## التمرين 1 :

I. نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=e^{x}\sqrt{1-e^{2x}} & ; \quad x\le 0 \\ f(x)=e^{\frac{\ln(x)}{x}} & ; \quad x>0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$ .

1. أ- بين أن حيز تعريف الدالة $f$ هو : $\mathscr{D}_f=\mathbb{R}$ .

ب- أحسب نهايات $f$ عند محدات $\mathscr{D}_f$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتائج المحصلة .

2. أ- أدرس اتصال الدالة $f$ في النقطة 0.

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في النقطة 0 ؛ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة .

3. أ- بين أن : $\begin{cases} f'(x)=\dfrac{e^{x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}\left(1-2e^{2x}\right) & ; \quad x<0 \\ f'(x)=\dfrac{1-\ln(x)}{x^{2}}e^{\frac{\ln(x)}{x}} & ; \quad x>0 \end{cases}$ .

ب- استنتج تغيرات الدالة $f$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة $f$.

4. حدد معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $\mathscr{C}_f$ في النقطة $I(1,1)$ .

5. أنشئ $\mathscr{C}_f$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

نعطي : ( $e\approx 2,7$ و $e^{\frac{1}{e}}\approx 1,4$ و $\ln(2)\approx 0,7$ )

6. ليكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $I=\left[-\frac{1}{2}\ln(2),0\right]$ .

أ- بين أن $g$ تقابل من المجال $I$ نحو مجال $J$ ينبغي تحديده .

ب- أعط جدول تغيرات الدالة $g^{-1}$ .

جـ- حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من المجال $J$ .

II. لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}=e^{\frac{\ln(u_n)}{u_n}} & ; \quad n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن : $\forall n\in\mathbb{N} \quad : \quad u_n\in[1,e]$ .

2. بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية قطعا .

3. استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة وحدد نهايتها .

## التمرين 2 :

نعتبر $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^{2}}\right) & ; \quad x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=5cm$ .

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي:

$$g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^{2}}\right)-\frac{2}{x^{2}+1}$$

1. أ- بين أن : $\forall x\in]0,+\infty[ \quad ; \quad g'(x)=\dfrac{2\left(x^{2}-1\right)}{x\left(x^{2}+1\right)^{2}}$ .

ب- أدرس إشارة $g'(x)$ .

2. أحسب : $\lim\limits_{x\to 0^{+}}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ .

3. أ- أعط جدول تغيرات الدالة $g$ .

ب- استنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ ؛ حيث : $0,5<\alpha<0,6$ .

4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ .

II.

1. بين أن : $\forall x\in]0,+\infty[ \quad ; \quad f'(x)=g(x)$ ؛ ثم استنتج تغيرات الدالة $f$ المجال $[0,+\infty[$ .

2. أ- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}xf(x)$ ( يمكن وضع : $t=\dfrac{1}{x^{2}}$ )

ب- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ .

3. أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^{+}}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^{2}}\right)=0$ .

( لاحظ أن : $x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^{2}}\right)=x\ln\left(1+x^{2}\right)-2x\ln(x)$ )

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في النقطة 0 ثم أول هندسيا النتيجة المحصلة .

4. أعط جدول تغيرات الدالة $f$ .

5. أنشئ $\mathscr{C}_f$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

( نقبل أن : $f(\alpha)\approx f(0,5)\approx 0,8$ )

III. ليكن $\lambda$ عددا حقيقيا بحيث : $\lambda\in]0,1[$ .

1. باستعمال المكاملة بالأجزاء ؛ أحسب التكامل : $\mathscr{A}_\lambda=\int_{\lambda}^{1}f(x)dx$ ؛ ثم بين أن : $\lim\limits_{\lambda\to 0}\mathscr{A}_\lambda=\ln(2)$ .

2. نقبل أن هذه النهاية هي مساحة الحيز من المستوى المكون من مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق : $\begin{cases} 0\le x\le 1 \\ 0\le x\le f(x) \end{cases}$

استنتج قيمة هذه المساحة ب $cm^{2}$ .

## التمرين 3 :

I. 1. أ- بين أن :

$$\forall x\in\left[0,\frac{2}{3}\right] \quad : \quad -x-\frac{x^{2}}{2}-x^{3}\le\ln(1-x)\le-x-\frac{x^{2}}{2}$$

ثم استنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to 0^{+}}\dfrac{\ln(1-x)-x}{x^{2}}$ .

ب- بين أن :

$$\forall x\in\left[0,\frac{2}{3}\right] \quad : \quad x-\frac{x^{2}}{2}\le\ln(1+x)\le x-\frac{x^{2}}{2}+\frac{x^{3}}{3}$$

ثم استنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to 0^{+}}\dfrac{\ln(1+x)-x}{x^{2}}$ .

2. لتكن $u$ و $v$ الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي :
$u(x)=x-1-x\ln(-x)$ و $v(x)=x-1-x\ln(-x)$
أ- أدرس تغيرات الدالتين $u$ و $v$ ؛ ثم استنتج إشارة $u(x)$ و $v(x)$ . ( نعطي : $\ln(2)\approx 0,7$ و $\ln(3)\approx 1,1$ )
( لاحظ أن : $v(\alpha)=0$ / $\exists!\alpha\in]-4,-3[$ )

II. لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x^2)}{x-1} & ; \quad x\neq 1 \\ f(1)=2 \end{cases}$$

1. حدد $\mathscr{D}_f$ حيز تعريف الدالة $f$ .
2. أدرس اتصال وقابلية اشتقاق الدالة $f$ في النقطة 1 .
3. أدرس تغيرات الدالة $f$ .
4. ليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
أ- أعط تأطيرا للعدد $f(\alpha)$ .
ب- أنشئ المماسات للمنحنى $\mathscr{C}_f$ في النقط التي أفاصيلها على التوالي هي : -1 و $\alpha$ و 1 .
جـ- أنشئ $\mathscr{C}_f$ .

III. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} g(x)=\dfrac{\ln(x^2)}{x+1} & ; \quad x\neq 1 \\ g(-1)=-2 \end{cases}$$

1. قارن العددين : $f(x)$ و $g(-x)$ .
2. أدرس الوضع النسبي للمنحنيين $\mathscr{C}_f$ و $\mathscr{C}_g$ .
3. أنشئ المنحنى $\mathscr{C}_g$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

## التمرين 4 :

نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=1+\dfrac{x}{3}-\sqrt[3]{1+x} & ; \quad x\geq 0 \\ f(x)=\ln\left(e^{-x}+x^2\right) & ; \quad x<0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $f$ متصلة في الصفر .
2. أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .
3. أ- أثبت أن :
$\forall x\in]-\infty,0[$ : $f(x)=-x+\ln\left(1+x^2e^x\right)$ .
ب- استنتج أن المستقيم $(\Delta)$ : $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بجوار $(-\infty)$ .
جـ- حدد موقع $\mathscr{C}_f$ بالنسبة لـ $(\Delta)$ على المجال $]-\infty,0[$ .
د- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بجوار $(+\infty)$ .
4. أدرس قابلية اشتقاق $f$ في الصفر على اليمين وعلى اليسار ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

( تذكير : $\sqrt[3]{a}-1=\dfrac{a-1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}+1}$ و $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\ln(1+h)}{h}=1$ )

5. بين أن :
$$\begin{cases} f'(x)=\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt[3]{(1+x)^2}}\right) & ; \quad x>0 \\ f'(x)=\dfrac{2xe^x-1}{x^2e^x+1} & ; \quad x<0 \end{cases}$$
.
6. ضع جدول تغيرات الدالة $f$.
7. أنشئ $\mathscr{C}_f$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ .
8. أ- حدد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\sqrt[3]{1+x}$ على المجال $[0,+\infty[$ التي تنعدم في الصفر .
ب- أحسب التكامل $I=\int_0^7\left(\sqrt[3]{1+x}-1\right)dx$ ؛ ثم استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى $\mathscr{C}_f$ والمستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ و $x=7$ و $y=\dfrac{1}{3}x$ .

## التمرين 5 :

نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\left(x^2-1\right)\ln\left|\dfrac{1+x}{1-x}\right| & ; \quad x\in\mathbb{R}-\{-1,1\} \\ f(1)=f(-1)=0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أدرس زوجية $f$ واستنتج أن مجموعة الدراسة هي $\mathscr{D}_E=[0,+\infty[$ .
2. أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .
3. أدرس اتصال $f$ في النقطة 1.
4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في النقطة 1؛ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.
5. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[-\{1\}$ بما يلي :

$$g(x)=\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|-\frac{1}{x}$$

أ- أدرس تغيرات الدالة $g$ على $]0,+\infty[-\{1\}$ .
ب- بين أن : $g(\alpha)=0$ / $\exists!\alpha\in]0,1[$ .
جـ- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[-\{1\}$ .
د – بين أن : $f'(x)=2xg(x)$ : $\forall x\in]0,+\infty[-\{1\}$ .
6. أعط جدول تغيرات الدالة $f$ .
7. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $\mathscr{C}_f$ .
8. أنشئ المنحنى $\mathscr{C}_f$ .
( نأخذ : $\alpha\approx-0,65$ و $f(\alpha)\approx-0,89$ )

## التمرين 6 :

نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي:

$$f(x)=\ln\left|e^x-\sqrt{e^x}\right|$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2. أ- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^* \quad : \quad f'(x)=\dfrac{2\sqrt{e^x}-1}{2\left(\sqrt{e^x}-1\right)}$ .

ب- أعط جدول تغيرات الدالة $f$ .

3. أ- تحقق من أن : $\forall x\in]0,+\infty[ \quad : \quad f(x)=x+\ln\left|1-\sqrt{e^{-x}}\right|$

واستنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بجوار $(+\infty)$.

ب- تحقق من أن : $\forall x\in]-\infty,0[ \quad : \quad f(x)=\dfrac{x}{2}+\ln\left|1-\sqrt{e^{x}}\right|$

واستنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بجوار $(-\infty)$.

4. أ- حدد نقطة تقاطع المنحنى $\mathscr{C}_f$ ومحور الأفاصيل .

ب- أنشئ $\mathscr{C}_f$ .

( نعطي: $\ln\left(\dfrac{1}{4}\right)\approx -1,4$ و $2\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\approx 0,9$ )

5. ليكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $I=]0,+\infty[$ .

أ- بين أن $g$ تقابل من المجال $I$ نحو مجال $J$ يتم تحديده.

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من المجال $J$ .

## التمرين 7 :

نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x+\ln\left|e^x-1\right|$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. تحقق من أن : $\mathscr{D}_f=\mathbb{R}^*$ .

2. أحسب ما يلي : $f\left(-\ln(2)\right)$ و $f\left(\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right)$

و : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3. أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ؛ وأول هندسيا النتيجة المحصلة .

ب- بين أن المستقيم $(\Delta): \ y=x$ مقارب مائل للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بجوار $(-\infty)$ .

جـ- بين أن المستقيم $(\Delta'): \ y=2x$ مقارب مائل للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بجوار $(+\infty)$ .

4. أ- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^* \quad : \quad f'(x)=\dfrac{2e^x-1}{e^x-1}$ .

ب- ضع جدول تغيرات الدالة $f$ .

5. أدرس تقعر المنحنى $\mathscr{C}_f$ .

6. حدد معادلة ديكارتية للمماس $(T)$ للمنحنى $\mathscr{C}_f$ في النقطة ذات الأفصول $\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ .

7. أنشئ $\mathscr{C}_f$ في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ .

8. أ- بين أن القصور $g$ للدالة $f$ على المجال $]0,+\infty[$ تقابل من المجال $]0,+\infty[$ نحو مجال $J$ ينبغي تحديده.

ب- أحسب $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من $J$ .

## التمرين 8 :

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي:

$$g(x)=-\frac{x}{x+1}-\ln(1+x)$$

1. بين أن : $\forall x\in[0,+\infty[ \quad : \quad g'(x)=-\dfrac{x+2}{(1+x)^2}$ .

2. ضع جدول تغيرات الدالة $g$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ لكل $x\in]0,+\infty[$ .

II. نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\left[1+\ln(1+x)\right]e^{-x} & ; \quad x\geq 0 \\ f(x)=\dfrac{-\sqrt[3]{x^4-x^3}}{x} & ; \quad x<0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. بين أن : $\mathscr{D}_f=\mathbb{R}$ وأحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2. بين أن $f$ متصلة في النقطة 0 .

3. أ- أدرس قابلية اشتقاق $f$ على اليمين في 0 وأول هندسيا النتيجة المحصلة .

ب- تحقق من أن : $\forall x<0 \quad : \quad f(x)=\sqrt[3]{1-x}$ .

جـ- أثبت أن : $f'_g(0)=-\dfrac{1}{3}$ ؛ وأعط معادلة نصف المماس على اليسار في النقطة $O(0,0)$.

4. بين أن : $\begin{cases} f'(x)=g(x)e^{-x} & ; \quad x>0 \\ f'(x)=\dfrac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}} & ; \quad x<0 \end{cases}$ .

5. كون جدول تغيرات الدالة $f$ .

6. حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى $\mathscr{C}_f$ .

7. أنشئ $\mathscr{C}_f$ في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ .

## التمرين 9 :

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=e^{2x}-2e^x & ; \quad x\leq 0 \\ f(x)=x^2\ln(x)-\dfrac{x^2}{2}-1 & ; \quad x>0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. بين أن $f$ متصلة في النقطة 0.

2. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة.

3. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي ل $\mathscr{C}_f$ بجوار $(+\infty)$.

4. أدرس قابلية اشتقاق $f$ في النقطة0 على اليمين وعلى اليسار وأعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصلتين .

5. أ- بين أن : $\begin{cases} f'(x)=2e^x\left(e^x-1\right) & ; \quad x<0 \\ f'(x)=2x\ln(x) & ; \quad x>0 \end{cases}$.

ب- أعط جدول تغيرات الدالة $f$ .

6. بين أن النقطة $I\left(-\ln(2),-\frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى $\mathscr{C}_f$ .

7. أنشئ $\mathscr{C}_f$ .

8. ليكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $]-\infty,0]$ .

أ- بين أن $g$ تقابل من $]-\infty,0]$ نحو مجال $J$ يتم تحديده.

ب- بين أن $g^{-1}$ قابلة للاشتقاق في النقطة $\left(-\frac{3}{4}\right)$ ؛ ثم حدد $\left(g^{-1}\right)'\left(-\frac{3}{4}\right)$ .

جـ- أنشئ $\mathscr{C}_{g^{-1}}$ في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

د – حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من المجال $J$ .

## التمرين 10 :

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{e^{2x}}{2e^{2x}-2e^x+1}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

I. 1. أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2. أ- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R} \quad : \quad f'(x)=\frac{2e^{2x}\left(1-e^x\right)}{\left(2e^{2x}-2e^x+1\right)^2}$ .

ب- أعط جدول تغيرات الدالة $f$ .

3. أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $\mathscr{C}_f$ بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}$ .

ب- أنشئ المنحنى $\mathscr{C}_f$ . ( نعطي : $\ln(2)\approx 0,7$ )

4. ليكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $I=]-\infty,0]$ .

أ- بين أن $g$ تقابل من المجال $I$ نحو مجال $J$ يتم تحديده.

ب- أحسب : $\left(g^{-1}\right)'\left(\frac{1}{2}\right)$ .

جـ- حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من المجال $J$ .

II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0=\frac{3}{4} \\ u_{n+1}=f\left(\ln(u_n)\right) & ; \quad n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن : $\forall n\in\mathbb{N} \quad : \quad u_{n+1}=\frac{1}{\left(\frac{1}{u_n}-1\right)^2+1}$ .

2. أحسب $u_1$ و $u_2$ .

3. بين أن : $\forall n\in\mathbb{N} \quad : \quad \frac{1}{2}<u_n<1$ .

4. بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تزايدية قطعا.

5. نضع : $\forall n\in\mathbb{N} \quad : \quad v_n=\ln\left(\frac{1}{u_n}-1\right)$ .

أ- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية .

ب- أحسب $v_n$ بدلالة $n$ ؛ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ .

جـ- أحسب $u_n$ بدلالة $n$ ؛ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

د – أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(v_0+v_1+\ldots+v_n\right)$ .

## التمرين 11 :

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{4\}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=-x+\ln\left(e^x+1\right) & ; \quad x\le 0 \\ f(x)=-\sqrt{x}+\ln\left|\sqrt{x}-2\right| & ; \quad x>0 \end{cases}$$

وليكن $\mathscr{C}_f$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ- بين أن $f$ متصلة في النقطة 0 .

ب- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2. أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=-\infty$ وأن : $f'_g(0)=-\frac{1}{2}$

ثم أول النتيجتين هندسيا .

ب- أحسب $f'(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}_+^*-\{4\}$ ولكل $x$ من $\mathbb{R}_-^*$.

جـ- ضع جدول تغيرات الدالة $f$ .

3. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $\mathscr{C}_f$ .

4. أنشئ المنحنى $\mathscr{C}_f$ .

( نقبل أن ل $\mathscr{C}_f$ نقطتي انعطاف ؛ أحسب $f(16)$ )

5. ليكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $I=]-\infty,0]$ .

أ- بين أن $g$ تقابل من المجال $I$ نحو مجال $J$ يتم تحديده.

ب- حل في $I$ المعادلة $g(x)=\ln(5)$ .

جـ- أحسب $\left(g^{-1}\right)'(\ln(5))$ .

د - حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من المجال $J$ .

بالتوفيق إنشاء الله