الجذور التربيعية

1- جذر مربع عدد موجب:

تعريف:

ليكن a عددا حقيقيا موجبا.

$\sqrt{a}$ هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي a. أي: $(\sqrt{a})^2 = a$

نتيجة

a عدد حقيقي موجب :

$$\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$$

أمثلة:

- $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
- $\sqrt{0,25} = \sqrt{0,5^2} = 0,5$
- $\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{(\frac{4}{5})^2} = \frac{4}{5}$
- $\sqrt{2^6} = \sqrt{(2^3)^2} = 2^3 = 8$
- $\sqrt{4\pi^2} = \sqrt{(2\pi)^2} = 2\pi$

ملاحظات:

1- جذر مربع عدد حقيقي يكون دائما موجبا.

$\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7 \quad \rightarrow \quad (-x)^2 = x^2$

$\sqrt{(3-\pi)^2} = \sqrt{(\pi-3)^2} = \pi - 3$

سؤال: حدد العدد x الذي يحقق $\sqrt{x} = -5$

جواب: طبعا لا يوجد عدد حقيقي x جذر مربعه يساوي 5- , لأن جذر مربع عدد حقيقي يكون دوما موجبا.

2- لا يوجد جذر مربع عدد سالب.

لا يوجد: $\sqrt{-25}$, $\sqrt{-3^2}$, ...

حل المعادلة: $x^2 = a$:

ليكن a عددا حقيقيا:

$$x^2 = a$$

إذا كان a>0 فإن: $X = \sqrt{a}$ أو $X = -\sqrt{a}$	إذا كان a = 0 فإن: $x = 0$	إذا كان a<0 فإن: المعادلة ليس لها حل

مثال:

لنحل المعادلة: $2x^2 = 3$

لدينا : $x^2 = \frac{3}{2} > 0$

و منه: $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$

المعادلة لها حلان هما: $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ و $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$.

مثال 2:

لنحل المعادلة: $3x^2 + 5 = 1$

لدينا: $x^2 = -\frac{4}{3}$, و بالتالي فإن المعادلة ليس لها حل.

قواعد:

قـــــــاعدة 01:

ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان:

$$\sqrt{a.b} = \sqrt{a} \,.\, \sqrt{b}$$

أمثلة:

- $\sqrt{50} = \sqrt{25\,.\,2} = \sqrt{25}\,.\,\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- $\sqrt{8}\,.\,\sqrt{2} = \sqrt{8\,.\,2} = \sqrt{16} = 4$

ملاحظات:

عموما: $\sqrt{a.b} \neq \sqrt{a} \,.\, \sqrt{b}$

لنأخذ المثال التالي:

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$$

إذن: $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

كذلك لدينا عموما: $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

قاعدة 02:

ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان و b≠0.

$$\sqrt{\frac{a}{\mathrm{a}}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

أمثلة:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{50}{8}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^{2}} = \frac{5}{2}$$

كيف نتخلص من الجذر المربع من المقام:

أمثلة:

- $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2.\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1.\sqrt{5}}{2\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2\,.\,5} = \frac{\sqrt{5}}{10}$
- $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}} = \frac{1}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}} = \frac{1.[(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{6}]}{[(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}].[(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{6}]}$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{6}}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^{2}-\sqrt{6}^{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{7+2\sqrt{10}-6} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{1+2\sqrt{10}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}).(1-2\sqrt{10})}{(1+2\sqrt{10}).(1-2\sqrt{10})} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}).(1-2\sqrt{10})}{1^{2}-(2\sqrt{10})^{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}).(1-2\sqrt{10})}{1-4.10} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}).(1-2\sqrt{10})}{-39}$$