تمرين1: احسب النهايات التالية :

$$L_1 = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin(x)}{(\frac{\pi}{2} - x)^2}$$

$$L_2 = \lim_{x \to -\infty} x^2(1 - \cos(\frac{1}{x}))$$

$$L_3 = \lim_{x \to 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x + 56} - 4}$$

$$L_4 = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt[3]{x + 24} - 3}{x - 3}$$

$$L_5 = \lim_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + 1} + x$$

$$L_6 = \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$$

$$L_7 = \lim_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + 1} - x$$

$$L_8 = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}} \sqrt[12]{x}$$

تمرين2: حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات التالية:

1. $x^3 + 27 = 0$
2. $x^4 - 16 = 0$
3. $x^4 + 16 = 0$
4. $(\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{3 - \sqrt[3]{x}})^3 + 125 = 0$
5. $\sqrt[3]{(x+1)^2} + 4\sqrt[3]{(1-x)^2} = 4\sqrt[3]{1-x^2}$

(بمكنك وضع: $y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$)

تمرين3: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1. $x + 3 > \sqrt[3]{x^2 + 9}$
2. $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 5x - 6} > x - 2$

تمرين4: احسب النهايات التالية :

$$L_1 = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin^2(5x)}$$

$$L_2 = \lim_{x \to (-\frac{\pi}{3})} \frac{\sin(x) + \sqrt{3}\cos(x)}{-\sin(2x) + \sqrt{3}\cos(2x)}$$

$$L_3 = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(4x)}$$

$$L_4 = \lim_{x \to 0} \frac{\tan^2(4x)}{\sin^2(3x)}$$

$$L_5 = \lim_{x \to 0} \frac{x^2 + 1}{\sin^2(x)}$$

$$L_6 = \lim_{x \to \frac{\pi}{6}} \frac{\sin(6x)}{2\cos(x) - \sqrt{3}}$$

تمرين5: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$(E): 2Arc\tan(x) = Arc\tan(\frac{2x}{1-x^2})$$

$$(F): \frac{\pi}{2} - 2Arc\tan(x) = Arc\tan(\frac{1-x^2}{2x})$$

$$(G): Arc\tan(\frac{5x}{2}) - Arc\tan(\frac{x}{2}) = \frac{\pi}{6}$$

إشارات:

- ✓ بالنسبة لـ (E) و (F)، ضع:

$$\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\text{ حيث } x = \tan(\theta)$$

- ✓ بالنسبة لـ (G)، ضع: $a = Arc\tan(\frac{5x}{2})$

و $b = Arc\tan(\frac{x}{2})$، ثم احسب: $\tan(a-b)$

تمرين6: نعتبرالدالة f المعرفة بمايلي:

$$f: x \to Arc\tan(\frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)})$$

1. حدد D_f، ثم بين أنه يكفي دراسة f على $D_E =]0, \pi]$
2. بسط تعبير $f(x)$ في المجال $]0, \pi]$
3. أنشئ جزء C_f الموافق لـ $]0, \pi]$
4. استنتج جزء C_f الموافق لـ $[-\pi, 0[$

تمرين7: نعتبرالدالة f المعرفة بمايلي:

$$f: x \to Arc\tan(\frac{1}{x})$$

1. حدد D_f
2. ادرس زوجية f، ثم استنتج حيزدراسة f
3. بين أن f تقبل تمديدا بالإتصال في 0
4. ليكن g هذا التمديد، ادرس اشتقاق g في 0^+
5. ضع جدول تغيرات الدالة g
6. أنشئ C_g، ثم استنتج C_f

تمرين8: نعتبرالدالة f المعرفة بمايلي:

$$\begin{cases} f(0) = \frac{\pi}{2} \\ f(x) = Arc\tan(\sqrt{\frac{1-x}{x}}) \ , x \neq 0 \end{cases}$$

1. ادرس اتصال f و قابلية اشتقاقها في 0^+
2. ادرس اتصال f و قابلية اشتقاقها في 1^-
3. ادرس تغيرات الدالة f
4. بين أن: C_f يقبل $I(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{4})$ كمركز تماثل
5. بين أن: I هي نقطة الإنعطاف الوحيدة لـ C_f
6. أنشئ C_f

تمرين9: نعتبرالدالة f المعرفة بمايلي:

$$\forall x \in \mathbb{R}: f(x) = ax + b - \sqrt{x^2 + 1}$$

1. ادرس النهاية: $\lim_{x \to -\infty} f(x)$
2. حدد a و b لكي يقبل C_f المستقيم (Δ) ذو المغادلة $(\Delta): 2x - y + 2 = 0$ كمقارب بجوار $-\infty$

تمرين10: نعتبرالدالة f المعرفة بمايلي:

$$f: x \to 2\sqrt{1 + x^2} - x$$

1. ادرس تغيرات f على $\mathbb{R}$
2. احسب: $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - x)$، ماذا تستنتج؟
3. ادرس الفرع اللانهائي لـ C_f بجوار $-\infty$
4. حدد وضعية C_f بالنسبة لجميع مقارباته، ثم أنشئ C_f في م.م.م $(o, \vec{i}, \vec{j})$
5. لتكن g قصور f على $[\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty[$،

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1}

ب) أنشئ $C_{g^{-1}}$ في نفس المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

6. احسب: $(g^{-1})'(2)$
7. بين أن: g^{-1} معرفة بـ :

$$\forall x \in [\sqrt{3}, +\infty[: g^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x + 2\sqrt{x^2 - 3})$$

تمرين11: نعتبرالدالة f المعرفة بمايلي:

$$f: x \to \begin{cases} \frac{x^2}{2-x} & , x \in [0,1] \\ x - \sqrt{x^2 - x} & , x \notin [0,1] \end{cases}$$

1. بين أن: f متصلة في 0 و1
2. احسب: $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$
3. أ)- ادرس قابلية اشتقاق f في 1

ب)- احسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^* - \{1\}$

ج)- ضع جدول تغيرات f

4. ادرس الفروع اللانهائية لـ C_f
5. أنشئ C_f في معلم متعامد ممنظم
6. ليكن g قصور f على $I =]-\infty, 0]$،

أ)- بين أن g تقابل من I نحو J محددا

ب)- أنشئ $C_{g^{-1}}$

تمرين12: احسب المجاميع التالية:

$$S_n = 9 + 99 + 999 + \ldots + \underbrace{99\ldots9}_{n \text{ fois}}$$

$$S_n' = 9 + \frac{1}{10} + \frac{9}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{9}{10^4} + \ldots + \frac{9}{10^{2n}}$$