الباب الخامس

الأعداد المركبة

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: تذكير حول الإحداثيات القطبية.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج.

الحل: بسيط

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: مقاربة مفهوم العدد المركب.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج.

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: التمثيل الهندسي لعدد مركب.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج.

الحل: بسيط

ملاحظة: تقدم الأنشطة الثلاثة كمدخل لهذا الباب.

الأعمال الموجهة

معادلات يؤول حلها إلى الدرجة الثانية

تصحيح: /

الهدف: توظيف المعادلات من الدرجة الثانية.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

الجذور النونية لعدد مركب غير معدوم

تصحيح: /

الهدف: تعيين الجذور النونية لعدد مركب غير معدوم.

توجيهات: يقدم العمل في شكل أفواج .

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

في كل التمارين ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

1 ــ الأعداد المركبة .

6 A نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب $a=-1+2i$ ؛ عيّن العدد المركب z بحيث تكون صورته

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى مبدأ المعلم ؛ $z=1-2i$.

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ؛ $z=-1-2i$

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى حامل محور التراتيب ؛ $z=1+2i$.

ــ M نظيرة النقطة A بالنسبة إلى المنصف الأول؛ $z=2-i$.

2 ــ مرافق عدد مركب .

7 $\overline{z_1}=2-4i$ ؛ $\overline{z_2}=3+i$ ؛ $\overline{z_3}=-3-i\sqrt{3}$ ؛ $\overline{z_4}=\frac{5}{2}i$.

3 ــ العمليات في مجموعة الأعداد المركبة .

19 A ، B ، C و D أربع نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $-2+i$ ، $-1+4i$ ، $3+2i$ و $2-i$.

$z_B-z_A=\left(-1+4i\right)-\left(-2+i\right)=1+3i$ ، $z_C-z_D=\left(3+2i\right)-\left(2-i\right)=1+3i$ ومنه

$z_B-z_A=z_C-z_D$ أي $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ وبالتالي $ABCD$ هو متوازي أضلاع .

4 ــ طويلة وعمدة عدد مركب .

30 z_A , z_B ، z_C و z_D هي على الترتيب ، لواحق النقط $A\left(\sqrt{3};1\right)$ ، $B\left(-\sqrt{3};-1\right)$ ، $C\left(0;2\right)$ و $D=\left(\sqrt{3};3\right)$.

1) $|z_A|=\sqrt{4}=2$, $|z_B|=2$ و $|z_C|=2$. النقط A , B و C تنتمي إلى الدائرة ذات المركز O ونصف القطر 2 .

2) $AD=|z_D-z_A|=|2i|=2$, $CD=|z_D-z_C|=\left|\sqrt{3}+i\right|=2$

ومنه $AO=OC=CD=DA=2$ إذن $AOCD$ معين .

37 z عدد مركب غير معدوم طويلته r و θ عمدة له .

$|-z|=r$ و $Arg\left(-z\right)=\theta+\pi$. $|\overline{z}|=r$ و $Arg\left(\overline{z}\right)=-\theta$. $\left|\frac{1}{z}\right|=\frac{1}{|z|}=\frac{1}{r}$ و $Arg\left(\frac{1}{z}\right)=-\theta$.

$\left|\frac{1}{z^n}\right|=\frac{1}{|z^n|}=\frac{1}{|z|^n}=\frac{1}{r^n}$. $Arg\left(z^3\right)=3\theta$ و $|z^3|=|z|^3=r^3$

و $Arg\left(\frac{1}{z^n}\right)=-Arg\left(z^n\right)=-nArg\left(z\right)=-n\theta$

5 ـ الشكل المثلّثي لعدد مركب غير معدوم .

41 $z_1=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$.

$z_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$.

$z_3=-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i=\cos-\frac{3\pi}{4}+i\sin-\frac{3\pi}{4}$.

42 $z_1=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}$ ، $z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}$ ،

$z_3=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=\cos-\frac{\pi}{3}+i\sin-\frac{\pi}{3}$ ، $z_4=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=\cos-\frac{2\pi}{3}+i\sin-\frac{2\pi}{3}$.

43 $z_1=3=3(\cos 0+i\sin 0)$ ، $z_2=-\sqrt{5}=\sqrt{5}(\cos\pi+i\sin\pi)$ ،

$z_3=i=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$ ، $z_4=\frac{1}{2}i=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ،

$z_5=-7i=7\left(\cos-\frac{\pi}{2}+i\sin-\frac{\pi}{2}\right)$.

$z=x$ ؛ إذا كان $x>0$ فإن $z=x\left(\cos 0+i\sin 0\right)$ وإذا كان $x<0$ فإن $z=-x\left(\cos\pi+i\sin\pi\right)$.

$z=yi$ ؛ إذا كان $y>0$ فإن $z=y\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ وإذا كان $y<0$ فإن $z=-y\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$.

44 $z_1=1+i=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ،

$z_2=3-3i=3\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=3\sqrt{2}\left(\cos-\frac{\pi}{4}+i\sin-\frac{\pi}{4}\right)$ ،

$z_3=-\sqrt{5}-i\sqrt{15}=2\sqrt{5}\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\sqrt{5}\left(\cos-\frac{2\pi}{3}+i\sin-\frac{2\pi}{3}\right)$ ،

$z_4=-\sqrt{6}+i\sqrt{2}=2\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}\right)=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

46 $Z=\frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$ نعتبر العدد المركب $Z=\frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}$.

1) $Z=\frac{4+4i}{1-i\sqrt{3}}=\frac{(4+4i)(1+i\sqrt{3})}{4}=1-\sqrt{3}+\left(1+\sqrt{3}\right)i$.

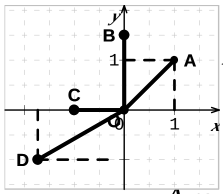
(2 $$Z = \frac{4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)}{2\left(\cos-\frac{\pi}{6}+i\sin-\frac{\pi}{6}\right)} = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$$.

(3 $\frac{1}{Z} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\cos-\frac{5\pi}{12}+i\sin-\frac{5\pi}{12}\right)$ ؛ $Z^{2009} = \left(2\sqrt{2}\right)^{2009}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ؛

$\overline{Z} = 2\sqrt{2}\left(\cos-\frac{5\pi}{12}+i\sin-\frac{5\pi}{12}\right)$.

6 ـ الشكل الأسّي لعدد مركب غير معدوم .

48 $z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه $OA = |z_A| = \sqrt{2}$ و $Arg(z_A) = \frac{\pi}{4}$.



$z_B = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $OB = |z_B| = \frac{3}{2}$ و $Arg(z_B) = \frac{\pi}{2}$

$z_C = e^{i\pi}$ ومنه $OC = |z_C| = 1$ و $Arg(z_C) = \pi$.

$z_D = 2e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ ومنه $OD = |z_D| = 2$ و $Arg(z_D) = -\frac{5\pi}{6}$.

49 $6e^{i\frac{3\pi}{4}} = 6\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right) = 6\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = -3\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$.

$\sqrt{5}e^{i\frac{3\pi}{2}} = \sqrt{5}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right) = -i\sqrt{5}$.

$\frac{1}{2}e^{i\pi} = \frac{1}{2}(\cos\pi+i\sin\pi) = -\frac{1}{2}$.

$2\sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}} = 2\sqrt{3}\left(\cos-\frac{2\pi}{3}+i\sin-\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -\sqrt{3}-3i$.

7 ـ المعادلات من الدرجة الثانية .

56 أ ـ $2z^2-6z+5=0$ ؛ $\Delta' = -1 = i^2$ ؛ $z' = \frac{3-i}{2}$ ، $z'' = \frac{3+i}{2}$.

و ـ $z^2+3=0$ معناه $z^2 = 3i^2$ ويكافئ $z = i\sqrt{3}$ أو $z = -i\sqrt{3}$.

58 $\begin{cases} z_1 z_2 = 5 \\ z_1+z_2 = -2 \end{cases}$ ؛ z_1 و z_2 هما حلا للمعادلة $z^2+2z+5=0$.

الباب السادس

التشابه المباشر

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: مقاربة مفهوم التشابه المباشر.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " التشابه المباشر ".

الحل: بسيط

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: مقاربة مفهوم التشابه المباشر.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " التشابه المباشر ".

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: مقاربة مفهوم الكتابة القانونية للتشابه المباشر.

توجيهات: يقدم النشاط ضمن أفواج و يتوج بتقديم الفقرة " الكتابة القانونية للتشابه المباشر ".

الحل: بسيط.

الأعمال الموجهة

تحويل نقطي كتابته المركبة $z' = a\bar{z} + b$

تصحيح: /

الهدف: توظيف التشابه المباشر.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

المثلثات المتشابهة

تصحيح: /

الهدف: توظيف التشابه المباشر.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

نتائج التشابه المباشر

تصحيح: /

الهدف: إبراز التغييرات التي يحدثها التشابه المباشر على صور بعض الأشكال الهندسية.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 ــ التشابه المباشر في المستوى.

1 2) $\frac{A''B''}{AB}=\frac{B''C''}{BC}=\frac{C''A''}{CA}=3$.

2 2) $\frac{A''B''}{AB}=\frac{B''C''}{BC}=\frac{C''A''}{CA}=2$.

5 1) $M'N'=\sqrt{2}MN$.

2) المعادلة $z=(1+i)z+4$ تقبل حلا وحيدا $z=4i$ وهو لاحقة النقطة A.

3) $\frac{AM'}{AM}=\sqrt{2}$ ؛ $(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AM'})=\arg(1+i)=\frac{\pi}{4}$.

4) مما سبق ينتج $\frac{B'C'}{BC}=\frac{B'D'}{BD}=\frac{C'D'}{CD}=\sqrt{2}$ إذن المثلثان BCD و $B'C'D'$ متشابهان .

2 ــ تحديد التشابه المباشر.

10 1) النسبة هي $\frac{AK}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$.

2) النسبة $\sqrt{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$.

3) النسبة $\sqrt{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$.

11 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ $\frac{\pi}{6}$.   2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ؛ $-\frac{\pi}{2}$.   3) $\frac{2}{3}$ ؛ $\frac{\pi}{6}$.   4) $\frac{1}{2}$ ؛ $-\frac{\pi}{3}$.

3 ــ العبارة المركّبة للتشابه المباشر.

16 2) $z'=\left(-\frac{9}{2}+\frac{9\sqrt{3}}{2}i\right)z+\frac{6\sqrt{3}+5}{2}-\frac{3\sqrt{3}-10}{2}i$.

17 ب ــ التحويل T معرف بــ $z'=(1+i)z-i$ وهو تشابه مباشر مركزه $\Omega(1)$ ، زاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $\sqrt{2}$.

5 ــ الأشكال الهندسة بالتشابه المباشر.

26 أ ــ نسبة S هي $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$ خاطئة.

ب ــ $S(A)=C$ خاطئة .

جــ ــ صورة المثلث OCD هي المثلث OAB بالتشابه S صحيحة.

د ــ S^{-1} هو التشابه المباشر الذي مركزه O ، نسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$ صحيحة .

تمارين للتّعــمق

1 ــ العبارة المركّبة للتشابه المباشر.

35 1) $A(0)$، $C(8+8i)$، $P(4+4i)$ و $Q(4+8i)$.

2) $\alpha=\frac{1}{4}(1+\alpha)$ و $\beta=0$.

3) $\lambda=\frac{\sqrt{2}}{4}$ و $\theta=\frac{\pi}{4}$.

4) $\omega=\frac{16}{5}(1+2i)$

3 ــ الأشكال الهندسة بالتشابه المباشر.

50 1) أ ــ نحصل على النتيجة بحل المعادلة $z=-\frac{3}{4}iz+9i$.

2) أ ــ $f(A)=O$ و $f(O)=B$.

ب ــ $\overrightarrow{O\Omega}.\overrightarrow{A\Omega}=0$ إذن $\Omega\in\mathcal{C}_1$ ولدينا $f(\mathcal{C}_1)=\mathcal{C}_2$ و $f(\Omega)=\Omega$ إذن $\Omega\in\mathcal{C}_2$

جــ ــ $(O\Omega)\perp(A\Omega)$ و $(O\Omega)\perp(B\Omega)$ إذن المستقيمان $(A\Omega)$ و $(B\Omega)$ منطبقان أي $(O\Omega)\perp(AB)$ومنه Ω هي المسقط العمودي للنقطة O على (AB) .

لدينا $f(A)=O$ و $f(O)=B$ و $f(\Omega)=\Omega$ إذن $\frac{\Omega A}{\Omega O}=\frac{\Omega O}{\Omega B}$ ومنه $\Omega A\times\Omega B=\Omega O^2$.

الباب السابع

الجداء السلمي

الأنشطة

النشاط الأول :

– توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين ، تعامد مستويين و تعامد مستقيم و مستوي .

النشاط الثاني :

– توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين ، تعامد مستويين و تعامد مستقيم و مستوي .

النشاط الثالث :

– توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين ، تعامد مستويين و تعامد مستقيم و مستوي .

النشاط الرابع :

– توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين ، تعامد مستويين و تعامد مستقيم و مستوي .

– توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة و المستوي .

النشاط الخامس :

– توظيف الجداء السلمي لتعيين مجموعات النقط .

النشاط السادس :

– توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة و المستوي .

الأعمال الموجهة (1)

2) أ) لدينا $(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}+k\overrightarrow{G_kB}-k\overrightarrow{G_kC}=\vec{0}$

و منه $(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}=k(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AC})$

أي $(k^2+1)\overrightarrow{G_kA}=k\overrightarrow{BC}$ و بالتالي $\overrightarrow{G_kA}=\dfrac{k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

3) $\|\overrightarrow{MG_1}\|=\|\overrightarrow{MG_{-1}}\|$ مجموعة النقط (E) المستوي المحوري للقطعة $[G_1G_{-1}]$

4) $\|2\overrightarrow{MG_1}\|=\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MC}\|$

$=\|2\overrightarrow{MG_1}-2\overrightarrow{MC}\|$

$=\|\overrightarrow{G_1C}\|$

مجموعة النقط (F) هي الكرة التي مركزها G_1 و نصف قطرها $R=G_1C$

5) أ) $G_1(0;0;0)$; $G_2(0;0;2)$; $G_{-1}(0;0;8)$

$\dfrac{G_1G_{-1}}{2}=3\prec R=\sqrt{30}$ أي مجموعتي النقط (E) و (F) متقاطعتان

ب) معادلة دائرة التقاطع تنتج من حل الجملة $\begin{cases}(E):z=4\\(F):x^2+y^2+z^2=30\end{cases}$ أي $(C):x^2+y^2=26$

الأعمال الموجهة (2) :

I) 1) بما أن G مرجح الجملة $\{(O;1);(A;1);(C;3)\}$ فإن $\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

ينتج $5\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{OC}$ أي $5\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{Aj}+\overrightarrow{OJ}+2\overrightarrow{JC}$

و مادام $\overrightarrow{Aj}+\overrightarrow{OJ}=\vec{0}$ ينتج $5\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{JC}$ و بالتالي الشعاعان $2\overrightarrow{JC}\ ;\ 5\overrightarrow{GC}$ مرتبطان .

2) $G\left(\frac{1}{5};\frac{3}{5};0\right)$

II) 1) $\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MG}$

2) $\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{MB}=0$ تكافئ $\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{MB}$

(E) هي كرة قطرها [GB]

تمارين

2 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-1\\2\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\3\\-4\end{pmatrix}$

لدينا $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=4\times(-1)+(-1)(3)+(2)(-4)=-15$ و $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{4^2+(-1)^2+2^2}=\sqrt{21}$

و $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{26}$

و بالتالي $\cos\widehat{BAC}=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|.\left\|\overrightarrow{AC}\right\|}=\frac{-15}{\sqrt{546}}\simeq 0,6419$ **ومنه** $\widehat{BAC}\simeq 130^0$

و نفس الحسابات من أجل الأسئلة المتبقية .

13 لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستوي (P) ، لدينا $M\in(P)$ يكافئ $\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0$

و منه معادلة (P) هي : $x+2z-7=0$

14

ناظم أحد المستويين المتوازيين هو ناظم للآخر . و منه ناظم (P) هو $\vec{n}(-1;2;1)$

و بالتالي معادلة (P) هي : $-x+2y+z-2=0$

30 1) المسافة بين النقطة A و المستويين (p) و (q) متساوية و تساوي $\frac{5}{\sqrt{6}}$

2) مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية البعد عن المستويين (p) و (q) :

نضع : $\frac{|x-y+2z|}{\sqrt{6}}=\frac{|2x+y-z|}{\sqrt{6}}$ ينتج $|2x+y-z|=|x-y+2z|$

و بالتالي $3x+z=0$ أو $x+2y-3z=0$

أي مجموعة النقط هي إتحاد مستقيمين

الباب الثامن

المستقيمات و المستويات في الفضاء

الأنشطة

النشاط الأول :

– الانتقال من جملة معادلتين ديكارتيتين لمستقيم أو معادلة ديكارتية لمستوي إلى تمثيل وسيطي و العكس

– تعيين تقاطع مستويين ، لمستقيم و مستوي ، لمستويين .

النشاط الثاني :

– تحديد الوضع النسبي لمستويين ، لمستقdم و مستوي ، لمستقيمين .

النشاط الرابع :

– تحديد الوضع النسبي لمستويين ، لمستقيم و مستوي ، لمستقيمين .

– تعيين تقاطع مستويين ، لمستقيم و مستوي ، لمستويين .

الأعمال الموجهة (1)

ا) النقط هي A(1 ; 2 ; 2) ، B(3 ; 2 ; 1) و C(1 ; 3 ; 3)

1) يكفي أن نتحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين

أوجد شعاعا عموديا على $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي

2) – يكفي أن نتحقق من أن ناظمي المستويين p_1 و p_2 غير مرتبطين و هما عموديان على $\vec{u}(2;0;-1)$

– بكتابة $\overrightarrow{AM}\,\vec{u}=0$ نحصل على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول k حلها k_0 . النقطة M^0 من المستقيم (Δ) هي المسقط العمودي للنقطة A على (Δ)

المسافة AM_0 هي المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

الأعمال الموجهة (2) :

1) أ) التمثيل الوسيطي هو الجملة التالية $(AB):\begin{cases} x=-3t \\ y=0 \qquad t\in\mathbb{R} \\ z=15+5t \end{cases}$

ب) $y=z=0$ ينتج $t=-3$ و منه نقطة التقاطع هي E(9 ; 0 ; 0)

ج) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\0\\5\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\20\\-10\end{pmatrix}$ إذن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين

تمارين

8

1) الشعاع الناظم $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$

2) $t\in\mathbb{R}$ $\quad (D):\begin{cases}x=4+t\\ y=-2-t\\ z=1+2t\end{cases}$

3) H نقطة تقاطع (P) و (D)

لدينا $(4+t)-(-2-t)+2(1+2t)=0$ ينتج $t=\frac{-4}{3}$ و منه

13

$H\left(\frac{8}{3};\frac{-2}{3};\frac{-5}{3}\right)$

نضع $d=(A;\vec{u})$ مع $A(3;3;0)$ و $\vec{u}(2;1;1)$ و $d'=(B;\vec{v})$ مع $B(3;1;3)$ و $\vec{u}(1;2;-1)$

$\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ يكافئ $\begin{cases}2\alpha+\beta=0\\ \alpha+2\beta=-2\\ \alpha-\beta=3\end{cases}$ يؤدي إلى $\begin{cases}\alpha=1\\ \beta=-2\\ -3=-2\end{cases}$ تناقض لا يمكننا من إيجاد قيمة كل من α و β

و منه المستقيمان ليسا من نفس المستوي .

ملاحظة : يمكن البحث عن تقاطعهما و ذلك بحل الجملة $\begin{cases}x=3+2t\\ y=3+t\\ z=t\\ x=3+t'\\ y=1+2t'\\ z=3-t'\end{cases}$ التي تؤدي الى $\begin{cases}x=3+2t\\ y=3+t\\ z=t\\ t=3-t'\\ t'=6\\ t'=-5\end{cases}$ تناقض أيضا

و بالتالي المستقيمان غير متقاطعين و بما أن لهما شعاعا توجيه غير مرتبطين فهما إذن غير متوازيين و بالتالي هما ليسا من نفس المستوي

3

1) نضع $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ هو الشعاع الناظم لدينا $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ مع $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix}$

ينتج $\begin{cases}-a+2b+2c=0\\ -2a+3b+c=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}a=\frac{4}{3}b\\ c=\frac{1}{3}b\end{cases}$ و منه $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\3\\1\end{pmatrix}$

2) ليكن M(x ; y ; z) نقطة من المستوي حيث $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$

و منه $4(x-1)+3(y+1)+(z+1)=0$ و بالتالي $(P):4x+3y+z=0$

57

1) المثلث قائم في A لأن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$

2) الشعاع الناظم لـ (P) هو $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ و لدينا $\overrightarrow{AB}=3\vec{n}$ إذن الشعاعان مرتبطان

و بالتالي (p) عمودي على (AB)

3) $A\in(P'):ax+by+cz+d=0$ معناه $d=-3a+2b-2c$

و مادام (P') عمودي على $\overrightarrow{AC}$ فإن الشعاع الناظم لـ (P') و ليكن $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ مرتبط خطيا مع $\overrightarrow{AC}$

و منه $(P'): x - z = 0$

4) لدينا $\begin{cases}x+y+z-3=0\\x-z=0\end{cases}$ ينتج $\begin{cases}x=z\\y=-2z+3\end{cases}$ ومنه $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=t\\y=3-2t\\z=t\end{cases}$

II) (1 D(0 ; 4 ; - 1) لدينا $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-3\\6\\-3\end{pmatrix}$ ، الشعاع الناظم لــ ABC هو $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$

بما أن $\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{n}$ فالشعاعان مترابطان و منه $(AD)\perp(P')$

2) $V=\frac{1}{3}S_{ABC}\times AD=27$

الباب التاسع

المقاطع المستوية للسطوح

الأنشطة

النشاط الأول :

– تعيين معادلة سطح أسطواني دوراني أو سطح مخروطي دوراني .

النشاط الثاني :

– تمثيل مقاطع مجسم مكافئ

النشاط الثالث :

– تعيين معادلة سطح أسطواني دوراني أو سطح مخروطي دوراني .

– تعيين مقاطع اسطوانية أو مخروطية .

النشاط الرابع :

– تعيين مقاطع اسطوانية أو مخرطية.

النشاط الخامس :

النشاط السادس :

– تمثيل مقاطع مجسم مكافئ

الأعمال الموجهة (1)

عليك بتوفير البرمجية المناسبة و رؤية الشكل عن كثب مع تحريكه في مختلف الاتجاهات/

الأعمال الموجهة (2) :

بالنسبة للمجدول يفضل الإكسال لوفرته أما البرمجية فيوجد الكثير منها . المطلوب اختيار إحداها و التمكن منها و إعطاء الفرصة للتلميذ قصد تعويده عليها .

تمارين

5 1) معادلة الأسطوانة $y^2+z^2=R^2$ و بما أنها تشمل النقطة A المعادلة تصبح $y^2+z^2=13$

2) تقاطع (C) مع $(p_1):x=2$ هو دائرة نصف قطرها $\sqrt{13}$.

تقاطع (C) مع $(p_1):y=-3$ هو إتحاد مستقيمين موازيين لــ $(o;\vec{i})$.

تقاطع (C) مع $(p_1):z=-4$ مجموعة خالية .

7

1) التمثيل الوسيطي لــ (Δ) هو $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=2t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$

و معادلة (C) هي من الشكل $x^2+y^2=k^2z^2$ و لإيجاد k^2 يكفي ايجاد نقطة واحدة تنتمي ال (C)

و مادام (D) محتوى في (C) فيكفي أن تكون هذه النقطة من (D)

إذن من أجل $t=1$ نجد النقطة $(2;0;-1)$ و منه يكون $k^2=4$

و بالتالي المعادلة المطلوبة هي $x^2+y^2=4z^2$

2) أ) نحل الجملة $\begin{cases} x^2+y^2=4z^2 \\ z=a \end{cases}$ ينتج $x^2+y^2=4a^2$ و منه $4a^2=4$ و بالتالي $a=1$