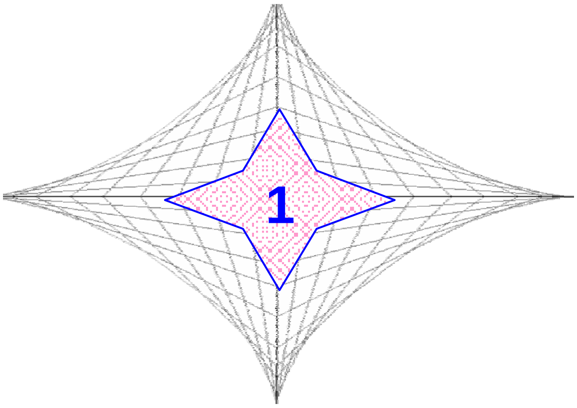
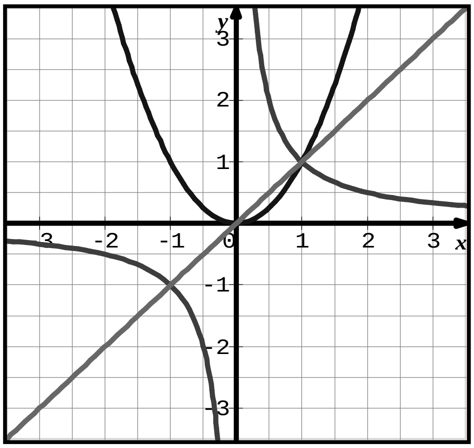
الدوال العددية





الكفاءات المستهدفة

- **تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية**
- **دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية**
- **تمثيل بعض الدوال بيانيا باستعمال الدوال المرجعية**

- يتم من خلال هذا الفصل تعريف دوال جديدة واستنتاج تغيراتها انطلاقا من الدوال المرجعية التي تمت دراستها في السنة الأولى..
- تمكن مضامين هذا الفصل المتعلم من تنمية قدراته في المجالات التالية

الحساب الجبري (العمليات على الدوال) ؛ المتباينات (اتجاه تغير بعض الدوال) ؛ التمثيل البياني (استعمال راسمات المنحنيات) ؛ البرهان (المثال المضاد) ... استغلال اتجاه التغيرات لحل مشكلات .

- لا يتم التطرق إلى استنتاج تغيرات الدالتين $f+g$ و $f.g$ تلقائيا انطلاقا من اتجاهي تغير الدالتين f و g إنما تعالج أمثلة مختلفة.
- دراسة الدوال المرفقة تمكن المتعلم من التعرف على بعض المنحنيات الشهيرة مثل القطع المكافئ والقطع الزائد مما يسهل دراسة الدوال من الدرجة الثانية والتعرف على خواصها.
- تأخذ الدوال عبارات جبرية مختلفة وعلى المتعلم اختيار العبارة المناسبة والملائمة لنوع المشكلة المطروحة .

الأنشطة

النشاط 1 :

الهدف : استعمال التمثيل البياني لدالة لحل معادلات ومتراجحات وتعيين قيم شهيرة .

1) $f(-2)=1$ ؛ $f(0)=3$ ؛ $f(3)=0$.

2) $S_1=\{-4;2\}$ ؛ $S_2=\{-3;1;3\}$ ؛ $S_3=\{0\}$.

3) $S_1=\{-1;1;2\}$ ؛ $S_2=\left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

4) $S_1=[-4;-3[\cup]1;3[$ ؛ $S_2=[-1;1]\cup[2;3]$.

5)

x	-4		0		2		3
$f(x)$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

6) القيمة الحدية الصغري هي (-1) وذلك من أجل $x=-4$ و $x=2$ بينما القيمة الحدية الكبرى هي 3 من أجل $x=0$.

النشاط 2 :

الهدف : استعمال دالة مرجعية لدراسة تغير طول قطعة مستقيمة متغيرة .

1) $\cos a=\frac{x}{f(x)}$ و $\cos a=f(x)$.

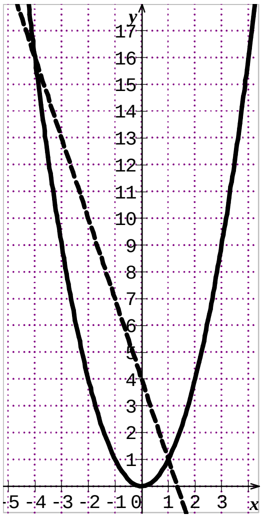
2) $f(x)=\sqrt{x}$.

3) $x\in]0;1]$.

النشاط 3 :

الهدف : استعمال تقاطع منحني دالتين مرجعيتين لحل معادلة من الدرجة الثانية.

1) الرسم :



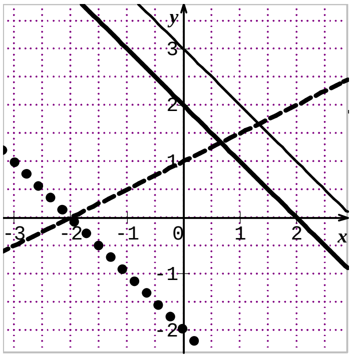
2) $S=\{-4;1\}$.

3) $h(-4)=0$ ؛ $h(1)=0$.

النشاط 4 :

الهدف : إدراج مفهمي العمليات الجبرية على الدوال والدوال المرجعية .

1) الرسم



2) نقطة التقاطع هي $A\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$

3) $D_h=\mathbb{R}-\{2\}$.

النشاط 5 :

الهدف : مفهوم مركب دالتين.

تصحيح : $f(t)=25t$ عوضا $f(t)=20t$ ؛ $y=KL$ عوضا $y=ML$.

$h(t)=\frac{1}{2}\sqrt{1+2500t^2}$ عوضا $f(t)=\frac{1}{2}\sqrt{1+2500t^2}$

1) $KL=\sqrt{0,25+x^2}$.

الأعمال الموجهة

تغيير المعلم :

الهدف : تغيير المعلم لإثبات أن منحني دالة يقبل :

- مركز تناظر – محور تناظر .

1) $\vec{OM}=\vec{O\Omega}+\vec{\Omega M}$

2) $\begin{cases}x=X-2\\ y=Y-1\end{cases}$ ؛ $y=f(x)=x^2+4x+3$

$Y-1=(X-2)^2+4(X-2)+3$ بعد الحساب نجد :

$Y=X^2$. $x\mapsto x^2$.دالة زوجية .

معادلة محور التناظر هي $x=-2$.

3) $\begin{cases}x=X-1\\ y=Y+1\end{cases}$ بعد التعويض والحساب نجد $Y=\frac{1}{X}$.

$x\mapsto\frac{1}{x}$ دالة فردية .إحداثيتي مركز التناظر هي $(-1;1)$.

4) المراحل :

بالنسبة لمحور التناظر : - تغيير المعلم من $(O;\vec{i};\vec{j})$ إلى $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ حيث فاصلة Ω هي a .- كتابة معادلة (C_f) في $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ - إثبات الدالة المحصل عليها زوجية .

بالنسبة لمركز التناظر : - تغيير المعلم من $(O;\vec{i};\vec{j})$ إلى $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$.- كتابة معادلة (C_f) في $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ - إثبات الدالة المحصل عليها فردية .

التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto f(x+b)+k$

الهدف : التمثيل البياني لصورة منحني دالة بواسطة انسحاب

1) $M(x;x^2)$ ، $M'(x+1;x^2+1)$ ومنه $\vec{MM'}(1;1)$

2) أ) $g(x-b)=f(x)+k$ وبالتالي $\vec{MM'}(-b;k)$

M' صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}+k\vec{j}$

ب) (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب السابق

3) (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}$.

4) (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$.

(C_h) صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$ ،

أو (C_h) صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}+2\vec{j}$

تمـــاريـــن

1 1) خاطئ . 2) صحيح . 3) صحيح .
4) صحيح (المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين في $[0;4]$)
5) خاطئ .

2 1) خاطئ . 2) صحيح . 3) صحيح . 4) صحيح

3 1) صحيح لأن u معرفة على $[0;+\infty[$.
2) صحيح لأن للدالتين f و g نفس اتجاه التغير .
3)خاطئ لأن مثلا $u(10)\notin[0;9]$.
4) خاطئ . 5) خاطئ . 6) صحيح .

4 3) $(f.g)(x)=x\left(x^2-2x\right)$

5 1) $(g\circ h)(x)=2x^2+5$.

6 1) $f\geq g$ لأن (C_f) يقع فوق (C_g) على $[-1;2]$.

7 2) f متزايدة على $]-1;+\infty[$.

8 1) $f(1)=-\frac{3}{2}$ ؛ $f(0)=3$ ؛ $f(-2)=15$ ؛
$f\left(\sqrt{3}\right)=\frac{9}{2}-5\sqrt{3}$.
2) سابقتا العدد 3 هما 0 و 10 .
نقوم حل المعادلة $f(x)=\frac{17}{2}$ ذات الحلين -1 و 11 .

9 1) بقراءة بيانيا نجد $f(-1)=3$ ؛ $f(0)=1$ ؛
$f(1)=-1$.
2) سوابق العدد (-1) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-1$ ونقرأ -2 و1 .
3) حلول المعادلة $f(x)=3$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ') ذي المعادلة $y=3$ والتي تنتمي إلى المجال $[-2;2]$.

10 $D_f=\mathbb{R}$.

11 $D_f=\mathbb{R}$.

12 $D_f=\mathbb{R}$.

13 $D_f=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

14 $D_f=\mathbb{R}-\{4\}$.

15 $D_f=]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$.

16 $D_f=\mathbb{R}$.

17 $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$.

18 $|x|=3$ يعني $x=-3$ أو $x=3$
ومنه : $D_f=]-\infty;-3[\cup]-3;3[\cup]3;+\infty[$.

19 $D_f=[1;+\infty[$.

20 $D_f=[2;3[\cup]3;+\infty[$.

21 $D_f=\mathbb{R}$.

22 $D_f=\mathbb{R}$ ، $D_g=[-2;+\infty[$ ومنه : $f\neq g$.

23 $f=g$.

24 $D_f=\mathbb{R}^*$ ، $D_g=\mathbb{R}$ ومنه : $f\neq g$.

25 لدينا $D_f=D_g=[0;1[\cup]1;+\infty[$ ومن أجل كل x من D_f ؛ $f(x)=g(x)$ ومنه $f=g$.

26 $f=g$.

27 $f=g$.

28 1) الدوال f ، g ، $f+g$ و $f.g$ معرفة على $\mathbb{R}$.
2) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=2x^2+2x-2$.
$(f.g)(x)=x^4+2x^3-2x^2+2x-3$

29 1) $D_f=D_g=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.
2) $D_{3f}=D_f$ ؛ $D_{-2g}=D_g$.

30 1) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
$(f+g)(x)=2\left(x^2+2x+1\right)=2(x+1)^2$.
2) لدينا $(2f+g)(x)=(2x+1)^2$.
إذن $(2f+g)=h^2$ حيث $h:x\mapsto 2x+1$.

31 تصحيح الشرط " في حالة وجودها " يحذف من السؤال1 ويضاف إلى السؤال 2 .
1) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$.
$(f+g)(1)=\frac{3}{2}$ ، $(f+g)(2)=\frac{29}{4}$ ،
$(f+g)\left(\sqrt{5}\right)=\frac{47\sqrt{5}}{10}-2$.
$(3f)(x)=3\times f(x)$. ومنه :
$(3f)(1)=9$ ، $(3f)(2)=24$ ،
$(3f)\left(\sqrt{5}\right)=15\sqrt{5}-6$.
$(-2g)(x)=-2\times g(x)=\frac{3}{x}$ ومنه :
$(-2g)(1)=3$ ، $(-2g)(2)=\frac{3}{2}$ ،
$(-2g)\left(\sqrt{5}\right)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$
2) الدوال $f.g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{1}{2}f-g$ ، معرفة على $]0;+\infty[$ ومنه العددين $-\frac{1}{2}$ ، -1 لا تقبل صور .

، $\left(\frac{f}{g}\right)(3)=-26$ ، $(f.g)(3)=-\frac{13}{2}$

. $\left(\frac{1}{2}f-g\right)(3)=7$

32 الدالتان $f\circ g$ و $g\circ f$ معرفتان على $\mathbb{R}$ ولدينا :
. $(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)=-6x$
. $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=-6x$

33 الدالتان $f\circ g$ و $g\circ f$ معرفتان على $\mathbb{R}$ ولدينا :
. $(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)=3x-1$
. $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=3x-7$

34 الدالتان $f\circ g$ و $g\circ f$ معرفتان على $\mathbb{R}$ ولدينا :
. $(f\circ g)(x)=9x^2-12x+4$
.$(g\circ f)(x)=2-3x^2$

35 الدالة $f\circ g$ معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ولدينا :
. $(f\circ g)(x)=\frac{-1}{2x+1}$
الدالة $g\circ f$ معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ولدينا :
. $(g\circ f)(x)=\frac{-2}{x+1}$

36 الدالة f معرفة على $]-\infty;-2]\cup[0;+\infty[$ ومنه
الدالة $f\circ g$ معرفة إذا كان $x\neq 0$ و $(\frac{1}{x}-3\leq -2$
أو $\frac{1}{x}-3\geq 0)$ أي $x\in\,]-\infty;0[\,\cup\,]0;\frac{1}{3}]\cup[1;+\infty[$
ولدينا : $(f\circ g)(x)=\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x}+3}$
الدالة g معرفة على $\mathbb{R}^*$ ومنه الدالة $g\circ f$ معرفة إذا كانت f معرفة و $f(x)\neq 0$ أي $x\in\,]-\infty;-2[\,\cup\,]0;+\infty[$
ولدينا : $(g\circ f)(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+2x}}-3$.

37 1) الدالة k معرفة على $\mathbb{R}$ و لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $(h\circ g)(x)=x^2+1=k(x)$
2) الدالتان $(f+k)$ و $(g\circ h)$ معرفتان على $\mathbb{R}$ و لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $(f+k)(x)=x^2+2x+1$
$(g\circ h)(x)=(x+1)^2=x^2+2x+1$
و منه : $f+k=g\circ h$
بنفس الطريقة نثبت صحة 3) ، 4) ، 5) و 6) .

38 $f=u\circ v$ حيث $u(x)=x^2$ و $v(x)=x-1$

39 $f=u\circ v$ حيث $u(x)=x^2+1$ و $v(x)=x+2$

40 $f=u\circ v$ حيث $u(x)=\frac{3}{x}$ و $v(x)=x+1$.

41 $f=u\circ v$ حيث $u(x)=\sqrt{x}$ و $v(x)=x+1$.

42 $f=u\circ v$ حيث $u(x)=\cos x$ و $v(x)=x-1$.

43 $f=u\circ v$ حيث $u(x)=|x|$ و $v(x)=\frac{2}{5}x-1$.

44 لدينا من أجل كل x من I : $(f+g)(x)=x^2+x$
ليكن x_1 و x_2 عددان من I حيث $x_1<x_2$
إذن $x_1^2<x_2^2$ و بالتالي $x_1^2+x_1<x_2^2+x_2$
أي $(f+g)(x_1)<(f+g)(x_2)$
إذن $(f+g)$ متزايدة تماما على I .

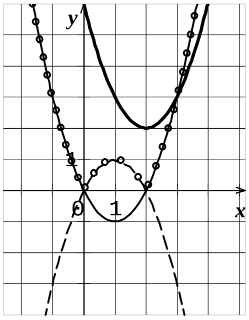
45 ليكن x_1 و x_2 عددان من $]-\infty;0]$ حيث $x_1<x_2$
إذن $x_1^2>x_2^2$ و $|x_1|>|x_2|$
و بالتالي $x_1^2+|x_1|>x_2^2+|x_2|$
إذن f متناقصة تماما على $]-\infty;0]$.

46 الدالة $x\mapsto x$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$
و الدالة $x\mapsto -\frac{1}{x}$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$
و بالتالي الدالة $x\mapsto x-\frac{1}{x}$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

47 1) $f=u\circ v$ حيث من أجل كل x من $]-\infty;3]$:
$v(x)=3-x$ و من أجل كل x من $\mathbb{R}^+$: $u(x)=\sqrt{x}$.
2) بما أن ليس للدالتين u و v نفس اتجاه التغير فإن الدالة $u\circ v$ متناقصة تماما على $]-\infty;3]$.
و منه هي كذلك متناقصة تماما على $]-\infty;3[$.

48 f و g معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x)=(x-2)^2$ و $g(x)=(x-2)^2-1$

49 1) $D_h=\mathbb{R}^*$
2) المنحني الأول ممثل للدالة g ؛ المنحني الثاني ممثل للدالة f ؛ يبقى المنحني الثالث ممثل للدالة h .
3) الدالتان f و g لهما نفس اتجاه التغير على $]-\infty;0[$ ، إذن الدالة h متزايدة تماما على $]-\infty;0[$.
- ليس للدالتين f و g نفس اتجاه التغير على $]0;+\infty[$ ، إذن h متناقصة تماما على $]0;+\infty[$.

50


– منحني الدالة g نظير (C) بالنسبة لمحور الفواصل
- منحني الدالة h ينطبق على (C) في $]-\infty;0]\cup[2;+\infty[$ و يكون نظير (C) بالنسبة لمحور الفواصل في $[0;2]$.
- - منحني الدالة k هو صورة

(C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}+3\vec{j}$.

51 1) $a=1$ و $b=2$

2)

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	↗	

3) لدينا $f(x)=(x-1)^3+2$

الدالتان $x\mapsto x-1$ و $x\mapsto x^3$ متزايدتان تماما على $\mathbb{R}$

و منه الدالة $u:x\mapsto(x-1)^3$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (مركب دالتين). إذن الدالة $(u+2)$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	↗	

4) (C) هو صورة منحني الدالة $x\mapsto x^3$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}+2\vec{j}$.

52 الدالة f_1 معرفة على $\mathbb{R}$ و لدينا من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f_1(x)=f(x)$ و الدالة f_1 دالة زوجية

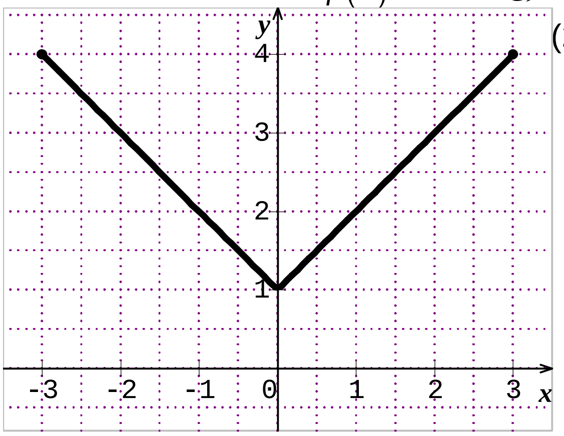
إذن جزء (C_{f_1}) في المجال $]0;+\infty[$ ينطبق على (C) في هذا المجال و جزء (C_{f_1}) في المجال $]-\infty;0[$ هو نظير الجزء السابق من (C_{f_1}) بالنسبة إلى محور التراتيب

لدالة f_2 معرفة على $\mathbb{R}$

إذا كان (C) من فوق محور الفواصل فإن (C_{f_2})ينطبق على (C) و إذا كان (C) من تحت محور الفواصل فإن (C_{f_2}) نظير (C) بالنسبة إلى محور الفواصل.

53 1) ليكن $x\in[-3;0]$ ومنه $-x\in[0;3]$ إذن $f(-x)=-x+1$ ، علما أن $f(-x)=f(x)$ فإن $f(x)=-x+1$.

2)



ملاحظة من أجل كل $x\in[-3;3]$ ؛ $f(x)=|x|+1$.

54

x	-4	-3	-1	0	1	3	4
$f(x)$	0 ↗	1 ↘	-2 ↗	0	2 ↘	1 ↗	0

55 1) $a=-1$ ، $b=-5$ و $c=10$.

2) $f(x)-(-x-5)=\dfrac{10}{2-x}$

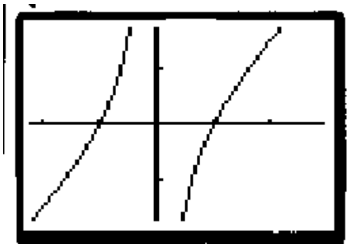
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$\dfrac{10}{2-x}$	$+$		$-$
الوضعية	(C_f) فوق المستقيم		(C_f) تحت المستقيم

56 تصحيح : f معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$

1) قواعد تغيير المعلم : $\begin{cases}x=X-2\\ y=Y-1\end{cases}$

معادلة (C_f) في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$ عي : $Y=\dfrac{X^2-1}{X}$

2) الرسم



3) A مركز تناظر للمنحني (C_f).

57 لنبين أن $[(\Delta):x=1]$ محور تناظر لـ(C) .

لتكن مثلا النقطة $A(1;0)$. معادلة (C) في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$ هي $Y=\dfrac{X^2+2}{X^2}$.

الدالة $g:x\mapsto\dfrac{x^2+2}{x^2}$ زوجية ومنه $[(\Delta):x=1]$ محور تناظر .

58 $f(x)=-x+\dfrac{3}{x-2}$. من أجل كل x_1 و x_2 من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$ لدينا : $\begin{cases}-x_1>-x_2\\ \dfrac{3}{x_1-2}>\dfrac{3}{x_2-2}\end{cases}$ ومنه :

$-x_1+\dfrac{3}{x_1-2}>-x_2+\dfrac{3}{x_2-2}$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

وبالتالي f متناقصة تماما على $]-\infty;0[$.

59 f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

60 f متزايدة تماما على $]0;2[$.

61 f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

62 f متناقصة تماما على $]-\infty;-3[$.

63 1) الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ والدالة g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$.

2) الدالة h معرفة على $[0;+\infty[$ بـ $h(x)=-x$.

الدالة h متناقصة تماما على $[0;+\infty[$.

64

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	↘	2	↗

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	↘	‖	↘

2) من أجل كل عددين x_1 و x_2 من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا $\begin{cases} g(x_1)>g(x_2) \\ h(x_1)>h(x_2) \end{cases}$ ومنه :

أي : $g(x_1)+h(x_1)>g(x_2)+h(x_2)$

$f(x_1)>f(x_2)$ وبالتالي f متناقصة تاما على $]-\infty;0[$

3) من أجل كل عددين x_1 و x_2 من $]0;\infty[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا $\begin{cases} g(x_1)<g(x_2) \\ h(x_1)>h(x_2) \end{cases}$ ، لا يمكن المقارنة بين

$g(x_1)+h(x_1)$ و $g(x_2)+h(x_2)$

65 1) ليكن x_1 و x_2 عددين من $]0;+\infty[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا : $\begin{cases} 0<x_1^2+1<x_2^2+1 \\ 0<\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2} \end{cases}$ ومنه

$(x_1^2+1)\sqrt{x_1}<(x_2^2+1)\sqrt{x_2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$.

وبالتالي الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

2) ليكن x_1 و x_2 عددين من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$

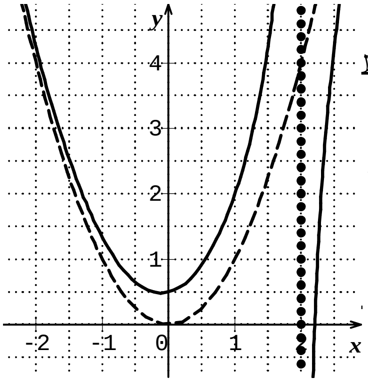
لدينا $\begin{cases} -3x_1+2>-3x_2+2>0 \\ x_1^2>x_2^2>0 \end{cases}$ ومنه :

$(-3x_1+2)x_1^2>(-3x_2+2)x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

وبالتالي الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;0[$.

3) الدالة f متزايدة تماما على $[1;8]$.

66 1) (C_f) هو المنحني المرسوم بالخط المستمر و (C_g) هو القطع المكافئ المرسوم بالخط المتقطع .



2) في المجال $]-\infty;2[$ (C_g) يقع فوق (C_f)

و في المجال $]2;+\infty[$ (C_f) يقع تحت (C_g).

67 1) f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

إذا كان $x\geq 0$ فإن $2x\geq 0$ ومنه $x^2+2x\geq 0$.

2) g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

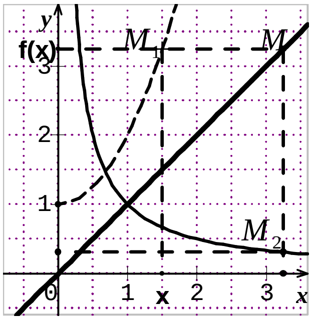
إذا كان $x\geq 0$ فإن $x+1\geq 1$ ومنه $\sqrt{x+1}\geq 1$

أي : $-1+\sqrt{x+1}\geq 0$.

3) $g\circ f$ معرفة على $[0;+\infty[$ و $(g\circ f)(x)=x$.

4) $f\circ g$ معرفة على $[0;+\infty[$ و $(f\circ g)(x)=x$.

68 $M_1(x;f(x))$ نعين النقطة $M(f(x);f(x))$ من المنصف ثم نعين النقطة $M_2(f(x);g[f(x)])$ أي $M_2(f(x);h(x))$



69 1) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ؛ $f(x)=u(x)+v(x)$

حيث $u(x)=3x$ و $v(x)=\frac{-1}{3x}$.

2) الدالتان u و v متزايدتان تماما على كلا المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$.

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ؛ إذا كان $x_1<x_2$ فإن :

$u(x_1)<u(x_2)$ و $v(x_1)<v(x_2)$ ومنه :

$u(x_1)+v(x_1)<u(x_2)+v(x_2)$ إذن f متزايدة تماما على كلا المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$.

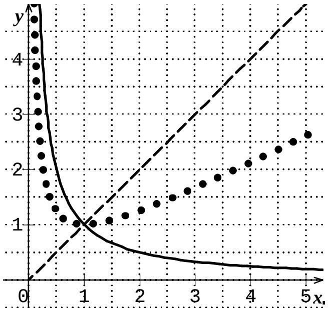
3) ليكن $x\in\mathbb{R}^*-\left\{\frac{1}{3}\right\}$: $\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{9x^2-1}{3x-1}=3x+1$

4) $D_h=\mathbb{R}$ و $D_{\frac{f}{g}}=\mathbb{R}^*-\left\{\frac{1}{3}\right\}$ إذن $h\neq\frac{f}{g}$.

70 1) من أجل كل x من I ؛ $f(x)=u(x)+v(x)$

حيث $u(x)=\frac{1}{2}x$ و $v(x)=\frac{-1}{2x}$.

2) u و v متزايدتان تماما على I . f متزايدتان تماما على I .



3) من أجل كل x من I ؛ $S(x)=x$ و $D(x)=\frac{1}{x}$

S متزايدة تماما على I و D متناقصة تماما على I

4) $M_s(x;S(x))$ و $M_D(x;D(x))$ النقطتان من

منحنيي الدالة S و الدالة D على الترتيب

و $M\left(x;\dfrac{S(x)+D(x)}{2}\right)$ نقطة من منحني الدالة g

وتكون M منتصف القطعة $[M_SM_D]$.

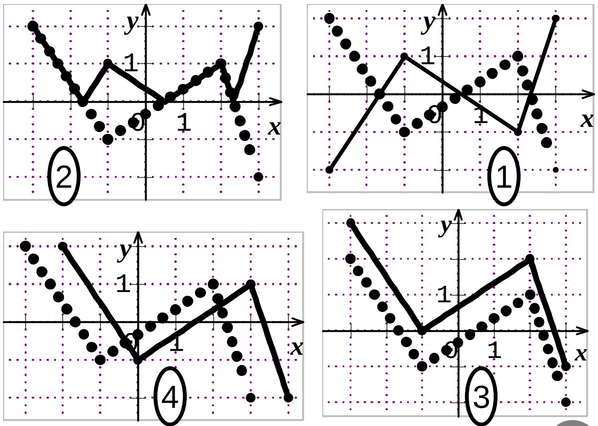
71 نعتبر دالة f معرفة على المجال $[-3;3]$.

1) منحني f_1 نظير منحني f بالنسبة لمحور الفواصل.

2) أربعة أجزاء منطبقة مثنى مثنى وجزآن متناظران بالنسبة لمحور الفواصل .

3) منحني f_3 صورة منحني f بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$

4) منحني f_4 صورة منحني f بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$



72 كل من $g \circ f$ و $f \circ g$ معرفة على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$(f \circ g)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$ وكذلك

$(g \circ f)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$.

73 1) نجد بسهولة $f(-x) = f(x)$

2)

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	-		+
$x+2$	-	+	+		+

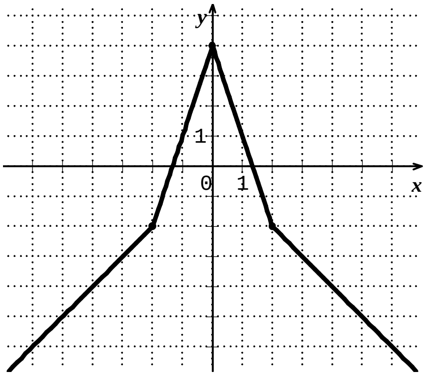
من أجل $x \in]-\infty;-2[$ ؛ $f(x) = x$

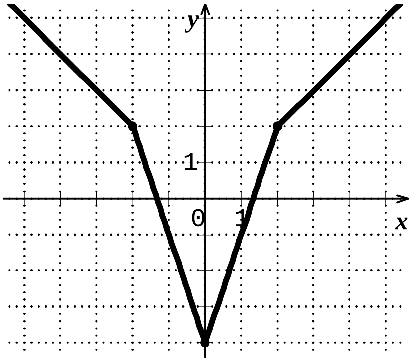
من أجل $x \in [-2;0[$ ؛ $f(x) = 3x+4$

من أجل $x \in [0;2[$ ؛ $f(x) = -3x+4$

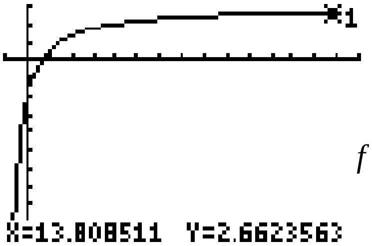
من أجل $x \in [2;+\infty[$ ؛ $f(x) = -x$

3) الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;0[$ ومتناقصة تماما على $]0;+\infty[$.





74 1) الرسم



2) التخمين $A = 3$.

3) $f(x) = 3 + \dfrac{-5}{x+1}$

4) باستعمال العمليات على الدوال نجد الدالة f متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$.

5) من أجل كل $x \in]-1;+\infty[$ ؛ $x+1 > 0$ ومنه

$\dfrac{-5}{x+1} < 0$ إذن $f(x) - 3 < 0$

6) $f(x)$ يتغير في المجال $]-\infty;3[$.

75 1) $\overrightarrow{AM}\left(x-2;\sqrt{x}\right)$ ؛ $AM = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

2) أ) $f(x) = x^2 - 3x + 4$ ومنه $AM = \sqrt{f(x)}$.

ب)

x	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	4 ↘	$\frac{7}{4}$	↗

ج) القيمة الحدية الصغرى للدالة f هي $\dfrac{7}{4}$ ومنه أصغر مسافة ممكنة لـ AM هي $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ وفاصلة M هي الحل الموجب للمعادلة $f(x) = \dfrac{7}{4}$ ونجد $M\left(\dfrac{3}{2};\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)$.

76 $\dfrac{MQ}{AH} = \dfrac{BQ}{BH}$ و منه $\dfrac{6-x}{6} = \dfrac{MQ}{9}$

أي $MQ = 9 \times \dfrac{6-x}{6}$ ، إذن $MQ = \dfrac{18-3x}{2}$

$$A(x) = MQ \times QP = \frac{18-3x}{2} \times 2x = -3x^2 + 18x$$

2) الدالة A معرفة على $[0;6]$

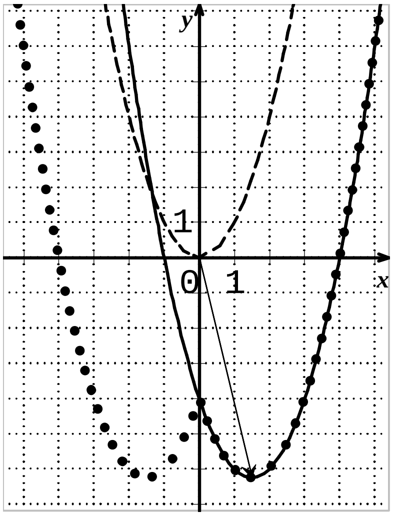
3) الدالة A متزايدة تماما على $[0;3]$ و متناقصة تماما على $[3;6]$.

4) الدالة A تقبل القيمة 27 كقيمة حدية عظمى عند $x = 3$.

5) تكون مساحة المستطيل $MNPQ$ أكبر ما يمكن إذا كان $x=3$ و تكون قياسات المستطيل هي 6 و $\frac{9}{2}$.

77 1) بنشر العبارة $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$ نجد عبارة $f(x)$.

المنحني (C_f) صورة المنحني (P) بالانسحاب الذي شعاعه $\frac{3}{2}\vec{i}-\frac{25}{4}\vec{j}$



2) من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ لدينا $|x|=x$ ومنه $g(x)=f(x)$

g زوجية لأن $|-x|=|x|$

3) منحني الدالة الزوجية يكون متناظر بالنسبة لمحور التراتيب .

78 (I) 1) نحل في $\mathbb{R}-\{3\}$ المعادلة $f(x)-g(x)=0$ أي $\frac{(x+4)(x-1)(x-2)}{2(x-3)}=0$

ونجد إحداثيات نقط التقاطع $(-4;0)$ و $\left(1;\frac{5}{2}\right)$ و $(2;6)$.

2) ندرس إشارة $f(x)-g(x)$

(II) 1) $f_m(x)=g(x)$ تكافئ

$$mx^3-7mx^2+(16m+1)x-12m-2=0$$

2) $8m-28m+32m+2-12m-2=0$

3) $a_m=m$ ، $b_m=-5m$ ، $c_m=6m+1$ ومنه (E)

تكافئ $(x-2)(mx^2-5mx+6m+1)=0$

$\Delta=m^2-4m$ مميز المعادلة

$mx^2-5mx+6m+1=0$

- $m\in[0;4[$
- $m\in\,]-\infty;0[\cup]4;+\infty[$

79 تصحيح المعلم متعامد وليس متجانس

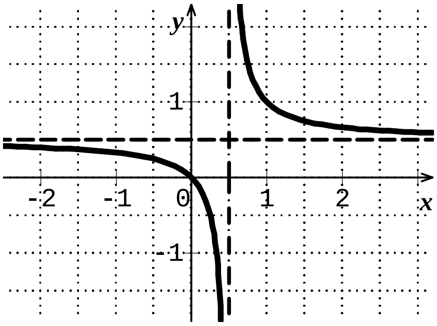
1) فاصلة I هي $\frac{t}{2}$ ولدينا : $\frac{AN}{BC}=\frac{AM}{MB}$ أي $AN=\frac{t}{1-t}$ ومنه ترتيب N هو $\frac{t}{t-1}$ وبالتالي ترتيب I هو $\frac{t}{2(t-1)}$

2) لدينا $t=2x$ و منه $y=\frac{2x}{2(2x-1)}=\frac{x}{2x-1}$

3) أ) $f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2x-1}$

ب) f متناقصة تماما على كل من $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ و $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

ج)



إحداثيي مركز التناظر هي $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.