سلسلة استعد للبكالوريا رقم (05)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية :2010/2009

الشعبـــــة : علوم تجريبية + رياضيات و تقني رياضي

إعداد الأستاذ خليلات عمار

{المحور: الهندسة في الفضاء}

تذكيـــــر بالجداء السلمي في المستوي و تطبيقاته و مرجح نقط

التمرين (01) : ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. لتكن النقط :

$A\left(-2;0\right)$, $B\left(1;3\right)$,$C\left(-1;5\right)$,$D\left(2;-2\right)$

1. احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ و الطولين AB و AD
2. استنتج قيسا للزاوية $B\hat{A}D$ مدور إلى 10^{-1} (بالدرجة)
3. أثبت أن المثلث ABC قائم .
4. عيّن معادلة للدائرة المحيطة بالمثلث ABC. 5 .عيّن معادلة لمماس هذه الدائرة في A.

التمرين (02) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

نعتبر النقطتين $A\left(-1;-1\right)$ ، $B\left(1;3\right)$ والدائرة (C) التي معادلتها : $x^2+y^2+4x-2y-8=0$

1. عيّن التمثيل الوسيطي للمستقيم $\left(AB\right)$ ثم معادلة ديكارتية لـــــه .
2. حدد المركز ω ونصف قطر للدائرة (C)
3. أ) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من $E\left(5;3\right)$ و $\vec{n}\left(1;2\right)$ شعاع ناظمي له.
   ب) بيّن أن تقاطع (C) و (Δ) مجموعة خالية .
   ج) حدد الوضعية النسبية للمستقيمين $\left(AB\right)$ و (Δ)
4. تأكد أن $\left(AB\right)$ و(C) يتقاطعان وحدد تقاطعهما.
5. احسب المسافة بين مركز الدائرة (C) والمستقيم $\left(AB\right)$ بــ:
   أ) استعمال قاعدة المسافة بين نقطة ومستقيم
   ب) اختيار M نقطة متغيرة من $\left(AB\right)$ وحساب المسافة ωM بدلالة متغير ثم تعيين قيمتها الحدية .

التمرين (03) نعتبر المربع $ABCD$. E و F نقطتان معرفتان كمايلي :

$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

-أثبت أن المستقيمين $\left(AE\right)$ و $\left(BF\right)$ متعامدان .

التمرين (04) ABC مثلث قائم في A حيث AB=3 و AC=4

ليكن G مرجح (A;1) ، (B;-2) و (C;3)

I) أ) أنشئ النقطة G واحسب: GA^2 ، GB^2 و GC^2 .

ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2-2MB^2+3MC^2=k \ (k \in R)$

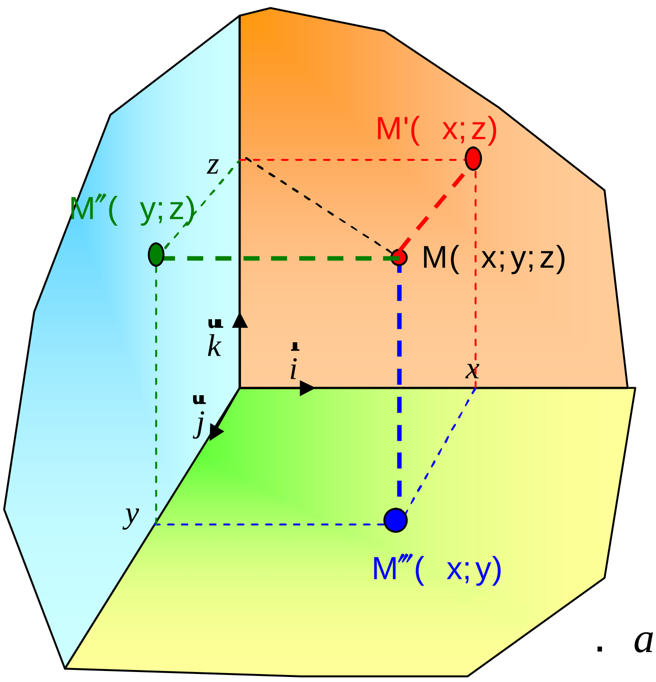
II) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(A;\vec{i};\vec{j})$ **حيث** : $\vec{i}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ **و** $\vec{j}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

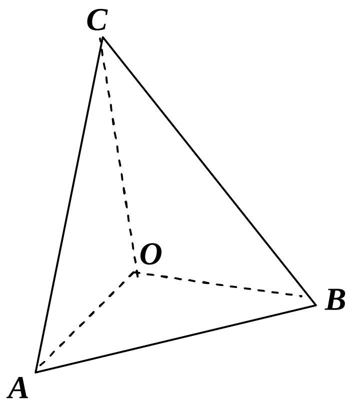
أ) عيّن إحداثيات النقطة G واحسب: GA^2 ، GB^2 و GC^2.

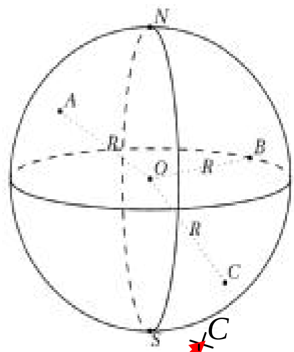
ب)عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $MA^2-2MB^2+3MC^2=k \ (k \in R)$

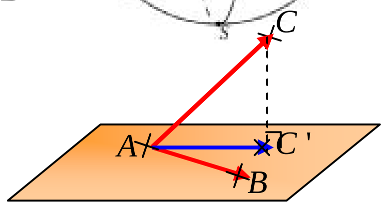
Descartes dit dans sa géométrie(1637):la géométrie analytique est l'art de résoudre les problèmes de géométrie par le calcul.

الجداء السلمي في الفضاء و توظيفه في : التعامد – تعيين معادلة ديكارتية لمستوي – حساب المسافة بين نقطة و مستوي - تعيين معادلة سطح كرة





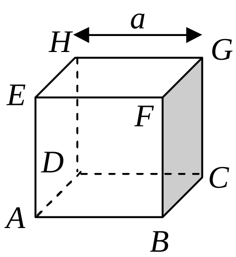




التمرين (01) $ABCDEFGH$ مكعب ضلعه a .

1/ احسب الجداءات السلمية الآتية :

أ) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ب) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ ، ج) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{FG}$ ، د) $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{HF}$



2/ أثبت ان المستقيم (AG) عمودي على المستوي (BED)

3/ نعتبر المعلم $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$.

أ) عيّن إحداثيات النقط A ، G ، B ، E و D

ب) اثبت مجددا أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (BED)

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

التمرين (02) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

نعتبر النقط : $A(-1;0;2)$ ، $B(-3;2;4)$ و $C(1;-1;-2)$

1/ بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا

2/ أثبت أن $\vec{n}(3;2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)

3/ استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

4/ عيّن معـــــادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمــل النقطة $E(4;-1;-2)$ و الموازي للمستوي (ABC)

التمرين (03) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

نعتبر النقط $A(1,0,-1)$ ، $B(2,2,3)$ ، $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$

1. اثبت أن المثلث ABC قائم ثم أحسب مساحته.

2. أ) عين شعاع ناظميا للمستوي (ABC)

ب) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3. عين بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

التمرين (04) (بكالوريا علوم تجريبية الجزائر دورة 2008)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك .نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(1;3;-1)$ ، $B(4;1;0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$

و المستوي (P) الذي معادلته : $x-3z-4=0$.

1) المستوي (P) هو : ج1) (BCD) ، ج2) (ABC) ، ج3) (ABD)

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو :

ج1) $\vec{n}_1(1;2;1)$ ، ج2) $\vec{n}_2(-2;0;6)$ ، ج3) $\vec{n}_3(2;0;-1)$

3) المسافة بين النقطة D و المستوي (P) هي: ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

التمرين (05) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

1) أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة التي قطرها $[AB]$ حيث:

A(7 ; 2 ; - 2) و B(- 3 ; 0 ; - 4)

2) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) مماس (S) في A .

3) اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (M) محور القطعة $[AB]$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (06) نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقطتين $A(0;-1;1)$ و $B(1;-1;0)$ وسطح الكرة (S) التي معادلتها :

$$x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$$

1) بيّن أن مركز سطح الكرة (S) هي النقطة $\Omega(1;0;2)$ ونصف قطرها هو $\sqrt{3}$

2) تحقق من أن A تنتمي إلى (S)

3)تحقق أن $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ غير مرتبطين خطيا ثم عيّن المعادلة الديكارتية للمستوي (OAB)

4) بيّن أن المستوي (OAB) مماس لسطح الكرة (S) في النقطة A.

التمرين (07) نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقطتين $A(2;-0;1)$ و $B(-1;0;2)$ و (P_1) مستوي معادلته الديكارتية $x-y-2z+2=0$

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P_2) الذي يشمل A و $\overrightarrow{0A}$ شعاع ناظمي له .

2) أثبت أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

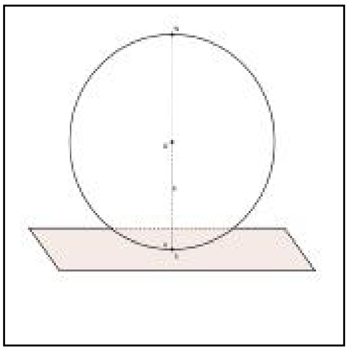
3) احسب المسافة بين B و (P_1) ثم بين B و (P_2)

4)استنتج المسافة بين النقطة B و مستقيم تقاطع المستويين (P_1) و (P_2)

التمرين (08) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط : $A(1;2;-2)$ ، $B(0;3;-3)$ ، $C(1;1;-2)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x+y-3=0$

1) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega(0;1;-1)$ عن المستوي (P) .

ب- استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(0;1;-1)$ و المماسة للمستوي (P) هى : $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$



2) أ- بيّن أن النقط A ،B و C تعيّن مستويا.

ب- عيّن شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي (ABC)

جـ- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) أ-تحقق من أن سطح الكرة (S) مماسة للمستوي (ABC).

ب- احسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) و المستوي (ABC) .

التمرين (09) رباعي وجوه $ABCD$ بحيث : $AC=BD$ و $AD=BC$ ونعتبر النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ و النقطة J منتصف القطعة $[CD]$.

1.برهن أن $AC^2+AD^2=2AJ^2+\frac{1}{2}CD^2$ و $BC^2+BD^2=2BJ^2+\frac{1}{2}CD^2$

2. استنتج أن المستقيمين (IJ) و (AB) متعامدان.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (10) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(1;-2;4)$ ، $B(-2;-6;5)$ ، $C(5;1;2)$ ، $D(1;-5;-8)$ ، $E(-4;0;-3)$

1.أ) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(a,b,c)$ يكون ناظميا للمستوي (ABC) إذا وفقط إذا كان : $\begin{cases} 3a+4b-c=0 \\ 4a+3b-2c=0 \end{cases}$

ب) استنتج شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) بمركبات صحيحة .

ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2.هل المستقيم (AE) عمودي على المستوي (ABC) ؟

3.هل المستويان (ABC) و (ADE) متعامدان ؟

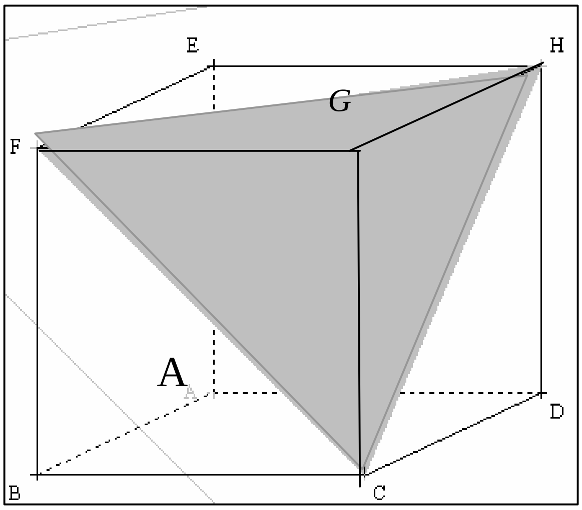
التمرين (11) نعتبر المكعب ABCDEFGH .

1. بين أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (CFH).(الشكل 1)

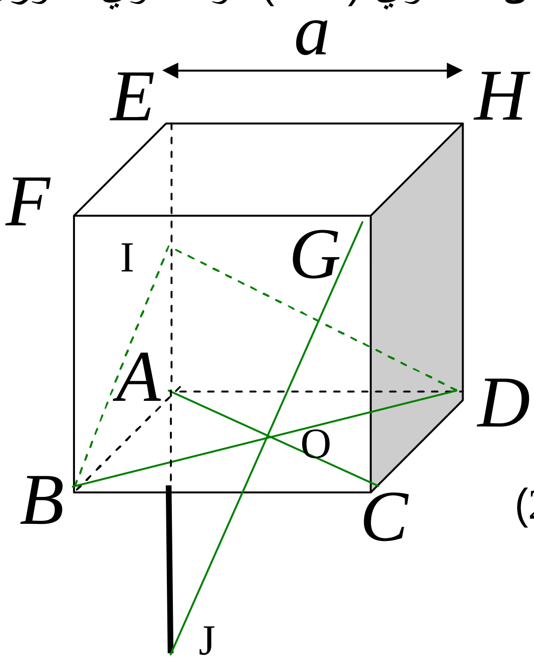
2.أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{HC}$.(الشكل 2)

3.نعتبر النقطة I منتصف الحرف [AE] والنقطة J بحيث تكون النقطة A منتصف القطعة[EJ]

- أثبت أن المستوي (BDI) هو مستوي محوري للقطعة [GJ] . (الشكل 2)



(الشكل 1)



(الشكل 2)

التمرين (12) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(0;0;1)$ ، $B(2;4;-1)$ ، $C(4;-4;-3)$ ، $S(4;0;4)$ ، $H\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

1) اثبت أن المثلث ABC قائم في A .

2) أ- بيّن أن الشعاع $\overrightarrow{SH}$ عمودي على المستوي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

ب- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) تحقق أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة S على المستوي (ABC)

4) احسب حجم رباعي الوجوه $SABC$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (13) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء . تعطى النقط
$D(0;4;-1)$ ، $C(6;-2;-1)$ ، $B(6;1;5)$ ، $A(3;-2;2)$

بيّن – مع التعليل – صحة أو خطأ الجمل التالية :

1) المثلث ABC قائم في A

2) المستوي (P) ذو المعادلة : $x+y+z-3=0$ عمودي على المستقيم (AB) ويشمل النقطة A

3) معادلة المستوي (P') العمودي على (AC) والذي يشمل النقطة A هي : $x+z-5=0$

4) المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

5) الشعاع $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) تقاطع (P) و (P').

6) حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو 81 وحدة حجوم . 7) قيس الزاوية $B\hat{D}C$ هو $\frac{3\pi}{4}$ راديان

8) مساحة المثلث BDC هي 21 وحدة مساحة . 9) بعد A عن المستوي (BDC) يساوي 3

التمثيل الوسيطي – التمييز المرجحي – تعيين مجموعات النقط

التمرين (14) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط
$C(-3;3;0)$ ، $B(-1;2;4)$ ، $A(2;-3;0)$

1/ اوجد تمثيل وسيطي لــ: أ) المستقيم (AB) . ب) نصف المستقيم $[BC)$. ج) القطعة $[BC]$

2/ - هل النقطتان $E(-4;7;8)$ ، $F(2;2;4)$ تنتميان إلى (AB)؟

التمرين (15) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. نعتبر المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-t \\ z=-3-2t \end{cases}$ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D') الذي يوازي (D) ويشمل النقطـــــة $A(-1;2;4)$

التمرين (16) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. نعتبر المستويين المعرفين بالمعادلتين التاليتين : $(P): x+2y-z+1=0$ و $(P'): -x+y+z=0$ و النقطة A(0; 1 ; 1)

1. بيّن أن المستويين متعامدان

2. عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع المستويين (P) و (P')

3. عيّن بعد النقطة A عن المستوي (P) و عن (P')

4. استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (D)

5. باستعمال التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) ومفهوم القيم الحدية استنتج من جديد بعد النقطة A عن المستقيم (D)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (17) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.

1/فسر الجملة التالية هندسيا $\begin{cases} x-2y-z-3=0 \\ 2x-3y+2z=4 \end{cases}$

2/هل جملة المعادلتين $\begin{cases} x-2y-z-3=0 \\ 2x-3y+2z=4 \end{cases}$ و التمثيل الوسيطي $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=-1+9t \\ y=-2-4t \\ z=t \end{cases}$

يعرفان نفس المستقيم ؟

التمرين (18) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء محاوره (OX) ، (OY) ، (OZ)

نعتبر النقطة A(1; -2 ; 4) و المستوي (P) الذي معادلته : 2x-3y+z+2 =0

1. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة **A** ويعامد المستوي (P) .
2. عيّن إحداثيات النقطة B نقطة تقاطع (Δ) و (P) .
3. اكتب معادلة لسطح الكرة التي مركزها **A** والتي تمس المستوي (P) .
4. عيّن إحداثيات C; D نقطتي تقاطع سطح الكرة والمستقيم (OZ)
5. ما هي إحداثيات مركز ثقل رباعي الوجوه ABCD .

التمرين (19) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقط :

$A(1;-2;5)$ ، $B(-2;0;3)$ ، $C(3;-1;4)$

1/ بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا

2/ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3/ تحقق أن النقطة $D(-3;3;0)$ تنتمي إلى المستوي (ABC) .

4/ علّل وجود ثلاثة أعداد حقيقية α ، β و γ حتى يكون D مرجح الجملة $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\gamma)\}$ عين الثلاثية (α,β,γ)

5/ هل النقطة D تنتمي إلى داخل المثلث (ABC) ؟ علل

التمرين (20) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.نعتبر النقطة A(2; 0 ; 2)

والمستوي (P) ذا المعادلة : $x+y-z-3=0$

1. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D)المار من A والعمودي على المستوي (P).
2. حدد إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (P).
3. نعتبر سطح الكرة (S) التي مركزها A والتي تقطع المستوي (P) وفق الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها 2.
   - أ- حدد نصف قطر سطح الكرة (S)
   - ب- اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (21) (P) مجموعة النقط المعرفة بالتمثيل الوسيطي

$$(P):\begin{cases} x = 1 + t + 2m \\ y = -2 + 3t & t , m \in \mathbb{R} \\ z = 1 - m \end{cases}$$

نعتبر النقطة $A(1;-2;1)$ و الشعاعين $\vec{u}(1;3;0)$ و $\vec{v}(2;0;-1)$

1) بين أن (P) هو مستوي المعلم $(A;\vec{u};\vec{v})$

2) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

التمرين (22) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقط :

$A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$

1.أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

2. ليكن (d) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(t \in R)$ $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$

أ) بيّن أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3. لتكن H النقطة المشتركة للمستقيم (d) والمستوي (ABC).

أ) بيّن أن النقطة H مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$

ب)عيّن طبيعة المجموعة (Γ_1) للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$\left(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = 0$ وحدد العناصر المميزة

جــ) عيّن طبيعة المجموعة (Γ_2) للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$\left\|-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \sqrt{29}$ وحدد العناصر المميزة

د) عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2)$.

هــ) هل النقطة $S(-8;1;3)$ تنتمي للمجموعة $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2)$.

التمرين (23) في كل حالة من الحالات التالية عين هندسيا المجموعات التالية المعـــــرفة بالتمثيلات الوسيطية :

$\xi_1:\begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 1 + k & (k \in \mathbb{R}) \\ z = -1 + 3k \end{cases}$ ، $\xi_2:\begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 1 + k & (k \in \mathbb{R}_+) \\ z = -1 + 3k \end{cases}$

$\xi_3:\begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 1 + k & (k \in [0;1]) \\ z = -1 + 3k \end{cases}$ ، $\xi_4:\begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 1 + k & (k \in [-1;2]) \\ z = -1 + 3k \end{cases}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (24) ABC مثلث ، نضع $AB=c$ ، $BC=a$ ، $AC=b$ نعتبر A' مرجح الجملة $\{(B;b),(C;c)\}$

1) نعرف النقطة B' بـــ : $\overrightarrow{AB'}=\frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$

- بين أن B' مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.

2) لتكن C' مرجح الجملة $\{(A;b),(C;c)\}$ بين أن $AB'A'C'$ معين.

3) لتكن I مرجح الجملة $\{(A;a),(B;b),(C;c)\}$

-بين أن I هو مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC

التمرين (25) : A ، B ، C ثلاث نقط من الفضاء ، ليست على استقامة واحدة . k عدد حقيقي من المجال [1 ; 1-] . G_k مرجح الجملة $\{(A;k^2+1),(B;k);(C;-k)\}$.

1) مثل النقط A ، B ، C و I منتصف [BC] ثم أنشئ النقطتين G_1 و G_{-1}

2) a) بين أنه من أجل كل k من المجال [1 ; 1-] لدينا : $\overrightarrow{AG_k}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

b) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال [1 ; 1-] كما يلي : $f(x)=\frac{-x}{x^2+1}$

c) استنتج مجموعة النقط G_k لما k يمسح المجال [1 ; 1-]

3) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

5) الفضاء منسوب الآن إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، النقط A ، B ، C تأخذ الإحداثيات (2 ; 0 ; 0) ، (1 ; 2 ; 1-) و (5 ; 2 ; 1-) على الترتيب.

a) عين إحداثيات G_1 و G_2 ، تحقق أن (E) و (F) يتقاطعان.

b) أحسب نصف قطر الدائرة (C) تقاطع (E) و (F) .

التمرين (26) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقط:

$A(0;1;1)$ ، $B(1;0;0)$ ، $C(-1;2;1)$ ، $D(0;1;2)$

1/ أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

2/ عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC)

3/ بيّن أن النقطة D تنتمي للمستوي (ABC)

4/ اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

المستقيمات والمستويات في الفضاء – الأوضاع النسبية

التمرين (27) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المستقيمات d_1 ، d_2 ، d_3 ممثلة وسيطيا على الترتيب

$$d_1:\begin{cases} x=-2+5t \\ y=-1-t \\ z=3+4t \end{cases} \quad (t\in R) \ ، \quad d_2:\begin{cases} x=1-t' \\ y=4+3t' \\ z=5-t' \end{cases} \quad (t'\in R) \ ، \quad d_3:\begin{cases} x=-7+7t'' \\ y=-3t'' \\ z=2t'' \end{cases} \quad (t\in R)$$

1- أدرس تقاطع d_1 و d_2 ثم d_1 و d_3

2- بين أنه يوجد مستو وحيد (P) يشمل d_1 و d_2 ثم اكتب معادلة ديكارتية لـــ (P)

التمرين (28) نعتبر المستقيمين (D) و (D') حيث

$$(D):\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=1+3t \end{cases} \quad t\in ¡ \qquad (D'):\begin{cases} x=3+2m \\ y=m \\ z=-1-4m \end{cases} \quad m\in ¡$$

1) بين أن المستقيمين ليسا من نفس المستوي

2) عين مستقيما (D'') يوازي (D') و يقطع (D)

التمرين (29) نعتبر المستقيمات d_1 ، d_2 ، d_3 ممثلة وسيطيا على الترتيب

$$d_1:\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases} \quad t\in ¡ \ ، \quad d_2:\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases} \quad t\in ¡ \ \text{و} \quad d_3:\begin{cases} x=2\alpha+4 \\ y=-2\alpha-2 \\ z=2\alpha+6 \end{cases} \quad (\alpha\in ¡)$$

1) بين أن المستقيمين d_1 و d_2 من نفس المستوي . 2) عين نقطة تقاطعهما.

2) بين أن d_2 و d_3 منطبقان

التمرين (30) 1-تحقق أن المستقيمين (D) و (D') متوازيان

$$(D):\begin{cases} x=-2-4t \\ y=3+2t \\ z=1-2t \end{cases} \quad t\in ¡ \qquad (D'):\begin{cases} x=1+2t' \\ y=3-2t' \\ z=-1+2t' \end{cases} \quad t'\in ¡$$

2- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يشملهما

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (31) **(أسئلة متعددة الاختيارات)** كل سؤال يتضمن أربع اختيارات من بينها اختيار واحد صحيح ، عيّنه مبررا إجابتك . الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث : $\begin{cases} 2x-6y+2z-7=0 \\ -x+3y-z+5=0 \end{cases}$ هي :

ج1:مجموعة خالية ، ج2) مستقيم ، ج3) مستوي ، ج4) نقطة

2) المستقيمان الممثلان وسيطيا كما يلي : $\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=2-3t \end{cases}$ و $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2-t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=4+2t \end{cases}$

ج1: متوازيان تماما ، ج2: متطابقان ، ج3: متقاطعان ، ج4) :ليسا من مستوي واحد

3) المسافة بين النقطة $A(1;-2;1)$ والمستوي الذي معادلته : $-x+3y-z+5=0$ هي :

ج1: $\frac{3}{11}$ ، ج2) : $\frac{3}{\sqrt{11}}$ ، ج3: $\frac{1}{2}$ ، ج4: $\frac{8}{\sqrt{11}}$

4) إحداثيات H المسقط العمودي للنقطة $B(1;6;0)$ على المستوي الذي معـــــــــادلته: $-x+3y-z+5=0$ هي :

ج1: $(3;1;5)$ ، ج2: $(2;3;1)$ ، ج3: $(3;0;2)$ ، ج4: $(-2;3;-6)$

التمرين (32) الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. (d) مستقيم من الفضاء ذو التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=-4 \end{cases}$

1- عين تقاطع المستقيم (d) و المستوي $P(O,\vec{i},\vec{k})$

2- أثبت أن (d) يوازي المستوي $P(O,\vec{i},\vec{j})$

3- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d') الذي يشمل النقطة $A(2;-4;0)$ و يوازي (d)

4-أعط تمثيلين وسيطيين لمستقيمين موازيين لـــ (d) في المستوي $P(O,\vec{i},\vec{j})$

التمرين (33) ليكن رباعي الوجوه ABCD و لتكن 'D' ، B و 'C نظائر A بالنسبة لمنتصفات القطع [BC] ، [CD] و [DB] على الترتيب

1) تحقق أن $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})$ معلم للفضاء

2) عين تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمات ('BB) ، ('CC) و ('DD)

3) بين أنّ هذه المستقيمات تتقاطع في نقطة واحدة J يطلب تحديد احداثياتها

التمرين (34) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط التالية $A(4;0;-3)$ ، $B(2;2;2)$ ، $C(3;-3;-1)$ و $D(0;0;-3)$.

1) عين معادلة ديكارتية لمستوي محور [AB] (ليكن (P) هذا المستوي) .

2) نقبل فيما يلي أن المستويين محوري القطعتين

[BC] و [DC] معرفان بالمعادلتين $2x-10y-6z-7=0$ و $3x-3y+2z-5=0$ على الترتيب .

أ)- بين أن تقاطع هذه المستويات الثلاثة هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها .

ب)- بين أن النقط A ، B ، C ، D تقع على سطح كرة مركزها E يطلب تعيين نصف قطرها

التمرين (35) حل الجمل التالية وفسّر النتائج هندسيا

$$1/\begin{cases} x-2y+3z=1 \\ x-y+7z=-4 \\ 2x+4y+9z=-9 \end{cases} \quad ، \quad 2/\begin{cases} x+y-z=-1 \\ 3x+3y=1 \\ x+y-2z=4 \end{cases}$$

$$3/\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y-2z=0 \\ 2x+3y-z=1 \end{cases} \quad ، \quad 4/\begin{cases} 5x-y+z=-2 \\ x+y=3 \\ 8x-10y+3z=-27 \end{cases}$$

التمرين (36) نعتبر المستويين المعرفين بمعادلتين ديكارتين كما يلي :

$$(P): x+y=-1 \quad ، \quad (R): 2x+y+2z=0$$

1) تحقق أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (D) يشمل النقطة $A(1;-2;0)$ و موجه بالشعاع $\vec{u}(-2;2;1)$

2) بين أن المستقيم (D) و المستوي (P') الذي معادلته $4x+4y+z+3=0$ يتقاطعان

3) استنتج حل الجملة

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+y+2z=0 \\ 4x+4y+z+3=0 \end{cases}$$

التمرين (37) نعتبر في الفضاء (E) المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$A(0;-1;2)$ ، $B(1;1;2)$ ، $C(2;-1;0)$ و المستوي : $(P):-2x+y+2z+2=0$

و سطح الكرة : $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-4=0$

1) أوجد المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

2) حدد النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) و نصف قطرها R

3) برهن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) في نقطة E ينبغي تحديد إحداثياتها.

4) بيّن أن المستوي (P) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (C) محددا إحداثيات مركزها H ونصف قطرها r

{ التدريب على حل تمارين بكالوريات }

التمرين (01) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A\left(1;0;2\right)$ ، $B\left(0;2;1\right)$ ، $C\left(2;1;3\right)$

1) $\left(P\right)$ مستو معادلة له من الشكل $x-z+1=0$

أ) بيّن أن المستوي $\left(P\right)$ هو المستوي $\left(ABC\right)$.

ب) ما طبيعة المثلث $\left(ABC\right)$

2) أ) تحقق من أن النقطة $D\left(2;3;4\right)$ لا تنتمي إلى $\left(ABC\right)$.

ب) ما طبيعة $ABCD$

3) أ) احسب المسافة بين D و المستوي $\left(ABC\right)$

ب) احسب حجم $ABCD$

التمرين (02) في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.نعتبر النقط :

$A\left(2;3;-1\right)$ ، $B\left(1;-2;4\right)$ ، $C\left(3;0;-2\right)$ ، $D\left(1;-1;-2\right)$

وليكن $\left(\pi\right)$ المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$

المطلوب :أجب بصحيح او خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1.النقط A ، B و C في استقامية .

2.$\left(ABD\right)$ مستوي معادلة ديكارتية له : $25x-6y-z-33=0$

3.المستقيم $\left(CD\right)$ عمودي على المستوي $\left(\pi\right)$.

4.المسقط العمودي للنقطة B على $\left(\pi\right)$ هو النقطة : $H\left(1;1;-1\right)$

التمرين (03) **1**. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط :

$A\left(1;1;2\right)$ ، $B\left(-1;0;-2\right)$ ، $C\left(-1;0;-6\right)$

بيّن أن مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ التي تحقق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم $\left(AB\right)$ نرمز له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له .

2. لتكن S مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$

برهن أن S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R

3. G نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة : $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

أ) عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنها تنتمي إلى S

ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (04) الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي معطى بالجملة التالية : $\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -t+2 \\ z = t+1 \end{cases} \quad ; t \in \mathbb{R}$

P مستو معرف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

1	A_1 : النقطة $A(1;1;2)$ تنتمـــــي إلى (Δ)	B_1 : النقطة $B(-1;0;2)$ تنتمـــــي إلى (Δ)	C_1 : النقطة $C\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ تنتمـــي إلى (Δ)
2	A_2 : $\vec{u}\left(-1;\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2 : $\vec{u'}(1;3;1)$ شعاع توجيه (Δ)	C_2 : $\vec{u''}(3;1;0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	A_3 : (Δ) محتوى في P	B_3 : (Δ) يقطع P	C_3 : (Δ) يوازي P
4	A_4: المستوي Q_1 ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد P	B_4: المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد P	C_4: المستوي Q_3 ذو المعـــــادلة : $x-y+2z+5=0$ يعامد P
5	A_5: المسافة بين النقطة $D(1;1;1)$ و المستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5: المسافة بين النقطة $O(0;0;0)$ و المستوي P هي : $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5: المسافة بين النقطة $E(1;3;0)$ و المستوي P هي : $\sqrt{11}$

التمرين (05) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، المستويين (P_1) و (P_2) حيث : $x+2y-z-2=0$ معادلـــــة للمستوي (P_1)

و $\begin{cases} x = 1+2\alpha+\beta \\ y = 1+\alpha \\ z = 5+\alpha+\beta \end{cases} \quad ; (\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$ تمثيل وسيطي للمستوي (P_2) .

1) اكتب معادلة للمستوي (P_2)

2) عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n_1}$ للمستوي (P_1) و شعاعا ناظميا $\vec{n_2}$ للمستوي (P_2) .

3) بيّن أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان .

4) أ- $A(3;1;1)$ نقطة من الفضاء ، عيّن المسافة d_1 بين النقطة A و المستوي (P_1) ثمّ المسافة d_2 بين A و المستوي (P_1) .

ب- استنتج المسافة d_3 بين النقطة A و المستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

5) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي .

ب- M نقطة كيفية من (Δ)، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا ثانية المسافة بين A و (Δ) .

التمرين (06) الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطتين $A(2;1;2)$ و $B(0;2;-1)$ و المستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$$ حيث $t \in \mathbb{R}$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

اثبت أن (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي .

2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) و يوازي المستقيم (D) .

أ- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ عمودي على المستوي (P)

ب- اكتب معادلة للمستوي (P)

ج- بيّن أن المسافة بين نقطة M من (D) و المستوي (P) مستقلة عن موضع M .

د- عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي (P) مع المستوي (yoz).

التمرين (07) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، النقط

$A(1;2;2)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(2;-4;0)$

1) ما طبيعة المثلث ABC ؟

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) D نقطة من الفضاء إحداثياتها $D(0;2;7)$

- احسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC) .

4) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (π) الذي يشمل النقطة D و يوازي المستوي (ABC) .

5) اكتب معادلة سطح الكرة المماسة للمستويين (ABC) و (π) في النقطتين C و D على الترتيب .

التمرين (08) <u>الجزء(أ)</u> نعتبر النقطتان A و D من الفضاء . ولتكن I منتصف القطعة $[AD]$.

1) برهن أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء فإن : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA} = MI^2 - IA^2$

2) استنتج المجموعة (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA} = 0$

<u>**الجزء(ب)**</u> الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط :

$A(3;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;4)$ ، $D(-5;0;1)$

1/ تحقق أن $\vec{n}(4;2;3)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .ثم اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2/ اوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) ويشمل النقطة D

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

3/ لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .استنتج إحداثيات النقطة H

4/ احسب بعد النقطة D على المستوي (ABC) .

5/ برهن أن النقطة H تنتمي إلى المجموعة (E) المعرفة في الجزء (أ)

التمرين (09) :الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته : $x+2y-z+7=0$ و النقط $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$

1- تحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي هي : $y+2z-2=0$

2- أ- تحقق ان المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC)

ب- احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ)

3- لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;a),(C;b)\}$ حيث a و b عددان حقيقيان يحققان $1+a+b\neq 0$ ، عيّن a حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ)

التمرين (10) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط :

$A(-1;2;1)$ ، $B(0;5;2)$ ، $C(3;0;-2)$

1. أ) بيّن أن النقـــــط A ،B وC تعيّن مستويا. ب) اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
2. نعتبر سطح الكرة (S) المعرفة بالمعادلة الديكارتية :

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$$

أ) عيّن النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها r

ب) تحقق من أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) .

3. أ) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على المستوي (ABC).

ب) استنتج إحداثيات w نقطة تماس (ABC) و (S) .

التمرين (11) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

لتكن النقط $A(0;2;1)$ ، $B(-1;1;-3)$ ، $C(1;0;-1)$

1.اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C وتشمل النقطة A

2.ليكن المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-1-l \\ y=1+2l \\ z=-3+2l \end{cases}$ حيث l عدد حقيقي .

أ) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم (D)

ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (D)

ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) وسطح الكرة S

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (12) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفيين بالتمثليين الوسيطيين الأتيين :

$$\begin{cases} x = 3 + l \\ y = 2 + \frac{1}{2} l \\ z = -2 - 2l \end{cases} ; l \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x = 6 + a \\ y = 1 - 2a \\ z = 5 + a \end{cases} ; a \in \mathbb{R}$$ على الترتيب

1- بيّن أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ')

أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ') .

ب) احسب الطول MN .

3- عيّن معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ') .

احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي (P) . ماذا تلاحظ ؟

التمرين (13) نعتبر الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

$A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ ، $C(1;3;3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/ برهن أن النقط A ، B و C تعين مستو يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

2/ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين :

$(P_1): x - 2y + 2z - 1 = 0$ و $(P_2): x - 3y + 2z + 2 = 0$

بيّن أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

3/ بيّن أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

4/ بيّن أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو احد أشعة توجيه المستقيم (Δ).

5/ استنتج أن التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة : $(k \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 3 \\ z = -k + 3 \end{cases}$

6/ لتكن M نقطة من المستقيم (Δ)

أ- اوجد قيمة k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}(2;0;-1)$ متعامدان

ب- استنتج المسافة بين النقطة $A(1;2;2)$ و المستقيم (Δ)

7/ أ- عبر عن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) و النقطة A

ب- عين قيمة k حتى يكون AM أصغريا .ثم احسب AM في هذه الحالة ، فسر النتيجة

التمرين (14) (أسئلة متعددة الاختيارات)

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. عيّن، في كل حالة مما يلي، النتيجة أو النتائج الصحيحة مع التبرير.

1/ المستقيم الذي يشمل $A(1;2;-4)$ و $B(-3;4;1)$ والمستقيم الذي تمثيله الوسيطي معرف بــ:

$$\begin{cases} x=-11-4t \\ y=8+2t \\ z=11+5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

W متقاطعان W متوازيان تماما W متطابقان W ليسا من مستوي واحد

2/ ليكن المستوي (P) المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$ والمستقيم (d) المعرف بــ:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=8+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

W (P) و (d) متقاطعان W (P) و (d) متوازيان تماما

W (d) محتواه في (P) W لآ احد من هذه الإمكانيات صحيحة

3/ المسافة بين النقطة $A(1;2;-4)$ والمستوي المعرف بالمعادلة : $2x+3y-z+4=0$

W $\frac{8\sqrt{14}}{7}$ W 16 W $8\sqrt{14}$ W $\frac{8}{7}$

4/ لتكن النقطة $B(-3;4;1)$ وسطح الكرة (S) المعرف بالمعادلة : $x^2+y^2+z^2=16$

W B داخل (S) W B خارج (S) W B نقطة من (S) W لا نعرف

التمرين (15) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء . تعطى النقط : $A(2;4;1)$

$B(0;4;-3)$ ، $C(3;1;-3)$ ، $D(1;0;-2)$ ، $E(3;2;-1)$ ، $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$

بيّن – مع التعليل – صحة أو خطأ الجمل التالية :

1) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان

2) معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x+2y-z-11=0$

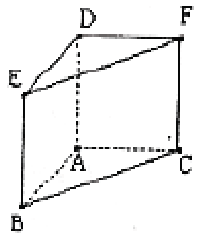
3) النقطة E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

4) المستقيم (CD) ممثل وسيطيا بالجملة : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

5) النقطة I تنتمي للمستقيم (AB) .

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (16) $ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A و المتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $\left(r \in \mathbb{R}_+^*\right)$. (انظر الشكل)



1) يرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$.
بيّن أن G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$.

2) ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$.

- عيّن إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E ، F
- عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

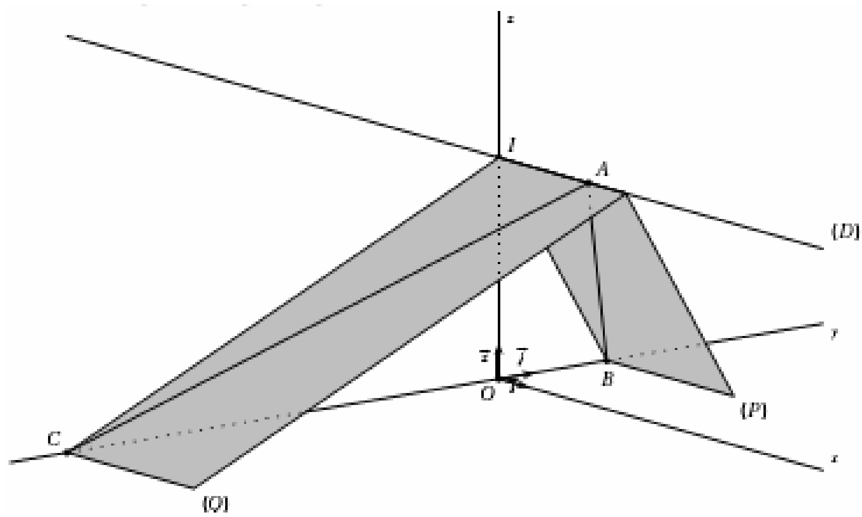
$$2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$$

التمرين (17)) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء .تعطى النقطتين A(3; 0 ; 6) و (6 ; 0 ;0)I وليكن (D) المستقيم الذي يشمل النقطتين A و I نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين بالمعادلتين التاليتين : $(P): 2y+z-6=0$ و $(Q): y-2z+12=0$

1.بيّن أن المستويين (P) و (Q) متعامدان
2.بيّن أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D)
3.بيّن أن المستويين (P) و (Q) يقطعان ، على الترتيب ،المحور $(O;\vec{j})$ في النقطتين B و C
4. اثبت أن معادلة للمستوي (T) يشمل النقطة B والشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظمي له هي :

$$x+4y+2z-12=0$$

5. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA) .برهن أن المستقيم (OA) والمستوي (T) يتقاطعان في نقطة H يطلب تعيين إحداثياتها.
6.ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك.



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (18) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء.نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة :

$2x+y-2z+4=0$ و النقط :(A(3; 2 ; 6 ، B(1; 2 ; 4) ، C(4; -2 ; 5)

1.أ) بيّن أن النقـــــط A، B و C تعيّن مستويا .ب- بيّن أن هذا المستوي هو المستوي (P) .

2. أ) بيّن أن المثلث ABC قائم

ب) Δ مستقيم يشمل O ويعامد المستوي (P) ، أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ

جــ) K المسقط العمودي للنقطة O على (P) . احسب OK

د) احسب حجم الرباعي OABC

3. نعتبر الجملة المثقلة : S= $\{$ (O;3),(A;1),(B;1),(C;1) $\}$

أ) بيّن أن هذه الجملة تقبل مرجحا

ب) نرمز بــ I إلى مركز ثقل المثلث ABC . بيّن أن G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

جــ) عيّن المسافة بين G والمستوي (P)

4. أ) عيّن (E) مجموعة M من الفضاء التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$

ب) ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (P) و(E) .

التمرين (19) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط:

$A(2;1;-1)$, $B(-1;2;4)$,$C(0;-2;3)$,$D(1;1;-2)$ و المستوي (P)

الذي معادلته: $x-2y+z+1=0$

- في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبررا ذلك .

1) النقط A ، B و C تعين مستوي ، 2) المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P)

3) معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) هي : $x+8y-z-11=0$

4) المستقيم (AC) له تمثيل وسيطي الجملة التالية :$(k\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2k \\ y=2+3k \\ z=3-4k \end{cases}$

5) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان ، 6) بعد النقطة C عن المستوي (P) يساوي $4\sqrt{6}$

7) سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ مماسة للمستوي (P)

8) النقطة $E\left(-\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P)

التمرين (20) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة (B(1; -2 ; 1 و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.والمستوي (R) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+2y-7=0$.

أ- بيّن أن المستويين (P) و(R) متعامدان.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

ب- برهن أن تقاطع المستويين (P) و(R) هو المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة(1- ; 4 ;1-)C وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;-1;1)$.

جـ) لتكن النقطة (1- ; 2- ;5)A . احسب بعد النقطة A عن المستوي (P) ثم بعد النقطة A عن المستوي (R) .

د) عيّن بعد النقطة A عن المستقيم (Δ).

2. أ) من أجل كل عدد حقيقي t ، نعتبر النقطة $M_t(1+2t;3-t;t)$.

- عيّن بدلالة t الطول AM_t. ونرمز لهذا الطول بـــ $j(t)$. ونعرف الدالة j من R في R .

ب) ادرس إتجاه تغير الدالة j واستنتج القيمة الحدية الصغرى لها .

جـــ) فسّر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى.

التمرين (21) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبرالنقط $A(1;1;0)$ ، $B(1;2;1)$ و $C(3;-1;2)$

1- تحقق أن النقط A ، B و C ليست على استقامية ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x+y-z-3=0$

2- نعتبر المستويين (P) و (R) المعرفيين على الترتيب بالمعادلتين :

$x+2y-z-4=0$ و $2x+3y-2z-5=0$

- بيّن أن المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي هو : $(t\in ℝ)$ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$

3- ادرس تقاطع المستويات (P) ، (R) و (ABC)

- عيّن بعد النقطة A عن المستقيم (D) .

التمرين (22) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط:

$A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$ ، $D(4;-2;5)$ و الشعاع $\vec{n}(2;a;b)$.

1. أ) أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

ب) اوجد العددين a و b حتى يكون $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2. (Δ) مستقيم معرف بالتمثيل الوسيطي : $(t\in ℝ)$ $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}$

- برهن أن النقطة D تنتمي للمستقيم (Δ) و أن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC).

3. لتكن النقطة E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

-برهن أن النقطة E مركز ثقل المثلث ABC .

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (23) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط :

C(2; 1 ; -2) ، B(1; -1 ; 1) ، A(1; 2 ;-2)

1. بيّن أن النقـــــط A، B و C تعيّن مستويا ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2.لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ ونصف قطرها $R=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

أ- بيّن أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) ثم حدد إحداثيات H نقطة تماس (ABC) و(S)

ب- لتكن $M(a,b,c)$ نقطة من المستوي (ABC). بيّن أن : $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$

التمرين (24) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

النقطة A(1; -1 ; 3) والمستوي (P) الذي معادلته : x-y+3z=0

1.أ) تحقق من أن : $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ $(t\in R)$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم في النقطة A

ج) تحقق من أن (P) يوازي المستوي (Q) .

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماسة للمستوي (Q) في A والتي يقطعها المستوي (P) وفق الدائرة Γ التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$.

أ) بيّن أن W(a;b;c) مركز سطح الكرة (S) ينتمي إلى (OA) ثم استنتج أن : c=3a وb=-a

ب) بيّن أن : $WA^2 - WO^2 = 33$ ثم استنتج أن : a-b+3c=-11

ج) استنتج إحداثيات W مركز سطح الكرة (S) وبيّن أن نصف قطرها يساوي $2\sqrt{11}$.

التمرين (25) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ . . تعطى النقط :

$S\left(0;3;\dfrac{1}{2}\right)$ ، $D(4;1;1)$ ، $B(0;3;-4)$ ، $A(2;-1;0)$

1/ عين إحداثيات النقطة C حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

2/ احسب الجداء السلمي $\vec{AB}.\vec{AD}$. استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

3/ أ) اوجد تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABD)

ب)استنتج معادلة ديكارتيه له.

4/ أ) اوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)الذي يشمل S ويعامد المستوي (ABD)

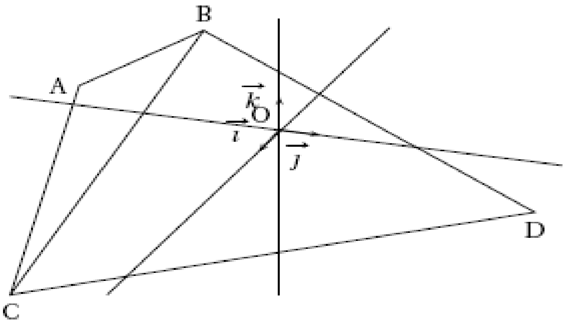
ب) اوجد إحداثيات النقطة I تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (ABD)

ج) برهن أن I نقطة من القطعة $[BD]$ وحدد موقعها بالنسبة للنقطتين B و D

5/ احسب حجم الهرم $ABCDS$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (26) الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$



I) 1) بين أن المثلث ABC قائم .

2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته : $x+y+z-3=0$. بين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) و يمر من النقطة A .

3) ليكن ('P) المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل A .

- أكتب معادلة ديكارتية لــ ('P)

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) مستقيم تقاطع (P) و ('P) .

II) 1) لتكن D النقطة ذات الاحداثيات $(-1;4;0)$، بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

2) أحسب حجم رباعي الوجوه ABDC

3) بين أن قيس الزاوية $B\hat{D}A$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان

4) أ) أحسب مساحة المثلث BDC ب) استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BDC)

التمرين (27) نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط: $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ ، $C(2;0;0)$ و نسمي I منتصف القطعة $[BC]$ و G مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B و C و النقطة H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .

- في كل اقتراح مما يلي أذكر إن كانت الجملة صحيحة ام خاطئة مبرهنا عن اختيارك .

°1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0$ هي المستوي (AIO).

°2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$ هي سطح الكرة التي قطرها $[BC]$.

°3) حجم رباعي الوجوه $OABC$ يساوي 4 وحدة حجوم .

°4) $2x+y+2z=4$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) وإحداثيات النقطة H هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$

°5) المستقيم (AG) يقبل التمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2-2t \end{cases}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

التمرين (28) $ABCD$ رباعي وجوه بحيث المثلثات ABC ، ABD و ACD قائمة في A ومتساوية الساقين بحيث : $AB = AC = AD = a$. نسمي A_1 مركز ثقل المثلث BCD .

1) برهن أن المستقيم (AA_1) يعامد المستوي (BCD) . (يمكنك حساب $\vec{AA_1}.\vec{BC}$ و $\vec{AA_1}.\vec{CD}$)

2) عبر بطريقتين مختلفتين عن حجم رباعي الوجوه $ABCD$ ، احسب طول القطعة $[AA_1]$.

3) نسمي النقطة G مركز المسافات المتساوية لرباعي الوجوه $ABCD$ و I منتصف $[BC]$.

أ) برهن أن النقطة G تنتمي للقطعة $[AA_1]$ و احسب الطول AG .

ب) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء بحيث يكون :

$$\left\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\right\| = 2\left\|\vec{MB} + \vec{MC}\right\|$$

4) النقطة H نظيرة النقطة A بالنسبة للنقطة G

أ) برهن أن : $4\vec{GA} + \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{BA}$.

ب) برهن المساواة : $HC^2 - HD^2 = \vec{DC}.\vec{BA}$. ثم استنتج أن $HC = HD$

التمرين (29) نعتبر رباعي الوجوه OABC حيث OAB، OAC و OBC مثلثات قائمة في O و OC=OB=OA=1، [CI] إرتفاع في المثلث ABC، [OH] إرتفاع في المثلث OIC .

1- ما طبيعة المثلث ABC؟ أحسب الطول AB.

2- أثبت أن المستقيمان (OH)و(AB) متعامدان و أن H ملتقى الارتفاعات في المثلث ABC .

3- أرسم المثلث OCI بعد حساب الأطوال OIو CI (الوحدة هي طول OC) ، عين H.

4. أ). عين الطول OH في المثلث OCI.

ب). أحسب V حجم رباعي الوجوه OABC ثم S مساحة ABC .

ج) أوجد علاقة بين S،V وOH ثم تحقق من النتيجة 4-أ).

5.نعتبر النقطة D المعرفة بالعلاقة $\vec{OD} = \vec{HO}$ ثم نسب الفضاء إلى المعلم $\left(O;\vec{OA};\vec{OB};\vec{OC}\right)$

أ). بين أن إحداثيات النقطة H هي $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. ب). بين أن رباعي الوجوه ABCD منتظم.

ج). لتكن Ω مركز سطح الكرة الداخلية للرباعي ABCD

بين أن Ω نقطة من المستقيم (OH) وأحسب إحداثياتها.

الهدية

جمال الرياضيات والعلوم الأخرى

إن ما يزيد الجمال الرياضياتي كمالا هو تلك الاشتقاقات المستعملة في الفيزياء، الكيمياء، الهندسة والعديد من المجالات العلمية الأخرى. إن القوانين الفيزيائية الأساسية والتي اكتشفت بالملاحظة والتجربة ما كانت لتنمو بدون تنقيح رياضي. يبدو هذا جليًا في أعمال نيوتن في توسيع قوانين الميكانيكا ممثلة بالاتزان والحركة، وقوانين الديناميكا الحرارية. كما أن أعمال ماكسويل في تجميع معادلات الكهرومغنطيسية شاهدًا بارزًا على اشتقاق سرعة الموجة الكهرومغنطيسية بشكل مطلق فتح آفاقًا جديدة واستنتاجات رياضية بحتة في نسبية آينشتين. حلل و ناقش ؟

يمكنك تحميل المطبوعة من المنتديات التالية :

http://mathlycee.ahlamontada.com/ أو http://amarmathlycee.ahlamontada.com/

إعداد الأستاذ
حليلات عمار