حلول تمارين الكتاب

المدرسي الرياضيات

السنة الثالثة

متوسط

المثلثات

نشاط 1 ، 2 من صفحة 123

1) الوضعية النسبية للمستقيمين (M'L') و (L M)

متوازيين

القطعتين [L' M'] و [M L] لهما نفس الطول.

2)

(إن الرباعي "AC'CC متوازي أضلاع لأن B' هي

مركز تناظر له

إذن "AC'= CC و("CC) // (AC')

إن الرباعي "AC'CC متوازي أضلاع لأن الصلعين

[CC"] و [BC'] فيه متوازيان ومتقايسان

إذن C'C"= BC و("C'C) / / (BC)

بما أن (C'C") / / (BC) و أن B' منتصف [C'C"]

فإن (BC) / / (C'B')

بما أن BC=C'C" وأن B' منتصف [C'C"] فإن

($C'B' = \frac{1}{2} \times C'C''$

إتمام الخاصية

في مثلثABC إذا كانت C' منتصف الضلع [AB]

و كانت النقطة B' منتصف الضلع [AC] فإن:

$B'C' = \frac{1}{2} \times BC$ و (B'C') / / (BC)

ABC مثلث فيه BC = 6cm و M منصف [AB] و Nمنتصف [AC]

(Δ) مستقيم يشمل النقطتين M وN ويوازي (BC) أحسب MN؟

نشاط 3 ص123 و ص 124

ـ لا يمكن رسم أكثر من مستقيم واحد يشمل 'B ويوازي (BC)

ـ التلميذ سامي هو الذي استعمل الخاصية التي برهنت في النشاط السابق

ـ الرسم الصحيح هو رسم سامي لأن المستقيم (d)

الموازي (BC)المطلوب كان عند سامي لأنه أعتمد على النظرية السابقة

ـ المطلوب من التلاميذ كتابة نص الخاصية التي تمكنا من استخراجها من هذا النشاط

اذا كان ABC مثلث فيه E منتصف [AB] وF منتصف [AC] بحيث (EF) / / (CB) فماذا تستنتج ؟

حل تمرين 3 ص 130

طول [F'E'] يساوي نصف طول [EF]

لأن E'منتصف [GF] ...... معطيات

و F' منتصف [EG] ....معطيات

وحسب النظرية فإن (E'F') / / (EF)

و$EF = \frac{1}{2}$ E'F'

حل تمرين4 ص 130

لدينا : 'P منتصف [TP] ...... معطيات

'S منتصف [TP] ....معطيات

حسب النظرية فإن ('S'P) / / (SP)

و $SP\ \frac{1}{2}= S'P'$ ومنه $S'P' = \frac{21}{2}$

إذن S'P' = 10.5 cm

حل تمرين 8 ص 130

إثبات أن الرباعي'DP'D'H متوازي أضلاع

لدينا PHD مثلث فيه

'D منتصف [PH] و 'H منتصف [PD]

فإن ('H'D) / ./(DH) أي ('D'H) / ./ ('DP) 1

PDH مثلث فيه'P منتصف[DH] و'Dمنتصف[PH] إذن ('D'P) / / (PD) أي ('D'P) / / (H'D) 2

من 1و 2 ينتج أن الرباعي'DP'D'H متوازي أضلاع

- **حساب**'H'D

$HD\ \frac{1}{2}= H'D'$ أي $3 \times \frac{1}{2}= H'D'$ ومنه

H'D'=1.5

*** حساب** DP

لدينا: $DP\ \frac{1}{2}= D'P'$ أي DP= 2 D'P'

لكن D'P'=2 فإن DP = 4

***حساب** 'P'H

P'H'= 2.5

حل تمرين 9 ص 130

- بما أن : (EF) يشمل E منتصف [AR] ويوازي (LR) وحسب النظرية العكسية فإن F منتصف [AL]

حل تمرين 10 ص130

AEB مثلث فيه (OI) / / (EA) و O منتصف [AB]

حسب النظرية العكسية فـ'ن I منتصف [BE]

حل تمرين 11 ص130

محيط المثلث A'B'C'= A'B' +A'C'+B'C'

لكن : $A'B' = \frac{1}{2}AB$ و $A'C' = \frac{1}{2}AC$ و $B'C' = \frac{1}{2}BC$

فإن $A'B'+A'C'+B'C' = \frac{1}{2}(AB+AC+BC)$ أي

محيط المثلث A'B'C' نصف محيط المثلث ABC

إذن إجابة أحمد صحيحة

* وإجابة جمال أيضا صحيحة لأن :

- مساحة المثلث ABC = $\frac{AB+AC}{2}$

- مساحة المثلث A'B'C' = $\frac{A'B'+A'C'}{2}$

أي . مساحة المثلث A'B'C' = $\frac{\frac{ACxAB}{4}}{2}$ أي

$\frac{1}{4} \times \frac{ACxAB}{2}$

ومنه مساحة المثلث A'B'C' ربع مساحة المثلث ABC

نشاط 1 من صفحة 126

المثلث "OO'O فيه

B منتصف ["OO] و A منتصف[OO']

فإن (AB) / / ("OO) وبما أن (AB) / /(DC)

فإن ("O'O) / / (DC)

نشاط 2 **من صفحة** 126

المثلث ENHمثلث فيه Mمنتصف[NH] و (MF) / / (EH) وحسب النظرية العكسية فإن

F منتصف [EN]

مناقشة تمرين 4 من صفحة 122

(1

ST	RS	RT	
4	4.5	3	أطوال أضلاع المثلث RST
3.2	3.6	2.4	أطوال أضلاع المثلث REE'
RE	E'E	RE'	

ST	RS	RT	
4	4.5	3	أطوال أضلاع المثلث RST
2.4	2.7	1.8	أطوال أضلاع المثلث REE'
EE'	RE'	RE	

(2

AP = 3.7 ;
AP' = 2.2
;KP=2.6

ST	RS	RT	
4	4.5	3	أطوال أضلاع المثلث RST
0.8	0.9	0.6	أطوال أضلاع المثلث REE'
EE'	RE'	RE	

AK = 4.3 ; AK' =2.6; K'P'= 1.6

$$\frac{AP'}{Ap} = 0.6 \text{ ،} \frac{AK'}{AK} = 0.6 \text{ ،} \frac{K'P'}{KP} = 0.6$$

نلاحظ أن

$$\frac{AP'}{AP} = \frac{AK'}{AK} = \frac{K'P'}{KP} = 0.6$$

نشاط 1و 2 ص 126

ـ نقل الشكل

TE = 1.8 ; EP = 7.8

(استعمال الرابع المتناسب وحل المعادلات)

نبيّن أن $AC \; AD = \frac{2}{3}$

حسب النظرية :

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{CB} = \frac{1.8}{2.7} = \frac{2}{3}$$

إذن :

$$\frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$$

حساب AC

لدينا $\frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$

$$AC \times 2 = AD \times 3$$

$$AC = \frac{3}{2} AD$$

$$AC = \frac{3}{2} \times 2.6$$

ومنه $AC = 3.9$

حساب DE

$\frac{DE}{3.3} = \frac{2}{3}$ أي $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$

ومنه : $3 \times DE = 2 \times 3.3$

أي : $DE = 2.2$

مناقشة قوّم مكتسباتك ص 129

1) $(AB) // (IJ) // (\Delta)$
I منتصف [AD] و J منتصف [AC]

إذن : $IJ = \frac{1}{2} CD$ (الثالثة)

2) $(EF) // (MG)$ إذن :

$\frac{OF}{OH} = \frac{OE}{OG}$ (الأولى)

3) I نقطة من [KM] و $(d) // (KL)$
إذن : **(d) يقطع [ML] في منصفه** (الثالثة)

4) M نقطة من [RS] و N نقطة من [RT]
إذن : **لا يمكن استنتاج شيء** (الثالثة)

5) $(RS) // (PT)$ إذن : $\frac{1.5}{4.5} = \frac{1}{1+y}$
(الثانية)

6) Eمنتصف [AC] و D منتصف [AB]
إذن : $FG = \frac{1}{2} CB$ (الثالثة)

7) $(MN) // (KL)$ إذن :

$\frac{OK}{OM} = \frac{OL}{ON}$ (الثانية)

8) $(IH) // (EF)$ إذن : $x = 4.5$

(الثانية)

مسألة 26 ص133

إثبات إن الزاوية $A\hat{D}E$ قائمة :

ABC مثلث فيه E منتصف [CB] وD منتصف [CA] حسب نظرية مستقيم المنتصفين فإن (ED) / / (AB)

و بما أن (AB) ⊥ (AC) فإن (ED) ⊥ (AC)

أي الزاوية $A\hat{D}E$ قائمة

إثبات أن الرباعي ABCD مستطيل :

لدينا : AD = AC .... (بالتنصيف)

و D'B = CD...... (بالتناظر المركزي)

إذن : D'B = AD .....(1)

ولدينا : $ED = \frac{1}{2} AB$ ......نظرية

و ED = ED'

إذن : AB = D'D ....(2)

من (1) و (2) ينتج أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع وفيه الزاوية $B\hat{A}C$ قائمة فهو مستطيل

مسألة 30 ص 133:

حساب طول القطعة[BD]

المثلث ABD فيه C نقطة من [AD] وO نقطة من [AB] و (OC) / / (BD) إذن :

$$\frac{OC}{BD} = \frac{AO}{AB} = \frac{AC}{AD} \text{ ومنه } \frac{OC}{BD} = \frac{AO}{AB}$$

أي $\frac{1.5}{BD} = \frac{1.5}{3}$ ومنه BD = 3

إثبات أن (BD) // (OC)

المثلث ADB فيه C منتصف [AD] و O منتصف[AB] وحسب نظرية مستقيم المنصفين فإن

(OC) // (BD)

حساب EF و DF

بعد تطبيق نظرية المثلثين المعينان بمستقيمين متوازيين ويقطعهما قاطعان غير متوازيين

نجد : $\frac{BD}{EF} = \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF}$

لدينا $\frac{BD}{EF} = \frac{AB}{AE}$ ومنه $\frac{3}{EF} = \frac{3}{4.5}$

أي EF = 4.5

ولدينا $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF}$ أي $\frac{3}{4.5} = \frac{5.6}{AF}$

ومنه $3AF = 5.6 \times 4.5$ ومنه AF =8.4 أي DF = AF – AD ومنه DF =2.8

<u>نشاط 1 ، 2 ص 136</u>

(1) 1) نلاحظ بعد استعمال الورق الشفاف لمقارنة المثلثين RIF و JOL أنهما منطبقان

2) نقول عن مثلثين قابلان للتطابق أنهما متقايسان

كل عنصرين متماثلين في هذين المثلثين قابلين للتطابق

- المثلثان FKL و LKI متقايسان

3) المثلثان ELJ و RID غير متقايسان لأنهما غير قابلان للتطابق

(2) 1) المثلثين ABC و EFG متقايسان

المثلثين ABC و DHI غير متقايسان

أوجه التشابه في الحالة (أ) و(ب) هي الزاوية التي قيسها °60 محصورة بين ضلعين في المثلثينABC وEFG وأوجه الاختلاف في المثلثDHI الزاوية التي قيسها °60 غير محصورة بين ضلعين

2) المثلثين LKJ و MNO متقايسان

المثلثينLKJ و RST غير متقايسان

أوجه التشابه في الحالة (جـ) و (د) الضلع محصور بين زاويتين في المثلثين LKJ وMNOوأوجه الاختلاف هو أن الضلع غير محصور بين زاويتين في المثلث RST

3) المثلثان PUZ و WYX فيهما

PU = WX = 2cm , PZ = WY = 3cm

UZ =XY = 4cm فهما متقايسان

نشاط 3 و 4 ص 137

(3) - المثلثين غير متقايسين

- يجب إضافة طول ضلع محصور بين زاويتين كي يرسم عزوز وبلال مثلثين متقايسين

(4) المثلثان متقايسان في الحالتين (استعمال ورق شفاف)

استنتاج :

- يتقايس مثلثان قائما ن إذا تقايس بينهما الوتر و ضلع قائم .
- يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس بينهما الوتر و زاوية حادة

حل تمرين 2 ص 148

1) إنشاء المثلث A'B'C' حسب المعطيات الواردة

المثلثان ABC و A'B'C'ليس متقايسان لأن الزاوية $\hat{B'}$ ليس محصورة بين [A'B'] و [A'C']

حل تمرين 3 ص148

1) المعلومات الواردة في الشكل هي

[AB] قطعة مستقيم ، النقطة O منتصفها و(Δ) محورها . M نقطة من المستقيم (Δ)

2) MA = MB لأن M نقطة من (Δ) محور [AB]

* نوع المثلث MAB مثلث متساوي الساقين لأن

MA =MB

3) المثلثان MAO و MOB فيهما

* MA = MB ....معطيات

*[MO] ضلع مشترك

*OA = OB ....معطيات

فالمثلثان MAO و MOB متقايسان

حل تمرين 6 ص 148

المثلثان AIO و IBO قائمان فيهما

* [OI] وتر مشترك

* $A\hat{O}I = B\hat{O}I$ ......بالتنصيف

فالمثلثان متقايسان

نشاط 1 ص 138

1) المستقيم (d1) هو محور الضلع [BC] يعني أن (d1) عمودي على [BC] في منتصفها

2) المستقيم (d2) هو حامل الارتفاع [AH] المتعلق بالضلع [BC] يعني أن : (d2) يشمل الرأس A و يعامد الضلع المقابل [BC]

3) نصف المستقيم [AX) منصف للزاوية $\hat{A}$ يعني أن [AX) يشمل الرأس A و يقسم الزاوية $\hat{A}$ إلى زاويتين مقايستين

4) المستقيم (d3) هو حامل المتوسط المتعلق بالضلع [BC] يعني أن : (d3) يشمل الرأس A وينصف الضلع المقابل [BC]

نشاط 2 ص 138

1) **ملاحظة :** المحاور تتقاطع في نقطة واحدة

المثلث EFG محاوره تتقاطع في نقطة واحدة تقع خارج المثلث

2) الأعمدة تتقاطع في نقطة واحدة و في المثلث EFG نقطة تقاطع الأعمدة خارج المثلث

3) المتوسطات في المثلث تتقاطع في نقطة واحدة

4) منصفات الزوايا في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة

نشاط 1 ص 142

1) لدينا O نقطة من محور [DE]

إذن OD = OE ....(1)

لدينا O نقطة من محور [EF]

إذن OE = OF ......(2)

من (1) و (2) نجد OD =OF أي أن O نقطة من المحور الثالث

2) مما سبق ينتج أن OE =OF =OD

إذن النقطة O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث DEF

3) نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لمثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث

نشاط 5 ص 143

1) رسم الشكل ونقله من الكتاب

2) استعمال نظرية مستقيم المنتصفين للبرهان على أن كل ضلع من المثلث ABC يوازي ضلعا من المثلث A'B'C'

3) إنشاء محاور المثلث A'B'C'

يمثل هذه المحاور بالنسبة للمثلث ABC أعمدة وهي تتلاقى في نقطة واحدة

نشاط 2 ص 142

1) نصف المستقيم [OU) منصف الزاوية $x\hat{o}y$

2) يمثل كل من MA و MB بالنسبة الى ضلعي الزاوية $x\hat{o}y$ المسافة بين M و ضلعي هذه الزاوية

3) المثلثان OAM و OBM قائمان فيهما

[OM] وتر مشترك

$M\hat{O}A = M\hat{O}B$ .... بالتنصيف

فالمثلثان OAM وOMB متقايسان

إكمال النص :

تبعد كل نقطة M من منصف زاوية بنفس البعد عن ضلعي هذه الزاوية

نشاط 3 ص 142

1) المثلثان RNH و RIN قائمان فيهما

[RN] وتر مشترك

NH = NI.........معطيات

فالمثلثان متقايسان

2) يمثل نصف المستقيم [RN) بالنسبة للزاوية $S\hat{R}T$ منصفها لأن $N\hat{R}T = H\hat{R}N$ استنتاجا من البرهان السابق

3) كل نقطة N تبعد بنفس البعد عن ضلعي زاوية هي نقطة من منصف هذه الزاوية

نشاط 4 ص 142

1) I تبعد نفس البعد عن ضلعي الزاوية [EF] و[EG] ....(1)

I تبعد نفس البعد عن ضلعي الزاوية [EF] و[FG]

.................(2)

من (1) و(2) نجد I تبعد نفس البعد عن [EG] و[GF] أي النقطة I نقطة من منصف الزاوية الثالثة

2) إنشاء الشكل حسب المعطيات الواردة

ـ نلاحظ أن الدائرة مرسومة داخل المثلث و أن النقطة I مركزها

إتمام النص :

نقطة تلاقي المنصفات الثلاثة لزوايا مثلث هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث

<u>**نشاط** 6 ص 143</u>

1) رسم الشكل حسب المعطيات الواردة

2) إنشاء النقطتين 'A" , A

3) الرباعي AB"CG متوازي أضلاع لأن قطراه متناصفان

الرباعي 'GCA"B متوازي أضلاع لأن قطراه متناصفان

ـ الرباعي AB"A"B متوازي أضلاع لأن فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

4) لدينا (CG) // (A"B) لأن الرباعي GCA"B

متوازي أضلاع وبما أن C,G,C' على إستقامة واحدة فإن (GC') // (BA")

5) لدينا "ABA مثلث فيه G منتصف ["AA]

و (GC') // (B"A) حسب النظرية العكسية لمستقيم المنتصفين فإن 'C منتصف [AB]

إذن (CC') هو حامل المتوسط المتعلق بالضلع [AB] ويشمل G

- لدينا G منتصف [AA"] ...(1)

و 'Aمنتصف [GA"] ....(2)

من (1) و (2) نجد $A'G = AG\frac{1}{2}$ وهذا يعني أن

$A'G = AA'\frac{1}{3}$ ومنه $AG = \frac{2}{3}AA'$ وبنفس الطريقة نجد : $CG=CC'\frac{2}{3}$ ، $BG=BB'\frac{2}{3}$

إتمام النص :

المتوسطات الثلاثة في مثلث تتلاقى في نقطة واحدة

G تسمى مركز ثقل المثلث ويحقق

$AG=AA'\frac{2}{3}$ ،$BG=BB'\frac{2}{3}$ ،$CG=CC'\frac{2}{3}$

نشاط 7ص143

مركز الثقل نقطة تقاطع المتوسطات

مناقشة وحل الأسئلة الواردة في صفحة 147

1) ABC مثلث حيث AC = 5 cm ; AB = 4 cm

و $\hat{A} = 75°$ المثلثان ABC و'A'B'C متقايسان في حالة : B'A' = 5 cm ; B'C' = 4cm و $\hat{B'} = 75°$

2) النقطة H في المثلث ABC هي مركز ثقل المثلث

3) طول [A'L'] في المثلث ALI يساوي $AL\frac{1}{2}$

4) CASE متوازي أضلاع مركزه O نظيرة G بالنسبة الى O هي 'G

5) SBN مثلث متقايس الأضلاع مساحة 'S'B'N تساوي $\frac{1}{4}$ مساحة SBN

6) نقطة G في المثلث SBN هي نقطة تلاقي كل المستقيمات الخاصة

7) FER مثلث قائم في E الطول OE يساوي نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث FER

8) المثلثان 'ABB و 'ACC متقايسان

حل تمرين 15 ص 150

* في مثلث متساوي الساقين ABC محور القاعدة [BC] هو منصف $\hat{B}$ خطأ

* يكفي أن تتطابق زوايا مثلثين لاستنتاج تقايس المثلثين

خطأ * تتطابق محاور الأضلاع و المتوسطات ومنصفات الزوايا في المثلث القائم خطأ

* طول أي ضلع في مثلث هو أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين صحيح

* في المثلث ABC القائم في $\hat{A}$ محور الوتر [BC] هو المتوسط المتعلق بالضلع [BC] خطأ

* في مثلث متساوي الساقين ABC حيث AB = AC

طولا المتوسطين المتعلقين بالضلعين [AB] و[AC] مختلفان خطأ

* مركز ثقل مثلث هو نقطة تلاقي محاوره خطأ

حل تمرين 14 ص 149

رسم الشكل حسب المعطيات الواردة

ـ المثلث ABC قائم في $\hat{A}$ ومتساوي الساقين

ـ المثلثان BIO وOJC قائمان فيهما

OC = OB*... لأن O منتصف [BC]

* JC = BI....إستنتاجا من المعطيات

فالمثلثان BIO وOJC متقايسان

حل تمرين 19 ص 150

* توجد مثلثات قائمة ومتساوية الساقين في آن واحد **صحيح**

* اذا كان محور ضلع مثلث منصفا للزاوية المقابلة له فهو متوسط لهذا الضلع **صحيح**

* اذا كان إرتفاع في مثلث محورا فهو منصف زاوية الرأس الذي يشملها **صحيح**

* اذا كان لمثلث محورا تناظر فهو ليس قائما **صحيح**

* اذا كان قطر دائرة محيطة بمثلث هو أحد أضلاع هذا المثلث فالمثلث متقايس الأضلاع **صحيح**

حل تمرين 20 ص 150

المثلثان BEF وCDN فيهما

بالتبادل الداخلي..... $D\hat{C}E = B\hat{F}E$

إستنتاجا...... $C\hat{N}D = E\hat{B}F$

إستنتاجا......... CN = BF

فالمثلثان متقايسان

حل تمرين 7 ص 148

* المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين لأن

AB = AC

* المثلثان MOI و ION فيهما

IN = IM

[IO] ضلع مشترك

$M\hat{I}O = N\hat{I}O = 90°$

فالمثلثان متقايسان

* المستقيم (AO) يمثل بالنسبة الى الشكل محور تناظر

* لحساب مساحة الشكل

نحسب مساحة المثلث ABC

$S_1 = \frac{BCxAI}{2} = \frac{2x2.5}{2} = 2.5cm^2$

نحسب مساحة المثلث MNO

$$S_2 = \frac{MNxIO}{2} = \frac{5x2}{2} = 5cm^2$$

وعليه مساحة الشكل كله

$S = S_1 + S_2$ ومنه $S = 2.5 + 5$

ومنه $S = 7.5\ cm^2$

حل التمرين 8 ص 149

إنشاء المثلث ABC حيث ; AC =5 cm

BC = 4 cm ; AB = 6 cm

* المثلثان ABI و AIC ليس متقايسان لأن

$AC \neq AB$ أي $5 \neq 6$