سلسلة استعد للبكالوريا رقم (04)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية :2009/2008

الشعبـــــة : علوم تجريبية + رياضيات و تقني رياضي

إعداد الأستاذ خليلات عمار

{المحور : الجداء السلمي في الفضاء و المستقيمات والمستويات و تطبيقاته}

التمارين من 1 إلى 3 مراجعات الهندسة المستوية

التمرين (01) : ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. لتكن النقط :
$A(1;3)$ ، $B(3;0)$ و $C(-5;-1)$

1. أثبت أن المثلث ABC قائم .
2. عيّن معادلة للدائرة المحاطة بالمثلث ABC. 3 .عيّن معادلة لمماس هذه الدائرة في A.

التمرين (02) : ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نعتبر النقطتين $A(1;2)$ و $B(0;5)$ و الدائرة (C) التي معادلتها : $x^2+y^2-2x-3=0$

1. عيّن التمثيل الوسيطي ومعادلة ديكارتية للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة$(-1;1)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;1)$.
2. حدد مركز ونصف قطر الدائرة (C) و تأكد أن $A\in$ (C).
3. أ)حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من B و $\vec{n}(3;4)$ شعاع ناظمي له.
   ب) بيّن أن تقاطع (C) و (Δ) مجموعة خالية
4. تأكد أن (D) و (C) يتقاطعان وحدد تقاطعهما.
5. احسب المسافة بين مركز الدائرة (C) و المستقيم (D) بطريقتين.

التمرين (03) ABC مثلث قائم في A حيث AB=3 و AC=4

ليكن G مرجح $(A;1)$ ، $(B;-2)$ و $(C;3)$

I) أ) أنشئ النقطة G واحسب: GA^2 ، GB^2 و GC^2 .

ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2-2MB^2+3MC^2=k$ $(k\in R)$

II) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(A;\vec{i};\vec{j})$ **حيث** : $\vec{i}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\vec{j}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

أ) عيّن إحداثيات النقطة G واحسب: GA^2 ، GB^2 و GC^2.

ب)عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2-2MB^2+3MC^2=k$ $(k\in R)$

Descartes dit dans sa géométrie(1637):la géométrie analytique est l'art de résoudre les problèmes de géométrie par le calcul.

إعداد الأستاذ خليلات عمار

التمرين (04) $ABCDEFGH$ مكعب ضلعه a . 1/ احسب الجداءات السلمية الآتية :

أ) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ب) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ ، ج) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{FG}$ ، د) $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{HF}$

2/ أثبت ان المستقيم (AG) عمودي على المستوي (BED)

3/ نعتبر المعلم $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$.أ) عيّن إحداثيات النقط A ، G ، B ، E و D

ب) اثبت مجددا أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (BED)

التمرين (05) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

نعتبر النقط : $A(-1;1;1)$ ، $B(0;0;-1)$ و $C(3;-2;1)$

1) بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا

2) عيّن شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) أوجد معادلة لسطح الكرة (S) التي قطرها $[AC]$

التمرين (06) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء محاوره (OX) ، (OY) ، (OZ)

نعتبر النقطة $A(1;-2;4)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x-3y+z+2=0$

1. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة **A** ويعامد المستوي **(P)** .
2. عيّن إحداثيات النقطة B نقطة تقاطع (Δ) و **(P)** .
3. اكتب معادلة لسطح الكرة التي مركزها **A** والتي تمس المستوي **(P)** .
4. عيّن إحداثيات C; D نقطتي تقاطع سطح الكرة والمستقيم (OZ)
5. ما هي إحداثيات مركز ثقل رباعي الوجوه ABCD .

التمرين (07) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

تعطى النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(2;1;0)$ ، $D(2;4;3)$

1.برهن أن الشعاع $\vec{V}(1;1;1)$ عمودي على المستوي (ABC) .

2.استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3.تحقق أن الرباعي ABCD هو رباعي وجوه. ثم احسب حجم المجسم الرباعي ABCD.

التمرين (08) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء . تعطى النقط : $A(2;4;1)$

$B(0;4;-3)$ ، $C(3;1;-3)$ ، $D(1;0;-2)$ ، $E(3;2;-1)$ ، $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$

بيّن – مع التعليل – صحة أو خطأ الجمل التالية : 1) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان

2) معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x+2y-z-11=0$

3) النقطة E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

4) المستقيم (CD) ممثل وسيطيا بالجملة : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases}$

5) النقطة I تنتمي للمستقيم (AB) .

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (09) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .نعتبر المستوي(P) وسطح الكرة (S) المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتيتين :

$(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ ، $(P): x-2y+2z-2=0$

1. حدد مركز ونصف قطر سطح الكرة (S).
2. بيّن أن المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S).
3. حدد نقطة تماس المستوي (P) وسطح الكرة (S).

التمرين (10) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط :

$C(3;0;-2)$ ، $B(0;5;2)$ ، $A(-1;2;1)$

1. أ) بيّن أن النقـــــط A، B و C تعيّن مستويا.
ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
2. نعتبر سطح الكرة (S) المعرفة بالمعادلة الديكارتية :

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$$

أ) عيّن النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها r
ب) تحقق من أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) .
3. أ) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على المستوي (ABC).
ب) استنتج إحداثيات w نقطة تماس (ABC) و (S) .

التمرين (11) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. نعتبر المستويين المعرفين بالمعادلتين التاليتين : $(P): x+2y-z+1=0$ و $(P'): -x+y+z=0$ و النقطة A(0; 1 ; 1)

1. بيّن أن المستويين متعامدان
2. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) تقاطع المستويين (P) و (P')
3. عيّن بعد النقطة A عن المستوي (P) و عن (P')
4. استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (d)

التمرين (12) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(1;2;-2)$ ، $B(0;3;-3)$ ، $C(1;1;-2)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x+y-3=0$

1) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega(0;1;-1)$ عن المستوي (P) .
ب- استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(0;1;-1)$ و المماسة للمستوي (P) هي : $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$
2) أ- بيّن أن النقـــــط A، B وCتعيّن مستويا.
ب- عيّن شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
3) أ-تحقق من أن سطح الكرة (S) مماسة للمستوي (ABC).
ب- احسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) و المستوي (ABC) .

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (13) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.نعتبر النقطة A(2; 0 ; 2)
والمستوي (P) ذا المعادلة : $x+y-z-3=0$
1. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D)المار من A والعمودي على المستوي (P).
2. حدد إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (P).
3. نعتبر سطح الكرة (S) التي مركزها A والتي تقطع المستوي (P) وفق الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها 2.

أ- حدد نصف قطر سطح الكرة (S)

ب- اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

التمرين (14) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

النقطة A(1; -1 ; 3) والمستوي (P) الذي معادلته : x-y+3z=0

1.أ) تحقق من أن : $(t\in R)$ $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم في النقطة A

ج) تحقق من أن (P) يوازي المستوي (Q) .

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماسة للمستوي (Q) في A والتي يقطعها المستوي (P) وفق الدائرة Γ التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$.

أ) بيّن أن W(a;b;c) مركز سطح الكرة (S) ينتمي إلى (OA) ثم استنتج أن : c=3a و b=-a

ب) بيّن أن : $WA^2 - WO^2 = 33$ ثم استنتج أن : a-b+3c=-11

ج) استنتج إحداثيات W مركز سطح الكرة (S) وبيّن أن نصف قطرها يساوي $2\sqrt{11}$.

التمرين (15) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط :

C(2; 1 ; -2) ، B(1; -1 ; 1) ، A(1; 2 ;-2)

1. بيّن أن النقـــــط A، B وC تعيّن مستويا ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2.لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ ونصف قطرها $R=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

أ- بيّن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) ثم حدد إحداثيات H نقطة تماس (ABC) و(S)

ب- لتكن $M(a,b,c)$ نقطة من المستوي (ABC) .بيّن أن : $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$

التمرين (16) A، B، C ثلاث نقط من الفضاء حيث ABC مثلث قائم في C و متساوي الساقين .(P) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق: $\left\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

تحقق أن (P) مستو عمودي على المستوي (ABC) يطلب تعيين تقاطعه معه.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

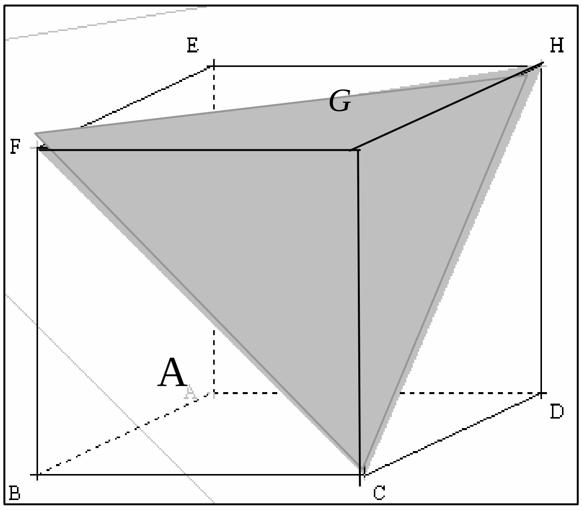
التمرين (17) نعتبر المكعب ABCDEFGH .

1. بين أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (CFH).(الشكل 1)

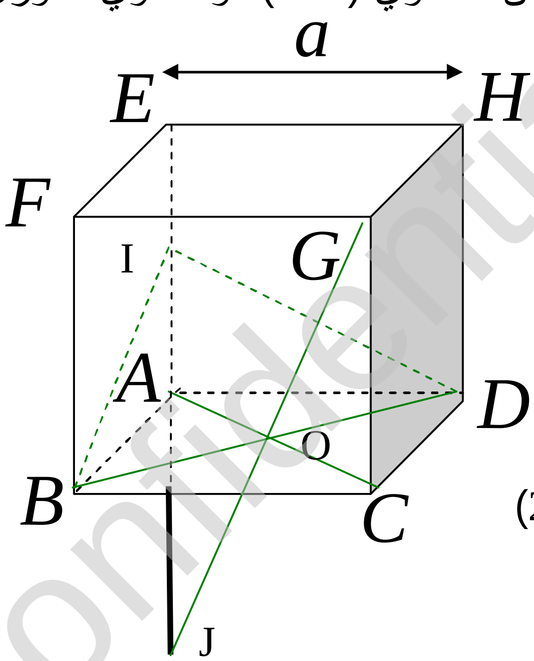
2. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{HC}$.(الشكل 2)

3. نعتبر النقطة I منتصف الحرف [AE] والنقطة J بحيث تكون النقطة A منتصف القطعة[EJ]

- أثبت أن المستوي (BDI) هو مستوي محوري للقطعة [GJ] . (الشكل 2)



(الشكل 1)



(الشكل 2)

التمرين (18) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء . تعطى النقط

$D(0;4;-1)$ ، $C(6;-2;-1)$ ، $B(6;1;5)$ ، $A(3;-2;2)$

بيّن – مع التعليل – صحة أو خطأ الجمل التالية :

1) المثلث ABC قائم في A

2) المستوي (P) ذو المعادلة : $x+y+z-3=0$ عمودي على المستقيم (AB) ويشمل النقطة A

3) معادلة المستوي (P') العمودي على (AC) والذي يشمل النقطة A هي: $x+z-5=0$

4) المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

5) الشعاع $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) تقاطع (P) و (P').

6) حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو 81 وحدة حجوم . 7) قيس الزاوية $B\hat{D}C$ هو $\frac{3\pi}{4}$ راديان

8) مساحة المثلث BDC هي 21 وحدة مساحة . 9) بعد A عن المستوي (BDC) يساوي 3

التمرين (19) ABCD رباعي وجوه منتظم ، بين أن (P) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right).\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right)=0$ هي مستو مواز للمستقيمين (AB) و (CD) و يمر من G مركز ثقل الرباعي ABCD

- عين تقاطعات (P) مع وجوه الرباعي (أثر(P)) .

التمرين (20) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط التالية A(4 ; 0 ; -3) ، B(2 ; 2 ; 2) ، C(3 ;-3 ;-1) و D(0 ; 0 ; -3) .

1) عين معادلة ديكارتية لمستوي محور [AB] (ليكن (P) هذا المستوي) .

2) نقبل فيما يلي أن المستويين محوري القطعتين

[BC] و [DC] معرفان بالمعادلتين 2x-10y-6z-7=0 و 3x-3y+2z-5=0 على الترتيب .

أ)- بين أن تقاطع هذه المستويات الثلاثة هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها .

ب)- بين أن النقط A ، B ، C ، D تقع على سطح كرة مركزها E يطلب تعيين نصف قطرها

التمرين (21) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المستقيمات d_1 ، d_2 ، d_3 ممثلة وسيطيا على الترتيب

$d_1 : \begin{cases} x=-2+5t \\ y=-1-t \\ z=3+4t \end{cases} \quad (t\in R)$ ، $d_2 : \begin{cases} x=1-t' \\ y=4+3t' \\ z=5-t' \end{cases} \quad (t'\in R)$ ، $d_3 : \begin{cases} x=-7+7t'' \\ y=-3t'' \\ z=2t'' \end{cases} \quad (t\in R)$

- أدرس تقاطع d_1 و d_2 ثم d_1 و d_3

التمرين (22) نعتبر المستويين المعرفين بمعادلتين ديكارتين كما يلي :

$$(P):x+y=-1 \quad ، \quad (R):2x+y+2z=0$$

1) تحقق أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (D) يشمل النقطة A(1 ; -2 ; 0) و موجه بالشعاع $\vec{u}(-2;2;1)$

2) بين أن المستقيم (D) و المستوي (P') الذي معادلته 4 x + 4 y + z + 3 = 0 يتقاطعان

3) استنتج حل الجملة

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+y+2z=0 \\ 4x+4y+z+3=0 \end{cases}$$

التمرين (23) نعتبر في الفضاء (E) المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(0;-1;2)$ ، $B(1;1;2)$ ، $C(2;-1;0)$ و المستوي : $(P):-2x+y+2z+2=0$

و سطح الكرة : $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-4=0$

1) أوجد المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

2) حدد النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) و نصف قطرها R

3) برهن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) في نقطة E ينبغي تحديد إحداثياتها.

4) بيّن أن المستوي (P) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (C) محددا إحداثيات مركزها H ونصف قطرها r

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (24) ABC مثلث ، نضع AB = c ، BC = a ، AC = b نعتبر A' مرجح الجملة $\{(B;b);(C;c)\}$

1) نعرف النقطة B' بـــ : $\overrightarrow{AB'}=\frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$

بين أن B' مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما .

2) لتكن C' مرجح الجملة $\{(A;b);(C;c)\}$ ، بين أن $AB'A'C'$ معين .

3) لتكن I مرجح الجملة $\{(A;a);(B;b);(C;c)\}$ ، بين أن I هو مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC.

التمرين (25) : الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط التالية : A(1 ; 2 ; 3) ، B(3 ; 2 ; 1) و C(1 ; 3 ; 3)

1) بين أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا ، أكتب معادلة ديكارتية له .

2) نعتبر المستويين (P_1) ، (P_2) حيث : $(P_1):x-2y+2z-1=0$

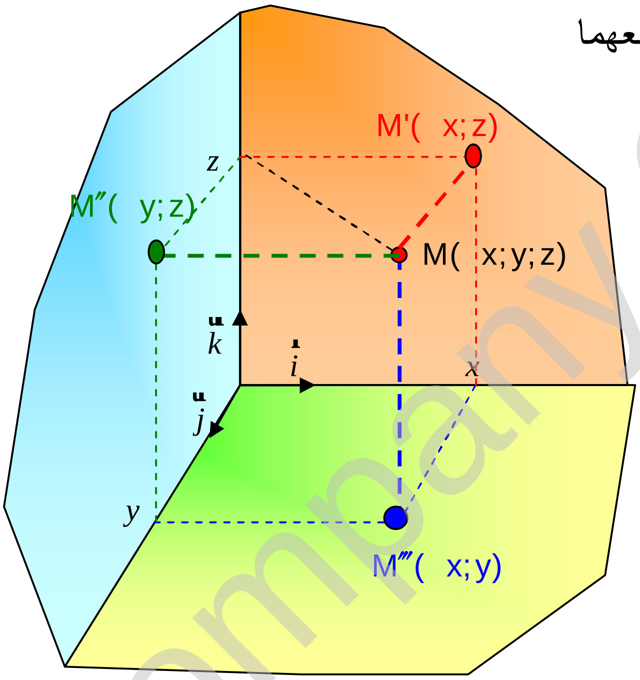
و $(P_2):x-3y+2z+2=0$

a) بين أن (P_1) ، (P_2) يتقاطعان و ليكن (Δ) تقاطعهما

b) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ)

c) أثبت أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ)

d) استنتج تمثيلا وسيطيا لـــ (Δ)



2) لحساب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) الممثلة وسيطيا بالجملة

$$\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases} \quad \text{مع } t\in R$$

نعتبر النقطة M ذات الوسيط k من المستقيم (Δ)

a) عين قيمة k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين

b) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (Δ)

3) . أ) من أجل كل عدد حقيقي t ، نعتبر النقطة $M_t(2t+1;3;-t+3)$.

- عيّن بدلالة t الطول AM_t. ونرمز لهذا الطول بـــ $j(t)$. ونعرف الدالة j من R في R.

ب) ادرس إتجاه تغير الدالة j و استنتج القيمة الحدية الصغرى لها .

جـــ) فسّر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى.

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

{ التدريب على حل تمارين بكالوريات }

التمرين (01): الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$ و النقط $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$

1- تحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي هي: $y+2z-2=0$

2- أ- تحقق ان المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC)

ب- احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ)

3- لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;a),(C;b)\}$ حيث a و b عددان حقيقيان يحققان $1+a+b\neq 0$ ، عيّن a حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ)

التمرين (02) لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك .نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(1;3;-1)$ ، $B(4;1;0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$

و المستوي (P) الذي معادلته : $x-3z-4=0$.

1) المستوي (P) هو : ج1) (BCD) ، ج2) (ABC) ، ج3) (ABD)

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو :

ج1) $\vec{n_1}(1;2;1)$ ، ج2) $\vec{n_2}(-2;0;6)$ ، ج3) $\vec{n_3}(2;0;-1)$

المسافة بين النقطة D و المستوي (P) هي: ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

التمرين (03) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

لتكن النقط $A(0;2;1)$ ، $B(-1;1;-3)$ ، $C(1;0;-1)$

1.اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C وتشمل النقطة A

2.ليكن المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-1-l \\ y=1+2l \\ z=-3+2l \end{cases}$ حيث l عدد حقيقي .

أ) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم (D)

ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (D)

ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) وسطح الكرة S

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

التمرين (04) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفيين بالتمثليين الوسيطيين الأتيين :

$$\begin{cases} x = 3 + l \\ y = 2 + \frac{1}{2} l \\ z = -2 - 2l \end{cases} ; l \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x = 6 + a \\ y = 1 - 2a \\ z = 5 + a \end{cases} ; a \in \mathbb{R}$$ على الترتيب

1- بيّن أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ')

أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ') .

أ) احسب الطول MN .

3- عيّن معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ') .

4- احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي (P) . ماذا تلاحظ ؟

التمرين (05) نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

$A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ ، $C(1;3;3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/ برهن أن النقط A ، B و C تعين مستو يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

2/ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين :

$(P_1): x - 2y + 2z - 1 = 0$ و $(P_2): x - 3y + 2z + 2 = 0$

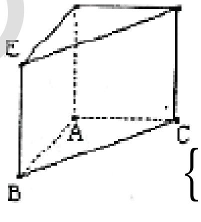
بيّن أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

3/ بيّن أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

4/ بيّن أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو احد أشعة توجيه المستقيم (Δ).

5/ استنتج أن التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة : $(k \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 3 \\ z = -k + 3 \end{cases}$

التمرين (06) $ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A و المتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $(r \in \mathbb{R}_+^*)$. (انظر الشكل)



1) يرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$.

بيّن أن G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

2) ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$.

- عيّن إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E ، F
- عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$$

التمرين (07) نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقطتين $A(0;-1;1)$ و $B(1;-1;0)$ وسطح الكرة (S) التي معادلتها

$$x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$$

1) بيّن أن مركز سطح الكرة (S) هي النقطة $\Omega(1;0;2)$ ونصف قطرها هو $\sqrt{3}$

2) تحقق من أن A تنتمي إلى (S)

3)تحقق أن النقط A ، B و O ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (OAB) هي : $x+y+z=0$

4) بيّن أن المستوي (OAB) مماس لسطح الكرة (S) في النقطة A.

التمرين (08) **(أسئلة متعددة الاختيارات)**

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. عيّن، في كل حالة مما يلي، النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير.

1/ المستقيم الذي يشمل $A(1;2;-4)$ و $B(-3;4;1)$ والمستقيم الذي تمثيله الوسيطي معرف بـــ:

$$\begin{cases} x=-11-4t \\ y=8+2t \\ z=11+5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

☐ متقاطعان ☐ متوازيان تماما ☐ متطابقان ☐ ليسا من مستوي واحد

2/ ليكن المستوي (P) المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$ والمستقيم (d) المعرف بـــ:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=8+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

☐ (P) و (d) متقاطعان ☐ (P) و (d) متوازيان تماما

☐ (d) محتواه في (P) ☐ لآ احد من هذه الإمكانيات صحيحة

3/ المسافة بين النقطة $A(1;2;-4)$ والمستوي المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$

☐ $\dfrac{8\sqrt{14}}{7}$ ☐ 16 ☐ $8\sqrt{14}$ ☐ $\dfrac{8}{7}$

4/ لتكن النقطة $B(-3;4;1)$ وسطح الكرة (S) المعرف بالمعادلة : $x^2+y^2+z^2=16$

☐ B داخل (S) ☐ B خارج (S) ☐ B نقطة من (S) ☐ لا نعرف

التمرين (09) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقطتين $A(3;0;6)$ و $I(0;0;6)$ وليكن (D) المستقيم الذي يشمل النقطتين A وI نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين بالمعادلتين التاليتين : $(P): 2y+z-6=0$ و $(Q): y-2z+12=0$

1.بيّن أن المستويين (P) و (Q) متعامدان

2.بيّن أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D)

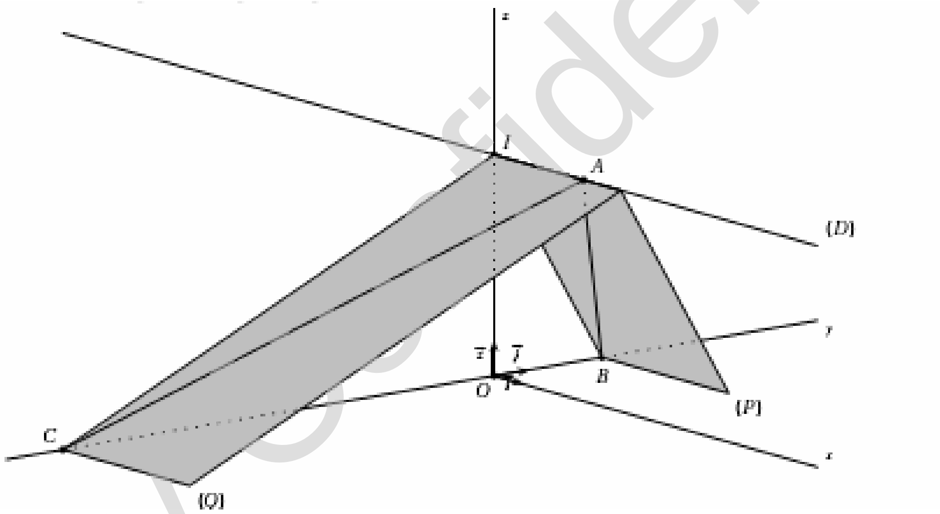
3.بيّن أن المستويين (P) و (Q) يقطعان ، على الترتيب ،المحور $(O;\vec{j})$ في النقطتين B و C

4. اثبت أن معادلة للمستوي (T) يشمل النقطة B والشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظمي له هي :

$$x+4y+2z-12=0$$

5. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA) .برهن أن المستقيم (OA) والمستوي (T) يتقاطعان في نقطة H يطلب تعيين إحداثياتها.

6.ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك.



التمرين (10) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة : $2x+y-2z+4=0$ و النقط : $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$

1.أ) بيّن أن النقـــط A، B وC تعيّن مستويا .ب- بيّن أن هذا المستوي هو المستوي (P) .

2. أ) بيّن أن المثلث ABC قائم

ب) Δ مستقيم يشمل O ويعامد المستوي (P) ، أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ

جـ) K المسقط العمودي للنقطة O على (P) . احسب OK

د) احسب حجم الرباعي OABC

3. نعتبر الجملة المثقلة : $S=\{(O;3),(A;1),(B;1),(C;1)\}$

أ) بيّن أن هذه الجملة تقبل مرجحا

ب) نرمز بـــ I إلى مركز ثقل المثلث ABC . بيّن أن G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

جـ) عيّن المسافة بين G والمستوي (P)

4. أ) عيّن (E) مجموعة M من الفضاء التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$

ب) ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (P) و(E) .

التمرين (11) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقط :

C(3; 2 ; 4) ، B(-3; -1 ; 7) ، A(2; 1 ; 3)

1.أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

2. ليكن (d) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(t \in R)$ $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$

أ) بيّن أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3. لتكن H النقطة المشتركة للمستقيم (d) والمستوي (ABC).

أ) بيّن أن النقطة H مرجح الجملة $\{ (A;-2),(B;-1),(C;2) \}$

ب)عيّن طبيعة المجموعة(Γ_1) للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$$\left(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = 0$$

وحدد العناصر المميزة

جــ) عيّن طبيعة المجموعة(Γ_2) للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$$\left\| -2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right\| = \sqrt{29}$$

وحدد العناصر المميزة

د) عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2)$.

هــ) هل النقطة S(-8; 1 ; 3) تنتمي للمجموعة $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2)$.

التمرين (12) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة B(1; -2 ; 1) و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.والمستوي (R) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x + 2y - 7 = 0$.

أ- بيّن أن المستويين (P) و(R) متعامدان.

ب- برهن أن تقاطع المستويين (P) و(R) هو المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة(C(-1; 4 ; -1 وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;-1;1)$.

جــ) لتكن النقطة A(5; -2 ; -1) . احسب بعد النقطة A عن المستوي (P) ثم بعد النقطة A عن المستوي (R) .

د) عيّن بعد النقطة A عن المستقيم (Δ).

2. أ) من أجل كل عدد حقيقي t ، نعتبر النقطة $M_t(1+2t;3-t;t)$.

- عيّن بدلالة t الطول AM_t .ونرمز لهذا الطول بـــ $j(t)$.ونعرف الدالة j من R في R .

ب) ادرس إتجاه تغير الدالة j واستنتج القيمة الحدية الصغرى لها .

جــ) فسّر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (13) : A ، B ، C ثلاث نقط من الفضاء ، ليست على استقامة واحدة . k عدد حقيقي من المجال [-1 ; 1] . G_k مرجح الجملة $\left\{\left(A;k^2+1\right),\left(B;k\right);\left(C;-k\right)\right\}$.

1) مثل النقط A ، B ، C و I منتصف [BC] ثم أنشئ النقطتين G_1 و G_2

2) a) بين أنه من أجل كل k من المجال [-1 ; 1] لدينا : $\overrightarrow{AG_k}=\dfrac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

b) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال [-1 ; 1] كما يلي : $f(x)=\dfrac{-x}{x^2+1}$

c) استنتج مجموعة النقط G_k لما k يمسح المجال [-1 ; 1]

3) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

5) الفضاء منسوب الآن إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقط A ، B ، C تأخذ الإحداثيات (2 ; 0 ; 0) ، (1 ; 2 ; -1) و (5 ; 2 ; -1) على الترتيب.

a) عين إحداثيات G_1 و G_2 ، تحقق أن (E) و (F) يتقاطعان.

b) أحسب نصف قطر الدائرة (C) تقاطع (E) و (F) .

التمرين (14) (**أسئلة متعددة الاختيارات**) كل سؤال يتضمن أربع اختيارات من بينها اختيار واحد صحيح ، عيّنه مبررا إجابتك . الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث : $\begin{cases}2x-6y+2z-7=0\\-x+3y-z+5=0\end{cases}$ هي :

ج1:مجموعة خالية ، ج2) مستقيم ، ج3) مستوي ، ج4) نقطة

2) المستقيمان الممثلان وسيطيا كما يلي : $\begin{cases}x=1-t\\y=-1+t\quad(t\in\mathbb{R})\\z=2-3t\end{cases}$ و $\begin{cases}x=2+t\\y=-2-t\quad(t\in\mathbb{R})\\z=4+2t\end{cases}$

ج1: متوازيان تماما ، ج2: متطابقان ، ج3: متقاطعان ، ج4) :ليسا من مستوي واحد

3) المسافة بين النقطة $A(1;-2;1)$ والمستوي الذي معادلته : $-x+3y-z+5=0$ هي :

ج1: $\dfrac{3}{11}$ ، ج2) : $\dfrac{3}{\sqrt{11}}$ ، ج3: $\dfrac{1}{2}$ ، ج4: $\dfrac{8}{\sqrt{11}}$

4) إحداثيات H المسقط العمودي للنقطة $B(1;6;0)$ على المستوي الذي معـــــــــادلته: $-x+3y-z+5=0$ هي :

ج1: $(3;1;5)$ ، ج2: $(2;3;1)$ ، ج3: $(3;0;2)$ ، ج4: $(-2;3;-6)$

إعداد الأستاذ حليلات عمار

التمرين (15) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط:
$A(2;1;-1)$, $B(-1;2;4)$,$C(0;-2;3)$,$D(1;1;-2)$ و المستوي (P)
الذي معادلته: $x-2y+z+1=0$

- في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبررا ذلك .

1) النقط A ، B و C تعين مستوي ، 2) المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P)

3) معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) هي : $x+8y-z-11=0$

4) المستقيم (AC) له تمثيل وسيطي الجملة التالية : $(k\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2k \\ y=2+3k \\ z=3-4k \end{cases}$

5) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان ، 6) بعد النقطة C عن المستوي (P) يساوي $4\sqrt{6}$

7) سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ مماسة للمستوي (P)

8) النقطة $E\left(-\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P)

التمرين (16) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبرالنقط $A(1;1;0)$ ، $B(1;2;1)$ و $C(3;-1;2)$

1- تحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x+y-z-3=0$

2- نعتبر المستويين (P) و (R) المعرفيين على الترتيب بالمعادلتين :
$x+2y-z-4=0$ و $2x+3y-2z-5=0$

- بيّن أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي هو : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$

3- ادرس تقاطع المستويات (P) ، (R) و (ABC)

4– عيّن بعد النقطة A عن المستقيم (D) .

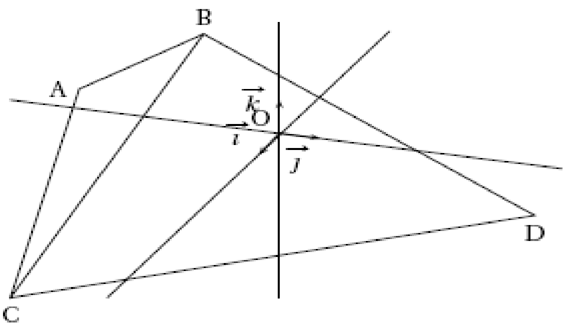
التمرين (17) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط:
$A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$ ، $D(4;-2;5)$ و الشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$.

1. أ) أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.
ب) بيّن أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .
ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2. (Δ) مستقيم معرف بالتمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

- برهن أن النقطة D تنتمي للمستقيم (Δ) و أن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC).
3. لتكن النقطة E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)
-برهن أن النقطة E مركز ثقل المثلث ABC .



التمرين (18) الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.نعتبر النقط A(3 ; -2 ; 2) ، B(6 ; 1 ; 5) ، C(6 ; -2 ; - 1)

I) 1) بين أن المثلث ABC قائم .
2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته : $x+y+z-3=0$. بين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) و يمر من النقطة A .
3) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل A .
- أكتب معادلة ديكارتية لــ (P')
4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) مستقيم تقاطع (P) و (P') .

II) 1) لتكن D النقطة ذات الاحداثيات $(0;4;-1)$، بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)
2) أحسب حجم رباعي الوجوه ABDC
3) بين أن قيس الزاوية $B\hat{D}A$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان
4) أ) أحسب مساحة المثلث BDC
ب) استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BDC)

التمرين (19) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ ، $C(2;0;0)$ و نسمي I منتصف القطعة $[BC]$ و G مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B و C و النقطة H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .

- في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبرهنا عن اختيارك .

1°) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\vec{AM}.\vec{BC}=0$ هي المستوي (AIO).

2°) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\|\vec{MB}+\vec{MC}\|=\|\vec{MB}-\vec{MC}\|$ هي سطح الكرة التي قطرها $[BC]$.

3°) حجم رباعي الوجوه $OABC$ يساوي 4 وحدة حجوم .

4°) $2x+y+2z=4$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) وإحداثيات النقطة H هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$

5°) المستقيم (AG) يقبل التمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2-2t \end{cases}$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (20) $ABCD$ رباعي وجوه بحيث المثلثات ABC ، ABD و ACD قائمة في A ومتساوية الساقين بحيث : $AB = AC = AD = a$. نسمي A_1 مركز ثقل المثلث BCD .

1) برهن أن المستقيم (AA_1) يعامد المستوي (BCD) . (يمكنك حساب $\vec{AA_1}.\vec{CD}$ و $\vec{AA_1}.\vec{BC}$)

2) عبر بطريقتين مختلفتين عن حجم رباعي الوجوه $ABCD$ ، احسب طول القطعة $[AA_1]$.

3) نسمي النقطة G مركز المسافات المتساوية لرباعي الوجوه $ABCD$ و I منتصف $[BC]$.

أ) برهن أن النقطة G تنتمي للقطعة $[AA_1]$ و احسب الطول AG .

ب) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء بحيث يكون :

$$\left\|\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}\right\| = 2\left\|\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$$

4) النقطة H نظيرة النقطة A بالنسبة للنقطة G

أ) برهن أن : $4\vec{GA}+\vec{AC}+\vec{AD}=\vec{BA}$.

ب) برهن المساواة : $HC^2 - HD^2 = \vec{DC}.\vec{BA}$ ثم استنتج أن $HC = HD$

التمرين (21) نعتبر رباعي الوجوه OABC حيث OAB، OAC و OBC مثلثات قائمة في O و OC=OB=OA=1، [CI] إرتفاع في المثلث ABC، [OH] إرتفاع في المثلث OIC .

1- ما طبيعة المثلث ABC؟ أحسب الطول AB.

2- أثبت أن المستقيمان (OH)و(AB) متعامدان و أن H ملتقى الارتفعات في المثلث ABC .

3- أرسم المثلث OCI بعد حساب الأطوال OIو CI (الوحدة هي طول OC) ، عين .H

4. أ). عين الطول OH في المثلث OCI.

ب). أحسب V حجم رباعي الوجوه OABC ثم S مساحة ABC .

ج) أوجد علاقة بين S،Vو OH ثم تحقق من النتيجة 4-أ).

5.نعتبر النقطة D المعرفة بالعلاقة $\vec{OD}=\vec{HO}$ ثم نسب الفضاء إلى المعلم $\left(O;\vec{OA};\vec{OB};\vec{OC}\right)$

أ). بين أن إحداثيات النقطة H هي $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. ب). بين أن رباعي الوجوه ABCD منتظم.

ج). لتكن Ω مركز سطح الكرة الداخلية للرباعي ABCD

بين أن Ω نقطة من المستقيم (OH) وأحسب إحداثياتها.

الهدية

بطاقة تعزية ورثاء لحال الأمة

الى كل الشهداء الذين ضمخوا بدمائهم أرض الإسراء والمعراج أقول لهم ما قاله رب العزة(سلام عليكم بما صبرتم فنعم عقبى الدار) صدق الله العظيم ، والخاسرون الحقيقيون هم الذين تقاعسوا وقعدوا عن نصرة إخوانهم في فلسطين الجريحة وبغداد الأسيرة ،(ولا تحسبن الله غافلا عما يعمل الظالمون) صدق الله العظيم .

إعداد الأستاذ
حليلات عمار