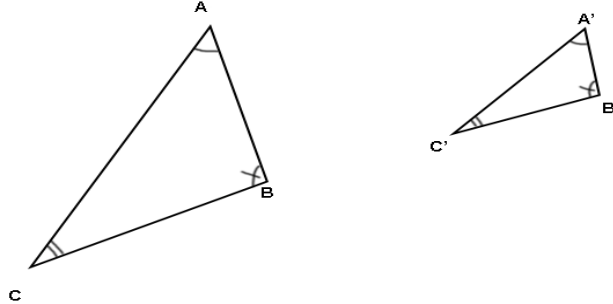


المثلثات المتشابهة

تعريف:

نقول أن مثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان إذا كانت زواياهما متقايسة على التوالي، و أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.



خاصيات:

إذا كان مثلثان متشابهين، فإن زواياهما المتناظرة مقايسة و أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \\ \hat{BAC} = \hat{B'A'C'} \\ \hat{ABC} = \hat{A'B'C'} \end{array} \right. \quad \text{و } ABC \text{ و } A'B'C' \text{ متشابهان، إذن:}$$

حالات تشابه مثلثين:

نسمي حالة تشابه مثلثين الشروط الكافية لكب نثبت أن مثلثين متشابهان.

الحالة الأولى:

إذا قايست زاويتان لمثلث على التوالي زاويتين لمثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

الحالة الثانية:

إذا قايست زاوية لمثلث زاوية لمثلث آخر و كانت أطوال الأضلاع المحاذية للزاويتين متناسبة، فإن هذين المثلثين متشابهان.

الحالة الثالثة:

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة على التوالي مع أطوال أضلاع مثلث آخر، فإن هذين المثلثين متشابهان.

نصوص التمارين:

- (1) (e) دائرة مركزها O و شعاعها r و M نقطة تقع داخل (e).
 (Δ) مستقيم يمر من M و يقطع (e) في نقطتين A و B.
 (Δ') مستقيم آخر يمر من M و O و يقطع (e) في نقطتين E و F.
 أ- بين أن المثلثين MAE و MBF متشابهان.
 ب- إستنتج أن:

$$MA \cdot MB = ME \cdot MF = r^2 - OM^2$$
- (2) ABC مثلث, لتكن B' المسقط العمودي للنقطة B على (AC) و C' المسقط العمودي للنقطة C على (AB). أثبت أن: $AB \cdot AC = AB' \cdot AC'$.
- (3) ABC و MEN مثلثان متشابهان بحيث [AB] و [AC] متناظران على التوالي مع [ME] و [EN].
 أ- أذكر الزوايا المتناظرة بالنسبة لهذين المثلثين.
 ب- إذا علمت أن:

$$MN = 4, BC = 8, AC = 6, AB = 5$$

 أحسب ME و EN.
- (4) ABC و DEF مثلثان متشابهان بحيث:

$$\hat{E} = \hat{C} \text{ و } \hat{A} = \hat{D}$$

 إذا علمت أن نسبة التشابه هي: $\frac{2}{3}$ و أن $AB = 9, AC = 6, EF = 8$. أحسب BC, DE, DF.
- (5) ABCD مستطيل بحيث $AB = 2BC$, المستقيم العمودي على (BD) المار من A يقطع (CD) في E, أ- بين أن المثلثين ADE و BCD متشابهان.
 ب- إستنتج أن: $DE = \frac{1}{4} CD$.
- (6) ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث $AB > AC$, منتصف الزاوية $\widehat{ACB}$ يقطع [AB] في النقطة E, المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة B يقطع (EC) في النقطة F.
 أ- أنجز الشكل بأكمله.
 ب- 1- بين أن المثلثين AEC و BFC متشابهان.
 2- إستنتج أن $AE \cdot FC = EC \cdot FB$.
- (7) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A, على نصف المستقيم [AC] نعتبر نقطتين M و N, حيث $M \in [AC]$ و $N \in [AC]$ و $MB \cdot C = NB \cdot C$ (M ≠ N).
 أ- قارن الزاويتين $\widehat{ABN}$ و $\widehat{AMB}$.
 ب- قارن المثلثين ABN و AMB, و إستنتج أن: $AB^2 = AM \cdot AN$.

- (8) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A , و لتكن (O,R) الدائرة المحيطة به, و لتكن M منتصف $[BC]$ و F النقطة بحيث $[BF]$ قطر في الدائرة (O,R) .
 أ- بين أن المثلثين AFB و MCA متشابهان.
 ب- إستنتج أن $AB \cdot MC = AF \cdot AM$
- (9) $ABCD$ رباعي محدب محاط بدائرة (ξ) قطرها $[AC]$, لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على (BD) .
 أ- قارن المثلثين ABH و ACD .
 ب- إستنتج أن $AB \cdot AD = AC \cdot AH$
- (10) ABC مثلث متساوي الأضلاع, لتكن D مائلة A بالنسبة إلى (BC) و E نقطة من القطعة $[AB]$ المستقيم (DE) يقطع (AC) في F .
 أ- قارن المثلثين BDE و CFD .
 ب- إستنتج أن الجداء $BE \cdot CF$ يضل ثابتا عندما تتغير E على $[AB]$.
- (11) ABC مثلث و M نقطة من نصف المستقيم (BA) حيث: $BM > BA$.
 نفترض أن $MA \cdot MB = MC^2$.
 أ- قارن المثلثين MAC و MCB , و إستنتج أن $[A\hat{C}M] = [A\hat{B}C]$.
 ب- بين أن المستقيم (MC) مماس للدائرة (ξ) المحيطة بالمثلث ABC .
- (12) $[x\hat{A}y]$ زاوية و M نقطة من منتصفها الداخلي $(M \neq A)$. لتكن B نقطة من $[Ax]$ و C نقطة من $[Ay]$ حيث: $AB = \frac{3}{4} AM$ و $AC = \frac{4}{3} AM$.
 أ- قارن المثلثين ABM و AMC .
 ب- لتكن B' مائلة B بالنسبة إلى (AM) , بين أن $[A\hat{M}B'] = [A\hat{C}M]$.
 و إستنتج أن الدائرة (ξ) المحيطة بالمثلث MCB' مماسة للمستقيم (AM) .
- (13) لتكن $[AA']$ و $[BB']$ و $[CC']$ إرتفاعات مثلث و H مركز تعامده.
 أثبت أن: $HA \cdot HA' = HB \cdot HB' = HC \cdot HC'$