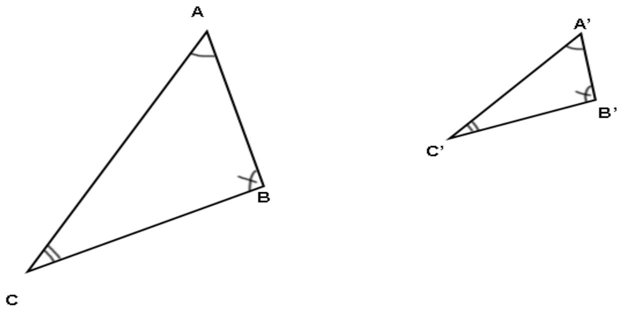
المثلثات المتشابهة

تعريف:

نقول أن مثلثين ABC و A’B’C’ متشابهان إذا كانت زواياهما متقايسة على التوالي, و أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.



خاصيات:

إذا كان مثلثان متشابهين, فإن زواياهما المتناظرة مقايسة و أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

ABC و A’B’C’ متشابهان, إذن:

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \\ B\hat{A}C = B'\hat{A}'B' \\ A\hat{B}C = A'\hat{B}'C' \end{array}\right.$$

حالات تشابه مثلثين:

نسمي حالة تشابه مثلثين الشروط الكافية لكب نثبت أن مثلثين متشابهان.

الحالة الأولى:

إذا قايست زاويتان لمثلث على التوالي زاويتين لمثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

الحالة الثانية:

إذا قايست زاوية لمثلث زاوية مثلث آخر و كانت أطوال الأضلاع المحاذية للزاويتين متناسبة, فإن هذين المثلثين متشابهان.

الحالة الثالثة:

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة على التوالي مع أطوال أضلاع مثلث آخر, فإن هذين المثلثين متشابهان.

جميع الحقوق محفوظة لموقع عيون البصائر
www.elbassair.net

نصوص التمارين:

1) (e) دائرة مركزها O و شعاعها r و M نقطة تقع داخل (e).
(Δ) مستقيم يمر من M و يقطع (e) في نقطتين A و B.
(Δ′) مستقيم آخر يمر من M و O و يقطع (e) في نقطتين E و F.
أ- بين أن المثلثين MAE و MBF متشابهان.
ب- إستنتج أن:
$MA . MB = ME . MF = r^2 - OM^2$

2) ABC مثلث, لتكن B′ المسقط العمودي للنقطة B على (AC) و C′ المسقط العمودي للنقطة C على (AB). أثبت أن: AC′ . AB = AB′ . AC.

3) ABC و MEN مثلثان متشابهان بحيث [AB] و [AC] متناظران على التوالي مع [ME] و [EN].
أ- أذكر الزوايا المتناظرة بالنسبة لهذين المثلثين.
ب- إذا علمت أن:
MN = 4, BC = 8, AC = 6, AB = 5
أحسب ME و EN.

4) ABC و DEF مثلثان متشابهان بحيث:
$\hat{E} = \hat{C}$ و $\hat{A} = \hat{D}$.
إذا علمت أن نسبة التشابه هي: $\frac{2}{3}$ و أن AB = 9, AC = 6, EF = 8. أحسب BC,DE,DF.

5) ABCD مستطيل بحيث AB = 2BC ,
المستقيم العمودي على (BD) المار من A يقطع (CD) في E,
أ- بين أن المثلثين ADE و BCD متشابهان.
ب- إستنتج أن: $DE = \frac{1}{4} CD$.

6) ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث AB>AC, منصف الزاوية $[A\hat{C}B]$ يقطع [AB] في النقطة E, المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة B يقطع (EC) في النقطة F.
أ- أنجز الشكل بأكمله.
ب- 1- بين أن المثلثين AEC و BFC متشابهان.
2- إستنتج أن AE . FC = EC . FB.

7) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A, على نصف المستقيم [AC] نعتبر نقطتين M و N, حيث M∊[AC] و $M\hat{B}C = N\hat{B}C$ (M ≠ N)
أ- قارن الزاويتين $[A\hat{B}N]$ و $[A\hat{M}B]$.
ب- قارن المثلثين ABN و AMB, و إستنتج أن: $AB^2 = AM . AN$.

8) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A, و لتكن ξ(O,R) الدائرة المحيطة به, و لتكن M منتصف [BC] و F النقطة بحيث [BF] قطر في الدائرة ξ(O,R).
أ- بين أن المثلثين AFB و MCA متشابهان.
ب- إستنتج أن AB . MC = AF . AM

9) ABCD رباعي محدب محاط بدائرة (ξ) قطرها [AC], لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على (BD). قارن المثلثين ABH و ACD.
- إستنتج أن AB . AD = AC . AH .

10) ABC مثلث متساوي الأضلاع, لتكن D مماثلة A بالنسبة إلى (BC) و E نقطة من القطعة [AB] المستقيم (DE) يقطع (AC) في F.
أ- قارن المثلثين BDE و CFD.
ب- إستنتج أن الجداء BE . CF يضل ثابتا عندما تتغير E على [AB].

11) ABC مثلث و M نقطة من نصف المستقيم [BA) حيث: BM>BA.
نفترض أن $MA . MB = MC^2$.
أ- قارن المثلثين MAC و MCB, و إستنتج أن $[A\hat{C}M] = [A\hat{B}C]$.
ب- بين أن المستقيم (MC) مماس للدائرة (ξ) المحيطة بالمثلث ABC.

12) $[x\hat{A}y]$ زاوية و M نقطة من منصفها الداخلي (M ≠ A). لتكن B نقطة من [Ax) و C نقطة من [Ay) حيث: $AB = \frac{3}{4}AM$ و $AC = \frac{4}{3}AM$.
أ- قارن المثلثين ABM و AMC.
ب- لتكن B′ مماثلة B بالنسبة إلى (AM), بيّن أن $[A\widehat{M}B'] = [A\hat{C}M]$.
و إستنتج أن الدائرة (ξ) المحيطة بالمثلث MCB′ مماسة للمستقيم (AM).

13) لتكن [AA′] و [BB′] و [CC′] إرتفاعات مثلث و H مركز تعامده.
أثبت أن: HA . HA′ = HB . HB′ = HC . HC′ .