الحساب المثلثي

جيب – جيب التمام – الظل

1- جيب و جيب التمام و ظل زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

α قياس للزاوية $[A\hat{B}C]$ بالدرجة $(0° < \alpha < 90°)$

جيب α هو بالنسبة $\frac{AC}{BC}$ و نكتب $\sin(\alpha)=\frac{AC}{BC}$

جيب تمام α هو بالنسبة $\frac{AB}{BC}$ و نكتب $\cos(\alpha)=\frac{AB}{BC}$

ظل α هو النسبة $\frac{AC}{AB}$ و نكتب $\tan(\alpha)=\frac{AC}{AB}$

الأعداد $\sin(\alpha)$ و $\cos(\alpha)$ و $\tan(\alpha)$ تسمى النسب المثلثية للزاوية $[A\hat{B}C]$.

ملاحظات:

$$\sin(\alpha)=\frac{\text{طول الضلع المقابل لـ}[A\hat{B}C]}{\text{طول الوتر}}$$

$$\cos(\alpha)=\frac{\text{طول الضلع المحاذي لـ}[A\hat{B}C]}{\text{طول الوتر}}$$

$$\sin(\alpha)=\frac{\text{طول الضلع المقابل لـ}[A\hat{B}C]}{\text{طول الضلع المحاذي لـ}[A\hat{B}C]}$$

2- خاصيات:

α قيس لزاوية حادة غير منعدمة:

أ-

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$0 < \sin\alpha < 1$ $0 < \cos\alpha < 1$

ب- إذا كان α و β قياسي زاويتين متتامتين غير منعدمتين $(\alpha + \beta = 90°)$

فإن: $\sin\alpha = \cos\beta$ و $\tan\beta = \frac{1}{\tan\alpha}$ و $\sin(90° - \alpha) = \cos\beta$

و $\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$ و $\tan(90° - \alpha) = \frac{1}{\tan\alpha}$.

3- النسب المثلثية لزاوية خاصة:

α	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	0				1
cos α	1				0
tan α	0		1		غير معرف

نصوص التماريـــــــــــــن

1- ليكن ABC مثلث بحيث: $AB = 3$ و $AC = 4$ و $BC = 5$.

أ- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A.

ب- أحسب النسب المثلثية للزاوية $[A\hat{B}C]$.

2- α قياس زاوية حادة غير منعدمة:

أ- بين أن: $1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}$.

ب- بين أن: $1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)}$.

3- α قياس زاوية حادة:

أحسب $\cos(\alpha)$ و $\tan(\alpha)$ في الحالات التالية:

- $\sin(\alpha) = 0.3$ - $\sin(\alpha) = \frac{5}{7}$ - $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$.

4- α قياس زاوية حادة:

أحسب $\sin(\alpha)$ و $\tan(\alpha)$ في الحالات التالية:

- $\cos(\alpha) = 0.6$ - $\cos(\alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ - $\cos(\alpha) = \frac{4}{5}$

5- α قياس زاوية حادة:

أحسب $\cos(\alpha)$ و $\sin(\alpha)$ في الحالات التالية:

- $\tan(\alpha) = \sqrt{7}$ - $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$ - $\tan(\alpha) = 6$

6- α قياس زاوية حادة غير منعدمة بين أن:

أ- $\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 2 . \cos^2(\alpha) - 1$

ب- $\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 1 - 2 . \sin^2(\alpha)$

ج- $(\cos(\alpha) + \sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha) - \sin(\alpha))^2 = 2$

7- α قياس زاوية حادة غير منعدمة:

بسّط التعابير التالية:

أ- $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 - 1$

ب- $\cos^2(\alpha) + 2\sin^2(\alpha) - 1$

ج- $\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) . \cos^2(\alpha)$

د- $\sin^5(\alpha) + \sin^3(\alpha) . \cos^2(\alpha)$

ه- $\cos^4(\alpha) - \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) - \sin^4(\alpha)$

8- أحسب قيمة كل من B,A و C

$A = \cos^2 10° + \cos^2 42° + \cos^2 80° + \cos^2 48°$

$B = 3\cos 35° - \sin 70° + \cos 20° - 3\sin 55°$

$C = 2\cos^2 25° + \sin 13° + 2\cos^2 65° - \cos 77°$

9- بإستعمال الحاسبة:

أ- أعطِ قيم مقربة لـ: $\cos(\alpha)$ و $\sin(\alpha)$ و $\tan(\alpha)$

- إذا كانت: $\alpha = 27°$
- إذا كانت: $\alpha = 65°$

ب- أعطِ قيم مقربة لـ α في الحالات التالية:

$\cos\alpha = 0.9781$ ، $\sin\alpha = 0.5299$ ، $\tan\alpha = 2.1445$

10- أوجد قيمة α إذا علمت أن: $(0° < \alpha < 90°)$

أ- $\tan\alpha - 2\sin\alpha = 0$

ب- $2\cos^2\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha = 0$

ج- $\tan\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$.

11- A قياس زاوية حادة, أحسب $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ إذا علمت أن:

$\frac{\cos\alpha}{4} = \frac{\sin\alpha}{3}$.

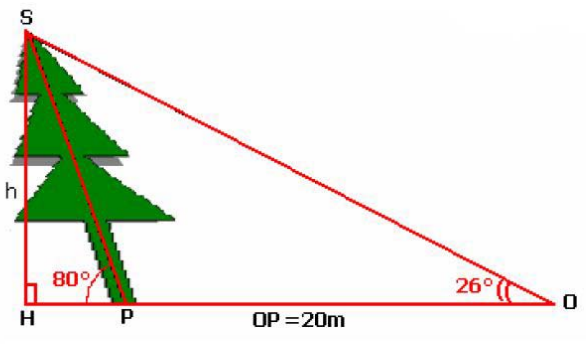
12- ABC مثلث قائم الزاوية في A, مساحته S

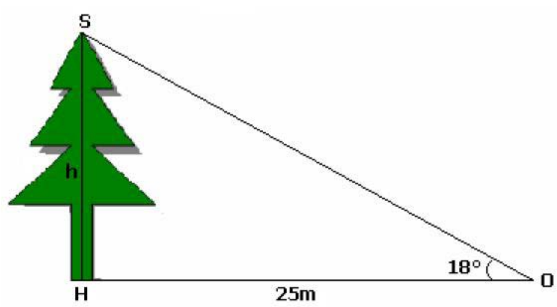
أ- بين أن: $AB \cdot AC = 2S$

ب- نفترض أن $\tan A\hat{C}B = \frac{1}{2}$ و $S = 6.25$

- أحسب AB و AC
- إستنتج BC.

13- أحسب h إرتفاع الشجرة في كل من الحالتين:





14- ليكن ABC مثلث زواياه كلها حادة, و ليكن H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

أ- أحسب AH بدلالة AB و $A\hat{B}C$.

ب- بين أن مساحة المثلث ABC تساوي: $\frac{1}{2}$. AB . BC . sin $A\hat{B}C$

ج- إستنتج من ذلك ان: $\frac{\text{AB}}{\sin \hat{\text{C}}} = \frac{\text{AC}}{\sin \hat{\text{B}}} = \frac{\text{BC}}{\sin \hat{\text{A}}}$

15- ABC مثلث زاويته $[B\hat{A}C]$ حادة و لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (AB),
أنظر الشكل.

أ- أحسب BC^2 بدلالة AB و AC و AH.

ب- إستنتج أن: $BC^2 = AB^2 - 2AB . AC . \cos [B\hat{A}C]$