين المنحني C_f و (Δ_m)

مسألة (18) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$$

نسمـــــي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x^3-3x-4$

أ) ادرس تغيرات الدالة g .

ب) اثبت أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث : $g(\alpha)=0$ ، ثم عين قيمة مقربة إلى 10^{-2}

جـــ) ادرس إشارة g على $\mathbb{R}$

2-أحسب نهايات الدالة عند حدود كل مجالات مجموعة تعريفها.

3**–**بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $f'(x)=\frac{x.g(x)}{\left(x^2-1\right)^2}$

4**–**استنتج جدول تغيرات الدالة f .

5**–**برهن أنه من أجل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $f(x)=x+2+\frac{x+2}{x^2-1}$

- استنتج أن المنحني C_f يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

- ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى المستقيم (D) .

6- ارسم (D) و C_f

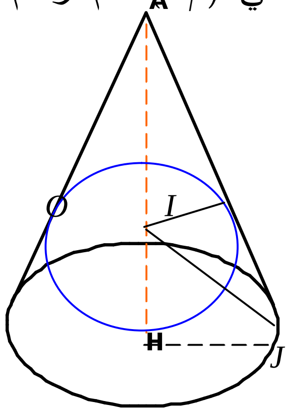
إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

{ التدريب على حل مسائل : توظيف الدوال العددية لحل مشكل
وضعيات ادماجية - الجزء الأول - مسائل الإستمثال }

تمرين (01) : f دالة معرفة على المجال $D=]2;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{1}{2}x+1+\frac{2}{x-2}$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1/ ادرس تغيرات الدالة f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f). ثم ارسم (C_f)

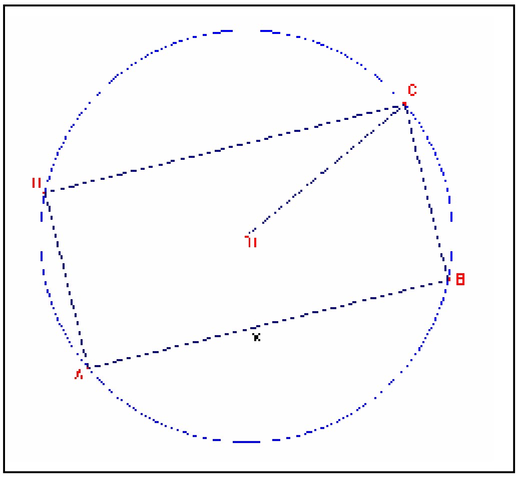


2/ مثلنا في الشكل المقابل مخروطا (Γ) ارتفاعه h ،
نصف قطر قاعدته r ومحيطا بسطح كرة التي مركزها O
ونصف قطرها 1. النقط A ، O ، I ، H ، J تنتمي إلى
نفس المستوي حيث $(OI)\perp(AJ)$ و $(AH)\perp(HJ)$.

نضع : $g(h)=\frac{1}{2}V(h)$ حيث $V(h)$ هو حجم المخروط (Γ)

- تحقق أن $h \succ 2$
- احسب $V(h)$ بدلالة h ثم باستعمال نتائج السؤال 1 عيّن h بحيث يكون $V(h)$ اصغر ما يمكن.

تمرين (02) قطعة أرض دائرية الشكل نصف قطرها 10m



أراد صاحبها أن يبني عليها منزلا قاعدته مستطيلة الشكل.

نضع $AB=x$.

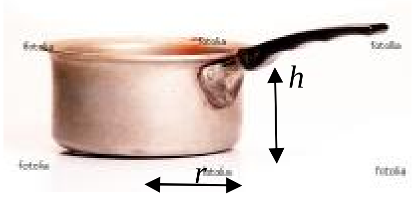
1. احسب مساحة قاعدة هذا المنزل بدلالة x.
2. عين x بحيث تكون هذه المساحة أكبر ما يمكن؟

تمرين (03) شاحنة تقطع مسافة $200\ km$ بسرعة v مقدرة بـ km/h ، الشاحنة تستهلك :
$\left(5+\frac{v^2}{320}l/h\right)$ من الوقود . ثمن الوقود هو $16DA$ للتر الواحد ويتقاضا السائق أجرتا تقدر بـ $100DA$ في الساعة.

1) نسمي t زمن الرحلة. عبر عن t بدلالة v
2) احسب الكلفة $P(v)$ بدلالة v
3)ماهي سرعة الشاحنة حتى تكون الرحلة أقل تكلفة.

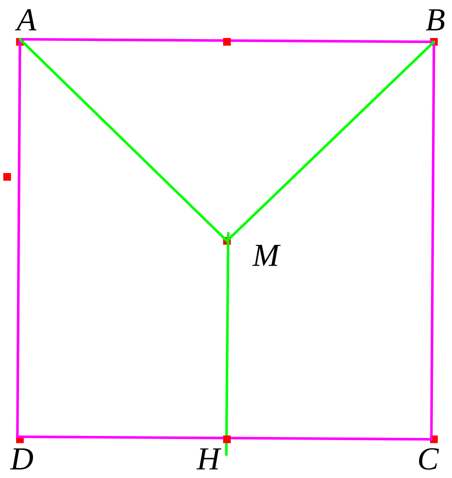
إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

تمرين (04) مصنع ألمنيوم يريد صنع أواني طبخ منزلية اسطوانية الشكل نصف قطرها r كما هو موضح في الشكل المقابل. خصص لكل إناء صفيحة معدنية مساحتها ثابتة A نفرض أنه لا يوجد غطاء وأنه لا يوجد نفاية للمعدن أي سمك الإناء ثابت ما هو الارتفاع المناسب h بحيث يكون حجم الإناء اكبر ما يمكن ؟

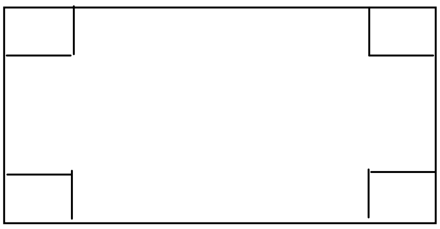


(problème de la casserole)

تمرين (05) يملك عبد الله أرض مربعة الشكل طول ضلعها $15m$ أراد أن يصنع خزان للماء في النقطة M الواقعة على محور $[AB]$ يملأ هذا الخزان بواسطة أنابيب من المنابع A و B و H منتصف $[CD]$.
يريد عبد الله المساعدة في تحديد النقطة M التي من أجلها تكون تكلفة المشروع اقل ما يمكن .



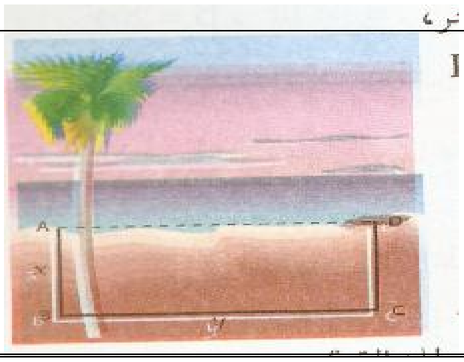
تمرين (06) انطلاقا من مستطيل بعداه 16 و 10 بالسنتيمترات
نصنع علبة على شكل متوازي مستطيلات قائم بالكيفية التالية: من كل ركن من المستطيل نقطع مربعا طول ضلعه يساوي X ثم نرفع الجوانب بالطي .
-حدد قيمة X ليكون حجم العلبة اكبر ما يمكن ؟



تمرين (07) نريد صنع علبة مصبرات اسطوانية الشكل (بغطاء) ذات حجم V معطى
- اوجد النسبة بين الإرتفاع h ونصف القطر r حتى نستعمل اقل مايمكن من المعدن
(علبة اقتصادية الصنع)

problème de la boite de conserve

تمرين (08): لتحديد حيز مستطيل الشكل للاصطياف على شاطئ البحر ثبت حبل طوله 40 مترا بواسطة اربعة أوتاد A , B ,C , D على أن يكون طرفا الحبل هما A , D
(كما في الشكل) نفرض أن : $AB = x$, $BC = y$
ما هو طول وعرض الحيز حتى تكون مساحته أعظمية ؟

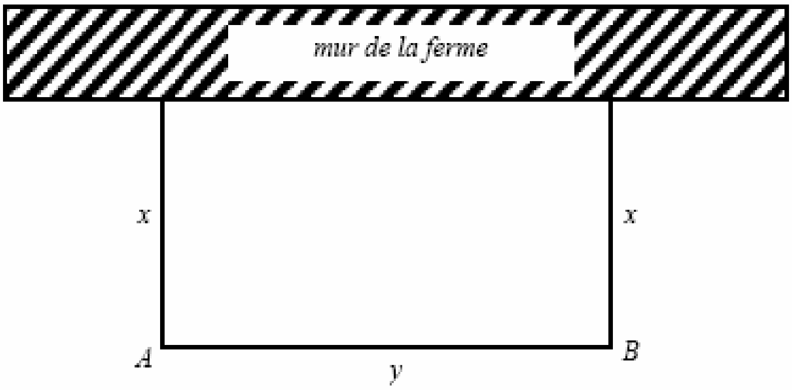


إعداد الأستاذ
حليلات عمار

تمرين (09) : أراد فلاح إنشاء مدجنة مستطيلة الشكل مساحتها $392m^2$ أحد جدرانها حائط ضيعته كما هو مبين في الشكل

نرمز لبعد كل من الوتدين A و B عن الحائط بالرمز x و نرمز للبعد بين الوتدين A و B بالرمز y

أين يمكن وضع الوتدين A و B حتى يكون سياج المدجنة أصغر ما يمكن ؟



تمرين (10) نعتبر في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ النقط. $A(-1;2)$ ، $B(-1;0)$ ،

$C(0;2)$ و $M(x;0)$ حيث $x \prec -1$ المستقيم (AM) يقطع محور التراتيب في النقطة N .

1. احسب بدلالة x كل من ترتيب النقطة N ومساحات المثلثات OMN ، CAN ، ABM.

2. لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$ وليكن (C_f) منحنيها في المعلم

أ) بتقسيم المثلث OMN بشكل مناسب عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من

أجل كل x من $]-\infty;-1[$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$

ب) ادرس تغيرات f على المجال $]-\infty;-1[$

جـ) تحقق ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D_1) و (D_2) يطلب تحديدهما. د) ارسم (C_f)

هـ) ما هي قيمة x التي تكون من أجلها مساحة المثلث OMN أصغر ما يمكن ؟

و) احسب عندئذ هذه المساحة.

الهدية

النجاح مطلب الجميع وتحقيق النجاح الدراسي يعتبر من أولويات الأهداف لدى الطالب ..ولكل نجاح مفتاح وفلسفة وخطوات ينبغي الاهتمام بها... ولذلك أصبح النجاح علما و هندسة

1- الطموح كنز لا يفنى :

لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحا ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لا يفنى ..فكن طموحا وانظر إلى المعالي..

2 - العطاء يساوي الأخذ :

النجاح عمل وجدّ وتضحية وصبر ومن منح طموحه صبرا وعملا وجدا حصد نجاحا وثمارا ..فاعمل واجتهد وابذل الجهد لتحقق النجاح والطموح والهدف ..فمن جدّ وجد ومن زرع حصد..

وقل من جد في أمر يحاوله وأستعمل الصبر إلا فاز بالظفر

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار