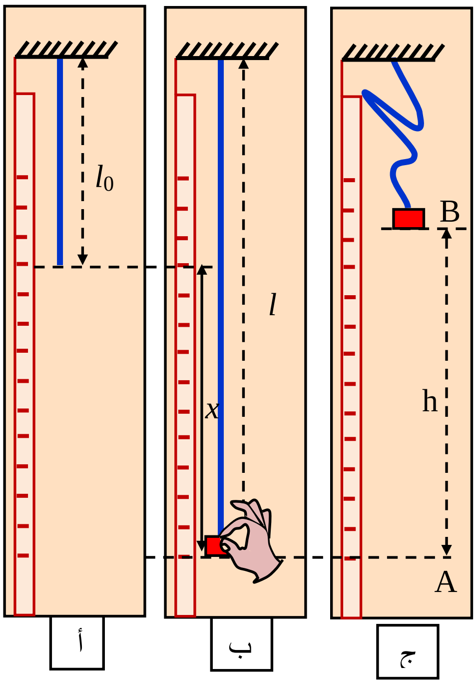
المجال (I) : الطاقة .

الوحدة ④: الطاقة الكامنة :

● **الكفاءات المستهدفة :**

- **يكشف عن مختلف أشكال الطاقة و أنماط تحويلها من أجل وضعيات مختلفة و حسب الجملة المختارة .**
- **ينجز كيفيا حصيلة طاقوية و يعبر عنها بالكتابة الرمزية .**
- **يكتب في أمثلة مختلفة المعادلة المعبرة عن إنحفاظ الطاقة .**
- **يفسر مجهريا ظاهرة طاقوية .**



الشكل – 1

3 1°-1) الطاقة الكامنة الثقالية (E_{pp}) :

1°- أ) مقاربة أولية لعبارة الطاقة الكامنة الثقالية:

نشاط 1 : نعلق جسمًا كتلته **M** بواسطة خيط مطاطي .... (الشكل– 1) .

يبين (الشكل – 1 أ) خيطًا مطاطيًا في حالة راحة (غير متوتر) .

1) أسحب الجسم باليد نحو الأسفل حتى يصبح المطاط مستطالاً كفاية ، نسمي هذا الموضع **A** و نعتبره موضعًا مرجعيًا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية (شكل – 1 ب) .

2) حرّر الجسم في لحظة ما و علّم على مسطرة أقصى إرتفاع **h** بالنسبة للموضع المرجعي **A** يبلغه هذا الجسم . نسمي هذا الموضع **B** (شكل – 1 جـ) .

نسمي :

l_0 : الطول الأصلي للمطاط (الشكل – أ).

l : طول المطاط الكلي (الشكل – ب) .

x : إستطالة المطاط أي : $x = l - l_0$.

h : أقصى إرتفاع عن الموضع المرجعي **A** يبلغه الجسم .

أعد التجربة من أجل قيم مختلفة للكتلة **M** و دوّن نتائجك في الجدول التالي :

M (kg)	h (m)	$\frac{1}{M}$	$\frac{1}{M^2}$	$\frac{1}{\sqrt{M}}$
0,100	0,50			
0,150	0,33			
0,200	0,25			

● تحليل نتائج القياس :

1°- مثل الحوصلة الطاقوية للجملة المكونة من المطاط ، الجسم و الأرض بين الموضعين **A** و **B** . (تهمل الطاقة المحولة إلى الوسط الخارجي بفعل الاحتكاك) .

2°- ماهو شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع **A**؟

3°- ماهو شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع **B**؟

4°- ماهو التحول الطاقوي الذي حدث في الجملة بين الموضعين **A** و **B** ؟

5°- هل قيمة هذا التحول هي نفسها في كل الحالات الموافقة لمختلف الكتل ؟ علل .

6°- كيف تتغير قيمة الارتفاع **h** عندما تزداد الكتلة ؟

7°- أرسم المنحنى الممثل لتغيرات الارتفاع **h** بدلالة مقلوب الكتلة ($\frac{1}{M}$) ثم بدلالة مقلوب مربع الكتلة ($\frac{1}{M^2}$) ، ثم بدلالة مقلوب جذر الكتلة ($\frac{1}{\sqrt{M}}$) . ماذا تستنتج ؟

8°- استنتج من السؤال السابق العبارة من العبارات الثلاث التالية : M^2h ، Mh ، Mh^2 التي تناسب التحويل الطاقوي الذي حدث في الجملة في مختلف الحالات .

9°- استنتج عبارة الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} .

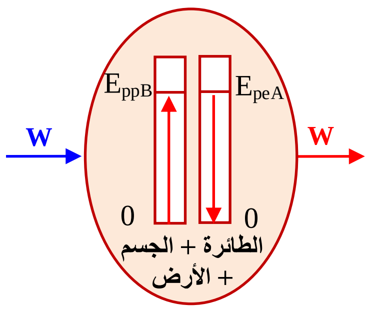
الجواب :

● تكملة الجدول .... لاحظ الجدول المرفق جانبه.

M (kg)	h (m)	$\frac{1}{M}$	$\frac{1}{M^2}$	$\frac{1}{\sqrt{M}}$
0,100	0,50	10	100	3,16
0,150	0,33	6,67	44,4	2,58
0,200	0,25	5	25	2,24

1°- الحوصلة الطاقوية للجملة (**المطاط + الجسم + الأرض**) :

باعتبار المستوى الأفقي المار بالموضع **A** كمستوى ابتدائي مرجعي لقياس الطاقات الكامنة الثقالية (**E_{pp}=0**) و وضع التوازن عند تعليق الجسم بالمطاط كمرجع لقياس الطاقة الكامنة المرونية (**E_{pe}=0**) و بإهمال كل التحولات الطاقوية غير المفيدة يمكن نمذجة الحصيلة الطاقوية للجملة كما في الشكل المقابل .



2°- كما هو موضح بالشكل فإن شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع **A** هو **طاقة كامنة مرونية E_{pe}** .

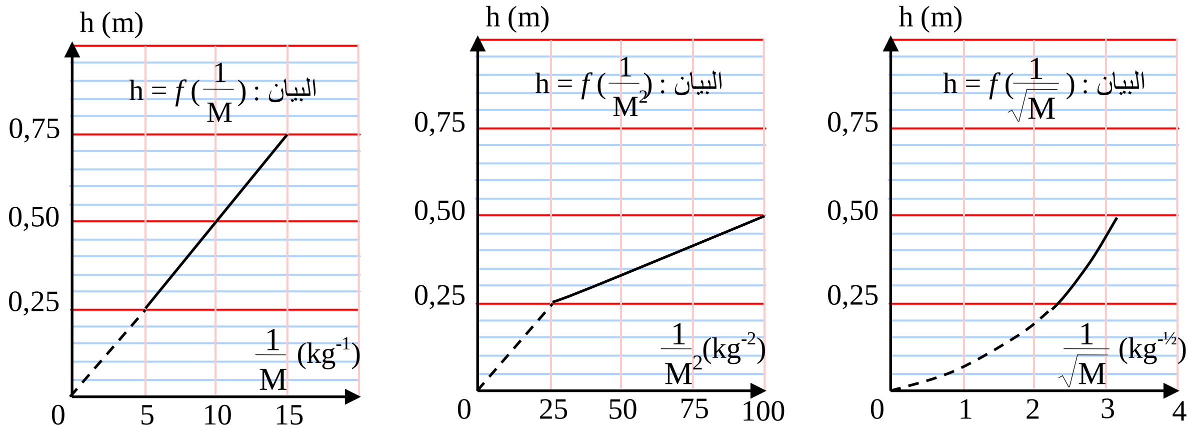
3°- شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع **B** هو **طاقة كامنة ثقالية E_{pp}** .

4°- التحويل الطاقوي الحادث في الجملة بين الموضعين **A** و **B** هو نمط تحويل ميكانيكي **W** (يُحسب بعمل قوة توتر المطاط الذي يُعادل عمل ثقل الجسم) .

5°- نعم قيمة التحويل هي نفسها بالنسبة لجميع الكتل لأنه يتعلق باستطالة المطاط و هي نفسها في جميع التجارب .

6°- بما أن التحويل الطاقوي محفوظ في جميع التجارب ويعادل عمل ثقل الجسم فإن الارتفاع **h** يتناسب عكسًا مع الكتلة **M** .

7°- رسم المنحنيات البيانية : $h = f\left(\frac{1}{M}\right)$ ، $h = f\left(\frac{1}{M^2}\right)$ ، $h = f\left(\frac{1}{\sqrt{M}}\right)$ على الورق الملمتري .



بيانيا نستنتج أن : الارتفاع **h** يتناسب طردًا مع مقلوب الكتلة الموافقة **(1/M)** كما يوضحه البيان : **h = f(1/M)** أعلاه .

8°- مما سبق يتضح أن : $\mathbf{h = C^{te}.(1/M)}$ .... علاقة خطية بين الارتفاع **h** و مقلوب الكتلة **(1/M)** حيث : C^{te} ثابت يمثل الميل " معامل التوجيه " للمستقيم المائل المار من المبدأ : $\mathbf{h = C^{te}.(1/M)}$ بالتالي $\mathbf{Mh = C^{te}}$ = **ثابت** والعبارة المناسبة للتحويل الطاقوي الحادث في الجملة في مختلف الحالات هي العبارة : $\mathbf{Mh = C^{te}}$ = **ثابت** .

9°- مما سبق نستنتج أنه بالنسبة للجسم : $\mathbf{E_A = E_B \Leftrightarrow 0 = E_{pp} - W}$

ولدينا بالتعريف : **W = P.h** ... (عمل الثقل) ⇐ $\mathbf{E_{pp} = W = P.h = P.\ C^{te}.(1/M) = (P/M).Mh = K_{pp}.Mh}$ حيث : $\mathbf{K_{pp} = P/M}$.

● **نتيجة :** استنتج بإكمال الفراغات :

تتعلق الطاقة الكامنة الثقالية لجسم **بكتلته** و **ارتفاعه عن سطح الأرض** وتتناسب طردًا مع المقدار **Mh** وتكون عبارتها من الشكل $\mathbf{E_{pp} = K_{pp}\ .M.h}$ حيث K_{pp} قيمة ثابتة تمثل معامل التناسب .

1°- ب) **تحديد الثابت K_{pp}** (**نشاط - 2**) :

ترك جسم كتلته **M = 0,1kg** يسقط بدون سرعة ابتدائية من حافة طاولة على ارتفاع **h** من سطح الأرض ، يُمثل (الشكل – 2) المقابل تسجيل حركة الجسم . باختيار الجملة (**الجسم + الأرض**) حيث المجال الزمني الفاصل بين كل تسجيلين متتاليين هو : **τ = 0,05 s** .

1°– أحسب سرعة الجسم في المواضع : M_0 ، M_2 ، M_4 ، M_6 ، M_8 وأملأ الجدول التالي :

الموضع	v (m/s)	h (m)	½Mv² (J)	M.h (kg.m)
M_0				
M_2				
M_4				
M_6				
M_8				

2°– أرسم المنحنى الممثل لتغيرات الطاقة الحركية E_c بدلالة المقدار **Mh** .

3°– أكتب معادلة المنحنى و ضعها على الشكل : $\mathbf{E_c = U'_0 - K_1U}$

حيث : $\mathbf{U = Mh}$ ، $\mathbf{U'_0 = K_1\ Mh_0}$.

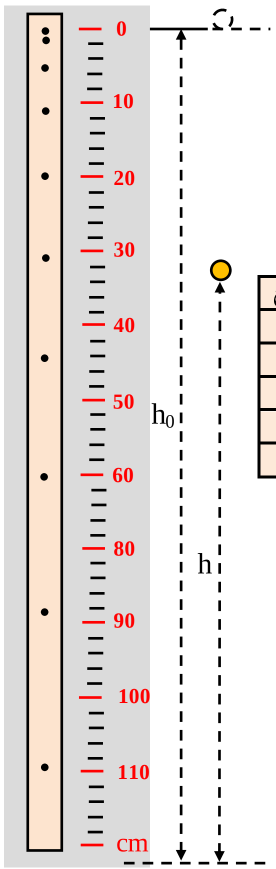
4°– استنتج قيمة : $\mathbf{K_1}$.

5°– تحقق أن معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين الموافقين للارتفاعين **h** ، $\mathbf{h_0}$ تكتب على الشكل : $\mathbf{E_c + E_{pp} = E_{p0}}$

حيث : $\mathbf{E_{p0}}$ هي **الطاقة الكامنة الثقالية** عند الموضع الموافق للارتفاع $\mathbf{h_0}$.

$\mathbf{E_{pp}}$ و $\mathbf{E_c}$ هما على الترتيب **الطاقة الكامنة الثقالية** و **الطاقة الحركية** عند الموضع الموافق للارتفاع **h** .

6°– استنتج العلاقة بين $\mathbf{K_1}$ و $\mathbf{K_{pp}}$ ثم عبارة **الطاقة الكامنة الثقالية** $\mathbf{E_{pp}}$.



الشكل – 2

● **الجواب :**

1°– حساب السرعات : v_0 ، v_2 ، v_4 ، v_6 ، v_8 في المواضع $\mathbf{M_0}$ ، $\mathbf{M_2}$ ، $\mathbf{M_4}$ ، $\mathbf{M_6}$ ، $\mathbf{M_8}$

على الترتيب (لاحظ الجدول الموالي) حيث : $(\frac{m}{s})$ ... $\mathbf{v_i = \frac{M_iM_{i+1}}{\Delta t} = \frac{d_i}{2\tau}}$

ولدينا : **في الشكل :** **11,5 cm → 100 cm**

الموضع	v (m/s)	h (m)	½Mv² (J)	M.h (kg.m)
M_0	0	1,00	0	0,100
M_2	0,870	0,95	0,04	0,095
M_4	1,914	0,80	0,18	0,080
M_6	3,045	0,55	0,46	0,055
M_8	3,915	0,20	0,77	0,020

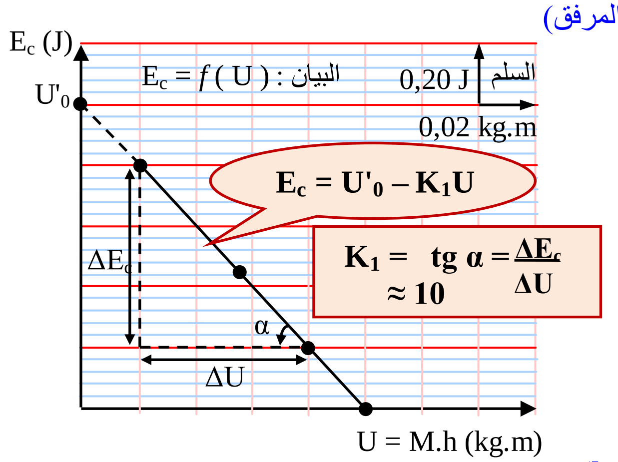
و منه : $1\ cm \rightarrow 8,7\ cm$ .... (سلم الرسم)

∴ $v_0 = 0\ m/s$ لأن الجسم ينطلق من السكون دون سرعة ابتدائية .

كذلك : $v_2 = (1\times 8,7)\times 10^{-2}/(2\times 0,05) = 0,870\ m/s$

وتُحسب بقية السرعات بنفس الطريقة .

● تكملة الجدول :



2°ـ رسم البيان : $E_c = f(U)$ على الورق الملمتري (أنظر البيان المرفق)

حيث : $E_c = 1/2\ Mv^2$ ، $U = Mh$.

3°ـ البيان : $E_c = f(U)$ عبارة عن خط مستقيم مائل لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل : $E_c = K_1(U_0 - U) = U'_0 - K_1U$.

4°ـ الثابت : K_1 هو الميل (معامل التوجيه) قيمته بيانيًا :

$K_1 = 10\ u.I$

كذلك : $U'_0 = K_1Mh_0 = 1\ u.I$ بالتالي : $E_c = U'_0 - K_1U$

∴ $\boxed{E_c = 1 - 10U = 1 - 10\ Mh}$.

5°ـ نظريًا : باعتبار سطح الأرض $(h = 0)$ كمستو ابتدائي مرجعي لقياس الطاقات الكامنة الثقالية $(E_{pp} = 0)$ وباعتبار الجسم يسقط بتأثير قوة ثقله الوحيدة $\vec{P}$ فإن معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين الموافقين للارتفاعين h_0 و h هي :

$\boxed{E_{p0} = E_c + E_{pp}} \Leftrightarrow E_0(h_0) = E(h) \Leftrightarrow 0 + E_{p0} = E_c + E_{pp}$

6°ـ بالرجوع إلى معادلة الانحفاظ : $E_{p0} = E_c + E_{pp}$ ، يكون لدينا : $E_c = E_{p0} - E_{pp} \Leftarrow E_c - 0 = E_{p0} - E_{pp}$

∴ $(E_{pp} - E_{p0}) - = E_c - E_{c0} \Rightarrow \boxed{\Delta E_c = -\Delta E_{pp}}$.

لدينا من التجربة السابقة : $E_{pp} = K_{pp}.Mh = K_{pp}.U$

∴ $E_{p0} = K_{pp}.U_0 \Leftarrow \Delta E_c = -K_{pp}(U - U_0) = E_c - 0$

بالتالي : $E_c = K_{pp}.U_0 - K_{pp}.U$.........(1)

بيانيًا لدينا : $E_c = U'_0 - K_1U$.........(2)

⇐ بالمقارنة بين العلاقتين (1) و (2) نجد : $U'_0 = K_{pp}.U_0 = 1\ J$

كذلك : $\boxed{K_{pp} = K_1 \simeq 10\ N/kg}$.

∴ عبارة **الطاقة الكامنة الثقالية** E_{pp} اعتمادا على ما سبق هي : $\boxed{E_{pp} = K_{pp}.Mh = K_1.Mh = 10Mh}$.

● **نتيجة** : استنتج بإكمال الفراغات :

عندما يكون جسم كتلته **M** على ارتفاع **h** من سطح الأرض **(h = 0)** ، وباختيار الجملة (**الجسم** + **الأرض**) تكون الطاقة الكامنة الثقالية للجملة $E_{pp} = M.g.h$.

● نتائج & ملاحظات :

1°- إن الثابت : $K_{pp} = K_1 = g$ هو **تسارع الجاذبية الأرضية** على سطح الأرض و قيمته تُعادل تقريبًا : **10 N / kg** (في **الجزائر العاصمة**) :

g = 9,80 N/kg وفي العاصمة الفرنسية **باريس** : (**g = 9,81 N/kg**) .

2°- كما أسلفنا : $\Delta E_c = -\Delta E_{pp} \Leftrightarrow E_c - E_{c\,0} = -(E_{pp} - E_{pp0}) \Leftrightarrow$

$E_c + E_{pp} = E_{c\,0} + E_{pp0} \Leftrightarrow E = E_0$.

3 2°- **الطاقة الكامنة المرونية و الفتلية** (E_{pe}) :

2°- 1) **الطاقة الكامنة المرونية**:

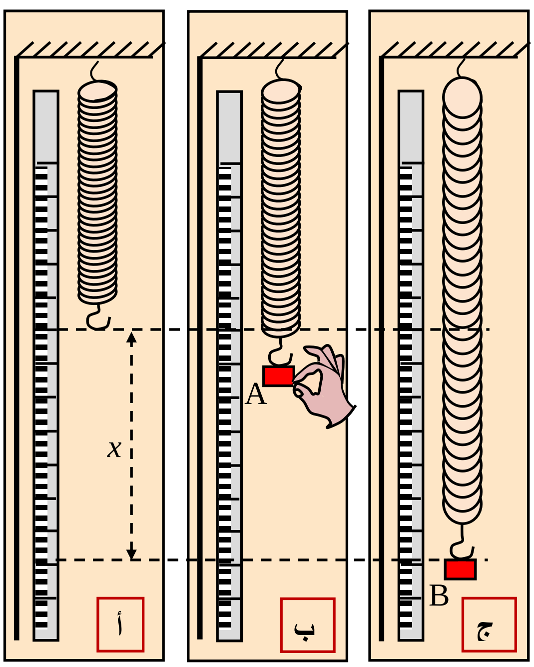
2°- 1 / أ) **مقاربة أولية لعبارة الطاقة الكامنة المرونية(نشاط - 1)** :

نربط جسمًا كتلته **M** إلى أحد طرفي نابض طويل ، ثم نتركه يسقط من الموضع **A** بدون سرعة ابتدائية فيستطيل النابض حتى الموضع **B** أين تنعدم سرعة الجسم و يستطيل النابض بالمقدار x (الشكل – 3 جـ) .

1°- مثل الحوصلة الطاقوية للجملة المكونة من النابض ، الجسم و الأرض بين الموضعين **A** و **B**.

2°- استنتج من معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين **A** و **B** المعادلة التالية : $E_{pe} = \Delta E_{pp}$ حيث : E_{pe} هي الطاقة الكامنة المرونية للنابض .

3°- كرّر التجربة من أجل قيم مختلفة للكتلة **M** و قس في كل مرة الاستطالة



الشكل – 3

x للنابض .

4°- دوّن نتائجك في الجدول المقابل :

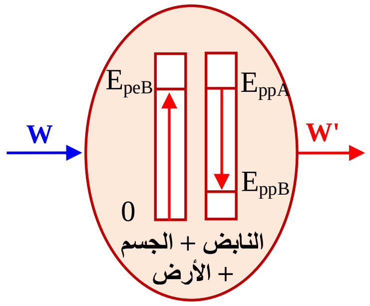
M (kg)	x (m)	Mgx (J)	x^2 (m^2)

5°- أرسم المنحنى الممثل لتغيرات E_{pe} $(E_{pe} = Mgx)$ بدلالة المقدار x^2 . ماذا تلاحظ ؟

6°- أحسب ميل المنحنى و استنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرونية تكتب بالشكل : $E_{pe} = K_e\, x^2$.

● **الجواب :**

1°- الحوصلة الطاقوية للجملة (**النابض + الجسم + الأرض**) : لاحظ الشكل



2°- معادلة انحفاظ الطاقة للجملة بين الموضعين A و B تكتب اعتمادا على نموذج الحصيلة الطاقوية المرفق كالتالي :

$$E_A = E_B \Leftrightarrow 0 + E_{p0} + W - W' = 0 + E_{pe} + E_{pp}$$

$$\therefore \boxed{\Delta E_{pp} = E_{pe}} \Leftrightarrow E_{p0} - E_{pp} = E_{pe}\ .$$

3°- نعلق في كل مرة كتلة معايرة M في النابض و نقيس استطالته الموافقة x ، والنتائج المحصل عليها ندّونها في الجدول المقابل :

4°- جدول القياسات :

M (kg)	x (m)	Mgx (J)	x^2 (m^2)
0,100	0,04	0,04	0,0016
0,150	0,06	0,09	0,0036
0,200	0,08	0,16	0,0064
0,250	0,10	0,25	0,0100

5°- رسم البيان $E_{pe} = f(x^2)$ على الورق الملمتري ... (أنظر البيان أسفله).

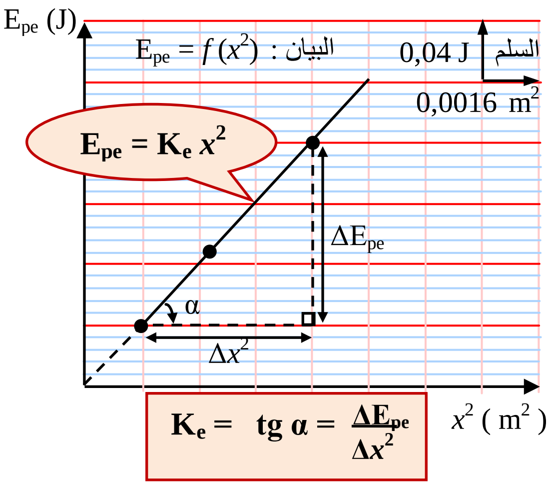
نلاحظ أن : البيان $E_{pe} = f(x^2)$ عبارة عن خط مستقيم مائل يمر من المبدأ معادلته من الشكل : أي أن $E_{pe} = K_e\, x^2$:

E_{pe} تتناسب طردًا مع x^2 ...(ثابت $K_e =$: الميل أو معامل التوجيه) .

6°- بيانيًا : $K_e = tg\alpha = \Delta E_{pe}/\Delta x^2$

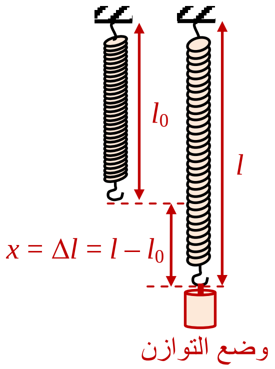
$= (3\times0{,}04)/(3\times0{,}0016) = 25$ u.I

$\therefore \boxed{K_e = 25\ N/m} \Leftarrow \boxed{E_{pe} = K_e\, x^2 = 25\, x^2}\ .$



2°- (ب / 1) **تعيين الثابت K_e** (**نشاط - 2**) :

لتعيين الثابت K_e قم بمعايرة النابض المستعمل في التجربة السابقة علق في نهاية النابض أجسامًا مختلفة الكتلة و قس في كل مرة الاستطالة عند وضعيه توازن الجسم (الشكل جانبه) .



ـ دوّن نتائجك في جدول (الجدول أدناه) .

M (kg)	x (m)	Mg (N)

ـ أرسم منحنى المعايرة الممثل لتغيرات القوة المطبقة على النابض T = Mg بدلالة الاستطالة x. ماذا تلاحظ ؟

ـ أحسب ميل المنحنى الذي يُمثل **ثابت مرونة النابض (K)** .

ـ قارن قيمة الميل K مع قيمة الثابت K_e . ماذا تلاحظ ؟

كرّر التجربتين السابقتين باستعمال نوابض مختلفة (ثوابت مرونة مختلفة) .

ـ قارن في كل مرة قيمة K_e مع قيمة ثابت المرونة لكل نابض . ماذا تلاحظ ؟

ـ استنتج من هذه المقارنة أن : $K_e = \ldots K$ حيث K هو ثابت مرونة النابض .

ـ استنتج أن عبارة **الطاقة الكامنة المرونية** تكتب بالشكل : $E_{pe} = \ldots K\, x^2$.

ـ هل يمكن استعمال سلك مطاطي بدلاً من نابض في الأنشطة السابقة ؟ ناقش .

● **الجواب :**

ـ جدول القياسات .... (لاحظ الجدول المقابل) .

M (kg)	x (m)	Mg (N)
0,100	0,02	1,0
0,150	0,03	1,5
0,200	0,04	2,0
0,250	0,05	2,5

ـ رسم منحنى معايرة النابض : $T = f(x)$ على الورق الملمتري ... (أنظر البيان المرفق أدناه) .

نلاحظ أن البيان عبارة عن " خط مستقيم مائل يمر من المبدأ " معادلته من الشكل : $T = K\, x$ حيث : K ثابت يمثل ميل المستقيم (فيزيائيًا) يُعرف بـ : **ثابت المرونة**) أي أن :

استطالة النابض x تتناسب طردًا مع القوة المطبقة **T** " **قوة توتر النابض** " .

ــ بيانياً : الميل (ثابت المرونة) :

$$K = tg\alpha = \Delta T/\Delta x = (3\times0,5)/(3\times0,01) = 50\ u.I$$

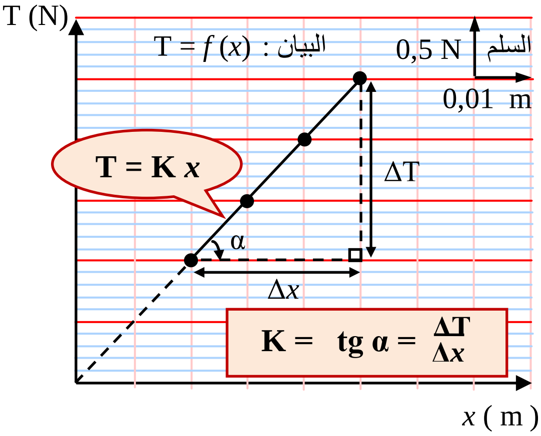
∴ $\boxed{K = 50\ N/m}$ .... (ثابت مرونة النابض المستعمل) .

ــ لدينا : $K_e = 25\ N/m$ ....(النشاط -1)

و لدينا : $K = 50\ N/m$ ....(النشاط -2)

مما سبق يتضح أن : $\boxed{K_e = ½\ K}$.

ــ عند إعادة التجربتين السابقتين باستخدام نوابض مختلفة نجد في كل مرة نفس العلاقة بين الثابتين K_e و K أي دوما : $\boxed{K_e = ½\ K}$ بالنسبة لأي نابض .



• **نتيجة** : $\boxed{K_e = ½\ K}$

ــ لدينا مما سبق : عبارة **الطاقة الكامنة المرونية** : $E_{pe} = K_e\, x^2$

بالرجوع إلى النتيجة الأخيرة السابقة تصبح هذه العبارة بشكلها النهائي التالي : $\boxed{E_{pe} = ½\ K\, x^2}$.

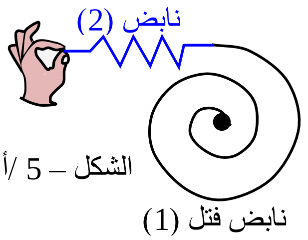
ــ نعم يمكن استبدال النابض بسلك من المطاط لأن كليهما يُخزن **طاقة كامنة مرونية** .

• **نتيجة** : استنتج بإكمال الفراغات :

عندما يستطيل (ينضغط) نابض ثابت مرونته **K** بمقدار **x** تكتب عبارة طاقته **الكامنة المرونية** على الشكل التالي : $E_{pe} = ½\ K\, x^2$.

2°- 2) الطاقة الكامنة الفتلية :

2°- 2 / أ) معايرة نابض الفتل (نشاط - 1) :



الشكل – 5 /أ

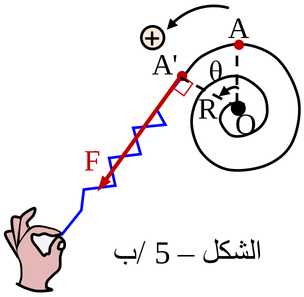
ثبت نابض حلزوني مسطح ندعوه " نابض فتل (1) " من طرفه الداخلي في النقطة O ، مثل ما هو مبين في الشكل – 4 (يمكنك صنعه من سلك معدني مرن تديره بيدك) .

باستعمال نابض (2) معاير ثابت مرونته K ، طبق على الطرف الحر لنابض الفتل (1) قوة عمودية على AO . اختر مرجعًا لقياس زاوية دوران نقطة تطبيق القوة .

1ـ غيّر في شدة القوة المطبقة و قس في كل مرة استطالة النابض (2) و زاوية دوران نابض الفتل (1) .

2 - دون نتائجك في الجدول التالي :

عزم القوة F بالنسبة لنقطة تثبيت نابض الفتل	شدة القوة F (N)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	استطالة النابض (2) x (cm)



الشكل – 5 /ب

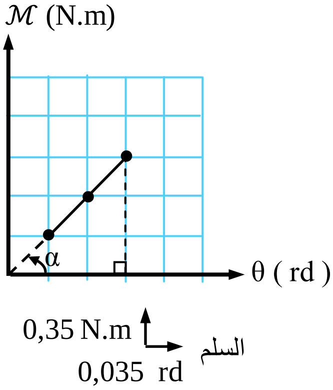
3 - ارسم تغيرات عزم القوة بدلالة تغيرات زاوية دوران نابض الفتل .

4 - احسب ميل المنحنى الذي يمثل ثابت فتل النابض .

• **الجواب :**

2 - جدول القياسات ... (لاحظ الجدول المرفق) .

عزم القوة F بالنسبة لنقطة تثبيت نابض الفتل	شدة القوة F (N)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	استطالة النابض (2) x (cm)
0,349	3,49	0,0349	9,0
0,697	6,97	0,0697	17,5
1,047	10,47	0,1047	26,0



3 - رسم البيان $\mathcal{M}_{\vec{F}/O} = f\ (\theta)$ ... (لاحظ البيان المقابل) .

4 - حساب ميل المنحنى $\mathcal{M}_{\vec{F}/O} = f\ (\theta)$:

كما هو مبين على البيان ، ميل المنحنى هو : $tg\,\alpha = \frac{\Delta\mathcal{M}}{\Delta\theta} = \frac{3\times0,35}{3\times0,035} = 10\ N.m/rd$

∴ ثابت فتل النابض الحلزوني المسطح : $C = 10\ N.m.rd^{-1}$

2°- 2 / ب) الطاقة الكامنة المرونية (نشاط - 2) :

لحساب الطاقة المخزنة في نابض الفتل المستعمل في النشاط – 1 ، نقبل أن الطاقة المخزنة في نابض الفتل (1) تساوي في كل وضعية الطاقة المخزنة في النابض (2) . (يمكنك الوصول إلى هذه النتيجة بتوظيف مبدأ انحفاظ الطاقة و مبدأ الفعلين المتبادلين و ذلك بدراسة الجملتين النابض (1) و النابض (2) .

باستعمال نتائج النشاط 1 املأ الجدول التالي :

استطالة النابض (2) x (cm)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) $\frac{1}{2}Kx^2$ (J)	θ^2 (rd^2)

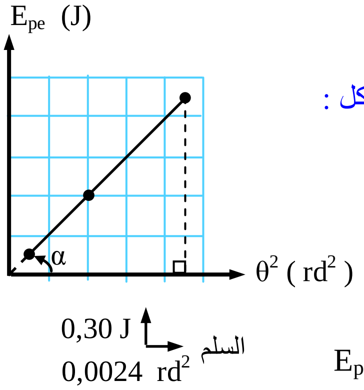
1 - ارسم منحنى تغيرات الطاقة المخزنة في النابض (1) بدلالة مربع الزاوية (θ^2) .

2 - احسب ميل المنحنى و استنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض الفتل تكتب على الشكل : $E_{pe} = C_e.\theta^2$

● **الجواب :**

ملء الجدول حيث ثابت مرونة النابض (2) هو $K = 40$ N/m :

استطالة النابض (2) x (cm)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) $\frac{1}{2}Kx^2$ (J)	θ^2 (rd^2)
9,0	0,0349	0,162	0,0012
17,5	0,0697	0,612	0,0048
26,0	0,1047	1,352	0,0110



1 - رسم المنحنى $E_{pe} = f(\theta^2)$: ... (لاحظ البيان المرفق)

2 - حساب الميل :

البيان $E_{pe} = f(\theta^2)$ عبارة عن خط مستقيم مائل امتداده يمر من المبدأ ، معادلته من الشكل :

$E_{pe} = C_e.\theta^2$ حيث C_e معامل التوجيه (الميل) .

ميل المنحنى هو : $C_e = \text{tg}\,\alpha = \frac{\Delta E_{pe}}{\Delta\theta^2} = \frac{(4,5\times0,30)}{(4,5\times0,0024)} = 125\ J/rd^2$

2°- 2 / جـ) تعيين الثابت C_e :

قارن قيمة C_e مع قيمة ثابت فتل النابض الحلزوني C . ماذا تلاحظ ؟

... (مما سبق يتبين أن : $C_e = \frac{1}{2}C$) .

استنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض الفتل تكتب على الشكل : $E_{pe} = ...\ C.\theta^2$

... (لدينا : $E_{pe} = C_e.\theta^2$ ، $C_e = \frac{1}{2}C$ $\Leftarrow$ $E_{pe} = \frac{1}{2}C.\theta^2$)

● **نتيجة :** استنتج بإكمال الفراغات :

عندما نفتل بزاوية θ سلك فتل أو نابض حلزوني (نابض فتل) ثابت فتله C، فإنه يخزن طاقة كامنة مرونية عبارتها :

$$\mathbf{E_{pe} = \frac{1}{2}C\theta^2}$$

● **تطبيق : (التمرين المحلول ص 84 : من كتاب التلميذ) .**

نربط كرية صغيرة كتلتها $M = 60g$: بطرف خيط طوله $L = 60$ cm ، و نعلق الطرف الثاني للخيط في حامل ، نزيح الكرية عن وضع توازنها بزاوية قدرها $\alpha_0 = 30°$: ثم نتركها لحالها . باختيار وضع التوازن كمرجع للتراتيب :

1°) جد عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية بدلالة الزاوية α .

2°) بيّن أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة للكرية ثابت خلال الحركة .

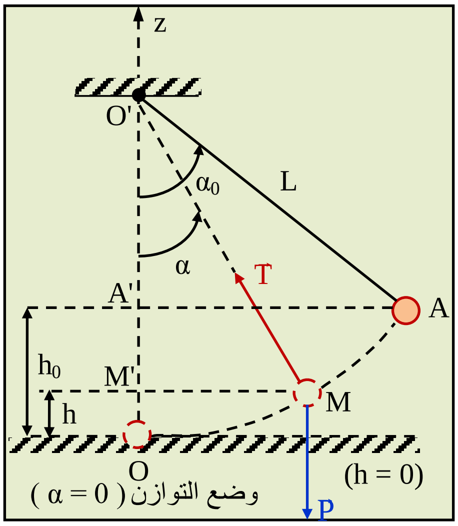
3°) أحسب سرعة الكرية عند مرورها من وضع التوازن .

4°) ماهي قيمة الزاوية α التي من أجلها تبلغ سرعة الكرية نصف قيمتها الأعظمية ؟

5°) إذا وضع مسمار في النقطة S منتصف القطعة [OO'] و أزيحت الكرية بنفس الزاوية $\alpha_0 = 30°$. ماهي أقصى زاوية β يصنعها الخيط مع الشاقول من الجهة المقابلة ؟

● **الجواب :**

1°) عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية:



نعتبر الحالة الكيفية التي يصنع فيها الخيط زاوية α مع المحور الشاقولي Oz (وضع التوازن : $\alpha = 0$) ، و باعتبار المستوى الأفقي المار بمركز الكرية عند التوازن **كمستوى مرجعي ابتدائي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية**

$\boxed{E_{pp} = Mg.h = Mg.L(1 - \cos\alpha)}$: فإن $(h = 0 \Rightarrow E_{pp} = 0)$

حيث : $h = L - L\cos\alpha = L(1 - \cos\alpha)$ .... (لاحظ الشكل جانبه) .

2°) إثبات أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة ثابت خلال الحركة:

نعلم أن : ـ مبدأ انحفاظ الطاقة ⇔ $\Delta E_c = - \Delta E_{pp}$ بين الموضعين الابتدائي **A** و الكيفي **M** وهذا بإهمال كل التحولات الطاقوية غير المفيدة بسبب الاحتكاكات . بالتالي : $E_c(M) - E_c(A) = - E_{pp}(M) + E_{pp}(A)$ أي أن :

$$E_c(M) + E_{pp}(M) = E_c(A) + E_{pp}(A)$$

ومنه : **مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة في الموضع A يُساوي مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة في الموضع M .**

● ملاحظة : ❶ **بالتعريف نُسمي مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة في موضع كيفي للجملة الميكانيكية بـ "الطاقة الميكانيكية" ويُرمز لها بالرمز: E_m** أي أن : $\boxed{E_m = E_c + E_{pp}}$.

❷ **في حالة الجملة التي لا تستقبل و لا تفقد الطاقة (أو ما يُعرف بـ : الجملة المعزولة) فإن الطاقة الميكانيكية الكلية للجملة تبقى محفوظة** أي : $\boxed{E_m = E_c + E_{pp} = C^{te}}$ أو : $\boxed{\Delta E_c = - \Delta E_{pp}}$ أو : $\boxed{\Delta E_m = 0}$.

3°) سرعة الكرية لحظة مرورها من وضع التوازن:

ـ في الموضع A : $E_c(A) = 0 \ ; \ E_{pp}(A) = Mg.h_0 = Mg.L(1 - \cos\alpha)$

ـ في الموضع M : $E_c(M) = 1/2\ Mv^2 \ ; \ E_{pp}(M) = Mg.h_0 = Mg.L(1 - \cos\alpha_0)$

$\Delta E_c = E_c(M) - E_c(A) = 1/2\ Mv^2 - 0 = 1/2\ Mv^2$ .... (1)

$\Delta E_{pp} = E_{pp}(M) - E_{pp}(A) = Mg\,(h - h_0) = Mg.L(\cos\alpha_0 - \cos\alpha)$ .... (2)

من (1) و (2) وبالرجوع إلى العلاقة $\Delta E_c = - \Delta E_{pp}$ نجد : $1/2\ Mv^2 = Mg.L(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ بالتالي :

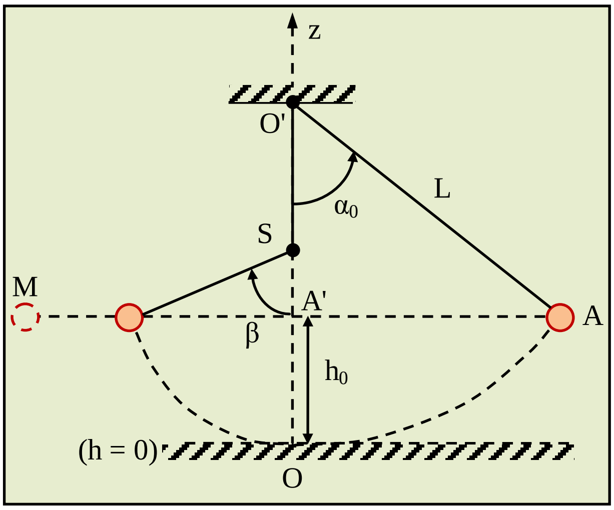
$v^2 = 2g.L(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \Leftarrow v = \sqrt{2\,gL\,(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$ وهي سرعة الكرية في موضع كيفي خلال الحركة .

عند المرور بوضع التوازن $(\alpha = 0)$ فإن : $\cos\alpha = 1$ وبالرجوع إلى عبارة السرعة السابقة تكون :

$v_0 = \sqrt{2\,gL(1 - \cos\alpha_0)}$ ت . ع : $v_0 = 1,25\ m/s$ وهي أعظم سرعة تكتسبها الكرية خلال الحركة .

4°) حساب الزاوية α عندما تبلغ سرعة الكرية نصف قيمتها العظمى:

لأجل سرعة تكتسبها الكرية أثناء الحركة قدرها : $v = ½\ v_0$ في موضع كيفي **M** بعد إزاحتها في البداية إلى الموضع **A** بزاوية $\alpha_0 = 30°$ فإن معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين **A** و **M** هي :



$$E_m(A) = E_m(M) \Leftrightarrow E_0(A) = E(M)$$

$\therefore\ E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(M) + E_{pp}(M)$ و منه :

$$½\ Mv^2 + Mg.L(1 - \cos\alpha) = Mg.L(1 - \cos\alpha_0)$$

لكن : $v = ½\ v_0 \Leftarrow v^2 = ¼\ v_0^2$ بالتعويض في المعادلة السابقة نجد :

$$⅛\ Mv_0^2 + Mg.L(1 - \cos\alpha) = Mg.L(1 - \cos\alpha_0)$$

ولدينا : $v_0^2 = 2g.L(1 - \cos\alpha_0)$ بالتالي :

$$¼\ MgL(1-\cos\alpha_0) + MgL(1-\cos\alpha) = MgL(1-\cos\alpha_0)$$

$\therefore\ \cos\alpha = ¼ + ¾ \cos\alpha_0 \Leftarrow \cos\alpha = 0,90 \Leftarrow \alpha \simeq 26°$

5°) حساب الزاوية β :

كماهو موضح بالشكل المقابل فإن الكرية تنطلق من السكون عند الموضع **A** لتستقر في الجانب الآخر من الشاقول لحظة انعدام سرعتها بحيث يصنع جزء الخيط الزاوية β مع جزء الخيط الشاقولي **O'S** وحسب معادلة الانحفاظ الطاقوي فإن : $E_{p0} = E_{pp} \Leftrightarrow h_0 = h$ أي أن الكرية تصعد لنفس الارتفاع من الجانب الآخر ومنه : $A'S = A'O' - SO' = L\cos\alpha - L/2 = L(\cos\alpha - 1/2)$

$\Leftarrow \cos\beta = A'S/(L/2) = 2\cos\alpha - 1 = 2\times0,866 - 1 = 0,73 \Leftarrow \beta \simeq 43°$.

3 <u>تطبيقات</u> : التمارين : ت$_2$ ؛ ت$_3$ ؛ ت$_5$ الصفحة ـ 86
ت$_7$ الصفحة ـ 87

} الطاقة الكامنة الثقالية

التمارين : ت$_{12}$ الصفحة ـ 88 ؛ ت$_{13}$ الصفحة ـ 89 ؛ ت$_{16}$ الصفحة ـ 90 .... الطاقة الكامنة المرونية .

• حلول بعض التمارين(صفحة86)

الطاقة الكامنة الثقالية:

• تمرين2 :

العبارة " **الطاقة الكامنة الثقالية معرّفة بتقريب ثابت** " تعني أن مرجع حساب الطاقة الكامنة الثقالية اختياري أي أن :

ـ باختيار محور التراتيب موجه نحو الأعلى نكتب في الحالة العامة عبارة الطاقة الكامنة الثقالية على الشكل :

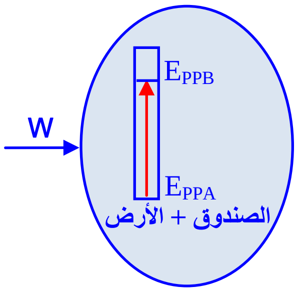
$$E_{pp} = mgz + C^{te}$$

ـ باختيار الطاقة الكامنة الثقالية تساوي صفرا عندما **$z = 0$** تصبح العبارة : **$E_{pp} = m\,g\,z$**

• تمرين 3 :

إذا اخترنا الجملة هي **الجسم** فقط دون **الأرض** فإنه لا يمكن الحديث عن **طاقة كامنة ثقالية** ، لأن الطاقة الكامنة الثقالية هي طاقة تتعلق بموضع الجسم بالنسبة للأرض داخل الجملة .

• تمرين5 :



1 - الحصيلة الطاقوية للجملة بين **A** و **B**

2 - معادلة انحفاظ الطاقة **$W + E_{ppA} = E_{ppB}$**

باختيار : **$E_{ppA} = 0$** تكتب المعادلة : **$W = E_{ppB}$**

3 - عمل قوة الكابل من **A** إلى **B**

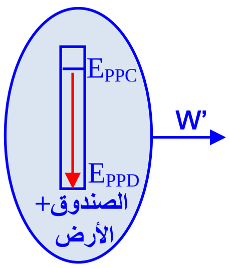
$$W_{AB} = E_{ppB} = m\,g\,h = m\,g\,AB$$

$$W_{AB} = 500 \times 9{,}80 \times 6 = 29400 \text{ J}$$

4 - عمل قوة الكابل من **B** الى **C**

العمل معدوم لأن القوة عمودية على الإنتقال

5 - عمل قوة الكابل من **C** الى **D**



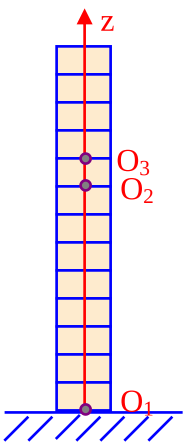
$E_{ppC} - W' = E_{ppD} = 0$ نضع **$-W' = W_{CD}$**

$$- E_{ppC} = - W' = W_{CD}$$

بما أن **$E_{ppB} = E_{ppC}$** إذن **$W_{CD} = - W_{AB} = - 29400 \text{ J}$**

6 - عمل هذه القوة من A الى D يكون معدوما .

• تمرين7 :



يستحسن كتابة عبارة الطاقة الكامنة الثقالية بإستعمال المتغير **z** بدلا من **h**

نكتب : **$E_{pp} = M\,g\,z$** (باختيار محور التراتيب موجه نحو الأعلى)

1°- الطاقة الكامنة للجملة في حالة :

أ- المرجع في **O_1** (سطح الأرض)

$$E_{pp1} = M\,g\,z_1 = 1025 \times 9{,}80 \times 3 \times 9 = 2{,}7 \times 10^5 \text{ J}$$

مع **$z_1 = 3 \times 9 = 27 \text{ m}$** حيث : علو كل طابق هو **3m**

ب- المرجع في **O_2** (الطابق التاسع)

$E_{pp2} = M\,g\,z_2 = 0$ لأن : **$z_2 = 0$**

جـ المرجع في **O_3** (الطابق العاشر)

$$E_{pp3} = M\,g\,z_3$$

هنا : **$z_3 = -3\text{m}$** إذن : **$E_{pp3} = 1025 \times 9{,}80 \times (-3) = -0{,}3 \times 10^5 \text{ J}$**

2°- عمل قوة الكابل من الطابق الأرضي الى الطابق التاسع

نكتب معادلة الانحفاظ : **$W = E_{ppB}$**

$$W = E_{ppB} = E_{pp1} = 2{,}7 \times 10^5 \text{ J}$$

3°- إستطاعة القوة : **$P = E/t = W/t$**

بما أن المصعد له حركة مستقيمة منتظمة إذن : **$t = z/v$** بالتعويض في عبارة **P** نحصل على:

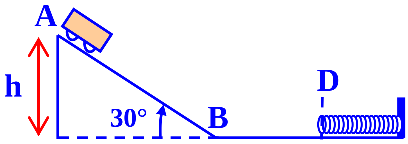
$$P = W/t = W\,v / z$$

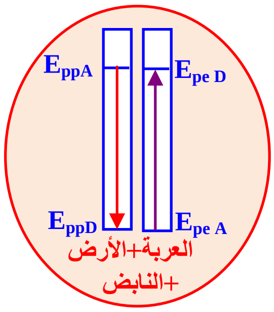
$$P = 2{,}7 \times 10^5 \times 1{,}2 /27 = 0{,}12 \times 10^5 \text{ Watt}$$

الطاقة الكامنة المرونية:

● **تمرين12 :**

1°- بإختيار الجملة (**عربة+الأرض+النابض**) تتحول الطاقة الكامنة الثقالية للجملة في الوضع **A** الى طاقة حركية في الوضع **B** ثم الى طاقة كامنة مرونية تظهر في النابض عندما ينضغط كلية في الوضع **D** .





2- الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و D :

3- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{ppA} = E_{peD}$$

$$Mgh = 1/2\ kx^2$$

4- أقصى انضغاط للنابض :

$$Mg\ AB\ \sin 30° = 1/2\ kx^2$$

$$X = 12{,}5\ cm$$

5- شدة القوة المطبقة من طرف النابض في هذا الوضع :

$$T = k\ x$$

$$T = 400 \times 12{,}5 \times 10^{-2} = 50\ N$$

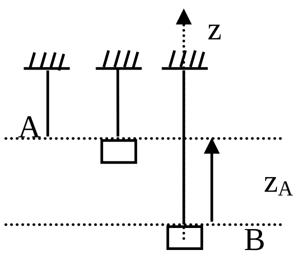
6°- بالإعتماد على مبدأ إنحفاظ الطاقة و بإهمال قوى الإحتكاك تصعد العربة حتى الموضع **A** بعد إستطالة النابض حيث تتحول كل **الطاقة الكامنة المرونية** إلى **طاقة كامنة ثقالية**.

7°- الهدف من هذا السؤال هو تمثيل الحصيلة الطاقوية ثم إيجاد الطاقة الحركية للعربة لحظة ملامستها النابض ثم دراسة تحويل الطاقة من العربة إلى النابض .

● **تمرين 13 :**

نختار النقطة **B** مبدأ التراتيب التي توافق أقصى إستطالة للنابض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية.

عبارة الطاقة الكامنة الثقالية تكون: $E_{pp} = m\ g\ z$



1°- الحصيلة الطاقوية و معادلة انحفاظ الطاقة في الحالات :

أ- الجملة (**الجسم + النابض + الأرض**)

$$E_{ppA} = E_{peB}$$

ب- الجملة (**الجسم+النابض**)

$$W_P = E_{peB}$$ حيث : W_P : هو عمل قوة الثقل

3- حساب أقصى استطالة :

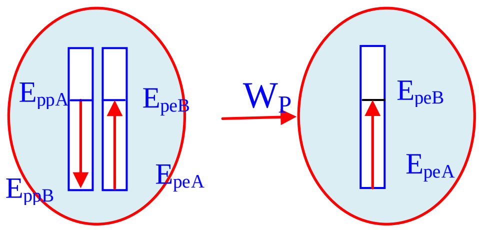
$$E_{ppA} = E_{peB}$$

$$M \cdot g \cdot z_A = 1/2\ K \cdot z_A^2$$

$$z_A = 2\ mg/K = 2 \times 0{,}2 \times 9{,}80/10 = 0{,}39\ m = 39\ cm$$

4- الطاقة الكامنة المرونية للنابض :

$$E_{pe} = 1/2\ K \cdot z_A^2 = 1/2 \times 10 \times 0{,}39^2 = 0{,}76\ J$$



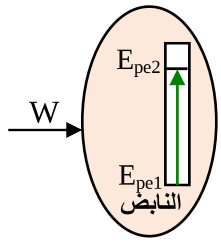
الجملة أ **الجملة ب**

● **تمرين16 :**

1- نمثل الحصيلة الطاقوية للجملة (النابض)

ثم نكتب معادلة انحفاظ الطاقة على النحو التالي : $W = E_{pe}$

ومنه الطاقة الكامنة المرونية تساوي عمل المزدوجة $E_{pe} = W = 10\ J$



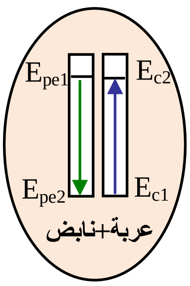
2- ثابت الفتل C : $E_{pe} = 1/2 . C . \theta^2 = W \Leftarrow C = 2W/\theta^2 = 2 \times 10/(10 \times 2\pi)^2$

$$\Leftarrow C = 0{,}005\ Nm/rd$$

ملاحظة : في هذه العبارة وحدة الزاوية هي الراديان (rd) ووحدة ثابت الفتل هي (Nm/rd)

3- تحولات الطاقة : باعتبار الجملة (النابض+العربة).

عند ترك النابض لحاله فإن الطاقة الكامنة المرونية المخزنة فيه تتحوّل إلى طاقة حركية في العربة وذلك بتدوير عجلات العربة عند امتداده ورجوعه .



4- الحصيلة الطاقوية و معادلة الإنحفاظ : $E_{pe1} = E_{c2}$

5- الطاقة الحركية للسيارة عندما يرجع النابض إلى حالته الطبيعية

$$E_{pe1} = E_{c2} = W = 10\ J$$

سرعة العربة عندئذ :

$$E_{c2} = 1/2 . m . v^2 = W$$

$$v^2 = 2W/m \Leftarrow v = 14{,}14 m/s$$