الأستاذ : أمين – ش

تصحيح اختبار بكالوريا التعليم الثانوي في مادة الرياضيات	دورة : جوان 2018
الشعبة : تقني رياضي	الموضوع الأول

التمرين الأول

f معرفة على $[0;+\infty[$ ب : $f(x)=\frac{2x}{ex+1}$ ؛ (u_n) معرفة ب : $u_0=\frac{5}{4e}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1) إثبات أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ **:** $u_n\succ\frac{1}{e}$

نضع : $p(n)$............$u_n\succ\frac{1}{e}$

- من أجل $n=0$ لدينا : $u_0=\frac{5}{4e}\succ\frac{1}{e}$ ومنه $p(0)$ صحيحة ....**(1)**
- نفرض أن $p(n)$ صحيحة ونبرهن أن $p(n+1)$ صحيحة

أي نفرض أن $u_n\succ\frac{1}{e}$ ونبرهن أن $u_{n+1}\succ\frac{1}{e}$

لدينا $u_n\succ\frac{1}{e}$ وبما أن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ فإن: $f(u_n)\succ f\left(\frac{1}{e}\right)$ تكافيء $u_{n+1}\succ\frac{1}{e}$ ومنه $p(n+1)$ صحيحة....**(2)**

من **(1)** و **(2)** نستنتج أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإن : $p(n)$ صحيحة .

ب – إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n **:** $u_{n+1}-u_n=\frac{eu_n\left(\frac{1}{e}-u_n\right)}{eu_n+1}$

$$u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n}{eu_n+1}-u_n=\frac{2u_n-eu_n^{\ 2}-u_n}{eu_n+1}=\frac{u_n-eu_n^{\ 2}}{eu_n+1}=\frac{eu_n\left(\frac{1}{e}-u_n\right)}{eu_n+1}$$

- **استنتاج اتجاه تغير المتتالية** (u_n) **وتبرير تقاربها :**

لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{eu_n\left(\frac{1}{e}-u_n\right)}{eu_n+1}$ ومنه إشارة $u_{n+1}-u_n$ من إشارة $\frac{1}{e}-u_n$ وبما أن $u_n\succ\frac{1}{e}$ فإنه ينتج $\frac{1}{e}-u_n\prec 0$

ومنه $u_{n+1}-u_n\prec 0$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

- **تبرير تقارب** (u_n) **:** بما أن (u_n) محدودة من أسفل ومتناقصة فهي متقاربة .

2) (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب : $v_n=\frac{eu_n}{eu_n-1}$

*** إثبات أن** (v_n) **هندسية أساسها 2 ؛ تعيين حدها الأول وكتابة عبارة** v_n **:**

$$v_{n+1}=\frac{eu_{n+1}}{eu_{n+1}-1}=\frac{\frac{2eu_n}{eu_n+1}}{\frac{2eu_n}{eu_n+1}-1}=\frac{2eu_n}{eu_n+1}\times\frac{eu_n+1}{2eu_n-eu_n-1}=\frac{2eu_n}{eu_n-1}=2v_n$$

ومنه (v_n) هندسية أساسها 2 وحدها الأول $v_0=\frac{eu_0}{eu_0-1}=\frac{e\left(\frac{5}{4e}\right)}{e\left(\frac{5}{4e}\right)-1}=\frac{5}{4}\times 4=5$

- عبارة v_n بدلالة n :

$v_n = v_0 \times q^n$ ومنه $v_n = 5\times 2^n$

3) أ – التحقق أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ **فإن :** $v_n = 1+\dfrac{1}{eu_n-1}$

لدينا $v_n = \dfrac{eu_n}{eu_n-1}$

لدينا : $\dfrac{eu_n}{eu_n-1} = \dfrac{eu_n-1+1}{eu_n-1} = 1+\dfrac{1}{eu_n-1}$ ومنه $v_n = 1+\dfrac{1}{eu_n-1}$

- استنتاج عبارة u_n بدلالة n وحساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:

$v_n = 1+\dfrac{1}{eu_n-1}$ ومنه $v_n - 1 = \dfrac{1}{eu_n-1}$ ومنه $\dfrac{1}{v_n-1} = eu_n - 1$ ومنه $u_n = \dfrac{1}{e(v_n-1)}+\dfrac{1}{e}$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{e(v_n-1)}+\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}$$

ب – حساب بدلالة n **المجموع** S_n **حيث :** $S_n = v_0+v_1+...+v_n$

$S_n = v_0\times\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ ومنه $S_n = 5\times\dfrac{1-2^{n+1}}{1-2}$ ومنه $S_n = 5\left(2^{n+1}-1\right)$

4) أ- دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n **بواقي القسمة للعدد** 2^n **على 7 :**

$2^0 \equiv 1[7]$ ؛ $2^1 \equiv 2[7]$ ؛ $2^2 \equiv 4[7]$ ؛ $2^3 \equiv 1[7]$

من أجل كل عدد طبيعي k نجد : $2^{3k} \equiv 1[7]$ ؛ $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ؛ $2^{3k+2} \equiv 4[7]$

ب – تعيين قيم العدد الطبيعي n **حتى يكون** S_n **قابلا للقسمة على 7 :**

S_n قابل للقسمة على 7 معناه $S_n \equiv 0[7]$ تكافيء $5\left(2^{n+1}-1\right)\equiv 0[7]$ ومنه $2^{n+1}-1\equiv 0[7]$ ومنه $2^{n+1}\equiv 1[7]$

ومنه $n+1 = 3k$ ومنه $n = 3k-1$

التمرين الثاني

$A(0,0,2)$ ؛ $B(0,3,-1)$ ؛ $(t;m)\in\mathbb{R}^2$ $\quad (p):\begin{cases} x = t+m \\ y = 4t-2m+1 \\ z = t-2m-2 \end{cases}$

1) معادلة ديكارتية للمستوي (Q) **الذي يشمل** A **و** $\vec{n}(2,2,-1)$ **شعاع ناظمي له :**

$\vec{n}(2,2,-1)$ ناظمي ل (Q) ومنه معادلة للمستوي (Q) هي : $2x+2y-z+d=0$

$A(0,0,2)\in(Q)$ معناه $2(0)+2(0)-(2)+d=0$ ومنه $d=2$

نجد $(Q): 2x+2y-z+2=0$

2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) **الذي يشمل** $A(0,0,2)$ **ويعامد** (Q) **:**

(Δ) عمودي على (Q) ومنه $\vec{n}(2;2;-1)$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ)

ومنه من أجل كل نقطة $M(x,y,z)$ من (Δ) يوجد $t'\in\mathbb{R}$ حيث : $\overrightarrow{AM} = t'\vec{n}$ ومنه تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو :

$$(\Delta):\begin{cases} x = 2t' \\ y = 2t' \\ z = -t'+2 \end{cases}$$

3) أ- التحقق أن : $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) :

لدينا $\vec{n'}(2,-1,2)$ ناظمي للمستوي الذي $2x-y+2z+5=0$ معادلة له ؛ $\vec{u}(1,4,1)$ و $\vec{u'}(1,-2,-2)$ شعاعيين غير مرتبطين خطيا من (P) .

لدينا $\begin{cases} 2\times(1)+(-1)\times(4)+(2)\times(1)=2-4+2=0 \\ 2\times(1)+(-1)\times(-2)+(2)\times(-2)=2+2-4=0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \vec{n'}\perp\vec{u} \\ \vec{n'}\perp\vec{u'} \end{cases}$

بما أن $\vec{n'}(2,-1,2)$ عمودي على شعاعين غير مرتبطين خطيا من (p) فهو شعاع ناظمي ل (p) وعليه معادلة للمستوي (p) هي على الشكل : $2x-y+2z+d=0$

النقطة ذات الإحداثيات $(0,1,-2)$ تنتمي إلى (p) ومنه $2(0)-(1)+2(-2)+d=0$ ومنه $d=5$

ومنه : $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p)

ب – إثبات أن (p) يشمل $B(0,3,-1)$ ويعامد (Q) :

لدينا $2(0)-(3)+2(-1)+5=-5+5=0$ ومنه $B\in(p)$ **......(1)**

$\vec{n}(2,2,-1)$ ناظمي ل (Q) و $\vec{n'}(2;-1;2)$ ناظمي ل (p)

لدينا $\vec{n}\times\vec{n'}=(2)\times(2)+(2)\times(-1)+(-1)\times(2)=4-4=0$ **.....(2)**

من**(1)** و**(2)** نستنتج أن (p) يشمل $B(0;3;-1)$ ويعامد (Q)

4) $M(2t,2t,-t+2)$ ؛ $t\in\mathbb{R}$

أ – تعيين قيم t بحيث : $d(M,(p))=d(M,(Q))$

$d(M,(p))=d(M,(Q))$ تكافيء $\dfrac{|2x+2y-z+2|}{\sqrt{(2)^2+(2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{|2x-y+2z+5|}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(2)^2}}$ ومنه

$|2x-y+2z+5|=|2x+2y-z+2|$ تكافيء $|2(2t)-(2t)+2(-t+2)+5|=|2(2t)+2(2t)-(-t+2)+2|$

ومنه $|9|=|9t|$ ومنه $\begin{cases} 9t=9 \\ 9t=-9 \end{cases}$ ومنه نجد $\begin{cases} t=1 \\ \text{أو} \\ t=-1 \end{cases}$

ب – استنتاج إحداثيات النقطة C مركز سطح الكرة S التي تمس المستويين (p) و (Q) :

C مركز سطح الكرة S التي تمس المستويين (p) و (Q) معناه $d(C,(p))=d(C,(Q))$

من أجل $d(M,(p))=d(M,(Q))$ لدينا $t=1$ أو $t=-1$

- من أجل $t=-1$: نجد $C(-2,-2,3)$ (مرفوض) لأن : $d(C,(p))\neq d(C,(Q))$
- من أجل $t=1$: نجد $C(2,2,1)$ لأن : $d(C,(p))=d(C,(Q))=3$

ومنه $C(2,2,1)$

- **نصف قطر سطح الكرة S :** ليكن R نصف قطر سطح الكرة S ومنه

$R=d(C,(P))=d(C,(Q))=3$

التمرين الثالث

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

$\Delta=\left(-2\sqrt{2}\right)^2-4(1)(4)=-8$ ومنه $\sqrt{\Delta}=\sqrt{i^2\times8}=2\sqrt{2}i$

ومنه $z_1=\dfrac{2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i}{2}=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ ؛ $z_2=\dfrac{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}{2}=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

$S=\left\{\sqrt{2}-\sqrt{2}i;\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right\}$

II) A لاحقتها z_A حيث $z_A=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ ؛ B لاحقتها z_B حيث $z_B=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$

1) كتابة z_A ؛ $\frac{1}{z_B}$ على الشكل الأسي ؛ ثم تبيان أن $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف :

*** z_A على الشكل الأسي :**

طويلة z_A : $|z_A|=\left|\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right|=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=2$

عمدة ل z_A : ولتكن θ ومنه : $\begin{cases} Cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ Sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ ومنه $\theta=\frac{\pi}{4}+2k\pi \quad / k\in\mathbb{Z}$ ومنه $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$

- **$\frac{1}{z_B}$ على الشكل الأسي :**

لدينا $z_B=\overline{z_A}=2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ومنه

- $\left|\frac{1}{z_B}\right|=\frac{1}{2}$ ؛ • $\arg\left(\frac{1}{z_B}\right)=\arg(1)-\arg(z_B)=0-\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$

ومنه $\frac{1}{z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

- **اثبات أن $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف:**

طريقة 1 :

$$\arg\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}=2018\times\arg\left(\frac{2}{z_B}\right)=2018\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi(252)$$

ومنه $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف .

طريقة 2 :

لدينا $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2018}=\left(e^{i\left(\frac{2018\pi}{4}\right)}\right)=\left(e^{i\left(\frac{2016\pi+2\pi}{4}\right)}\right)=\left(e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2\pi(252)\right)}\right)$

ومنه $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}=Cos\left(\frac{\pi}{2}+2\pi(252)\right)+iSin\left(\frac{\pi}{2}+2\pi(252)\right)=0+i=i$

ومنه $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف .

2) C صورة B بالتحاكي h الذي مركزه ω لاحقتها z_ω حيث $z_\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته 3-:

* اثبات أن لاحقة C هي z_C حيث : $z_C=-\sqrt{2}+i3\sqrt{2}$

C صورة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ونسبته 3- معناه :

$(z_C-z_\omega)=-3(z_B-z_\omega)$ ومنه $z_C=-3z_B+4z_w$

ومنه $z_C=-\sqrt{2}+i3\sqrt{2}$

3) حساب z_D لاحقة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{2}$:

لدينا $r(B)=D$ معناه : $z_D=e^{-i\frac{\pi}{2}}z_B$ تكافيء $z_D=-i\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)$ ومنه $z_D=-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$

4) أ – إثبات أن $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=-i$ واستنتاج طبيعة المثلث ACD :

$$\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{\left(-\sqrt{2}+i3\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)}{\left(-\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)}=\frac{-2\sqrt{2}+i2\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}-i2\sqrt{2}}=\frac{-16i}{16}=-i$$

طبيعة المثلث ACD :

لدينا $\begin{cases}\left|\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}\right|=|-i|=1\\ \arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}\right)=\arg(-i)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad / k\in\mathbb{Z}\end{cases}$ معناه $\begin{cases}\frac{AC}{AD}=1\\ \left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad / k\in\mathbb{Z}\end{cases}$

ومنه المثلث ACD قائم في A ومتساوي الساقين .

ب – تعيين لاحقة E حتى يكون $ACED$: مربع :

لدينا $AC=AD$

$ACED$ مربع معناه $z_E+z_A=z_C+z_D$ ومنه $z_E=z_C+z_D-z_A$ ومنه

$z_E=\left(-\sqrt{2}+i3\sqrt{2}\right)+\left(-\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)$ ومنه $z_E=-3\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

التمرين الرابع

f معرفة على $]-\infty,1[$ ب : $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$

1) حساب $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$:

* $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}\left(\frac{x}{x-1}e^{-x}\right)=-\infty$

* $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{x-1}e^{-x}\right)=+\infty$

2) إثبات أنه من اجل كل $x\in]-\infty,1[$ فإن $f'(x)=\frac{\left(-x^2+x-1\right)e^{-x}}{(x-1)^2}$ ؛ ثم دراسة تغيرات f وتشكيل جدول

التغيرات :

f تقبل الاشتقاق على $]-\infty,1[$ حيث : $f'(x)=\left(\frac{x}{x-1}\right)'\left(e^{-x}\right)+\left(\frac{x}{x-1}\right)\left(e^{-x}\right)'$

$$=\frac{-e^{-x}}{(x-1)^2}-\frac{-xe^{-x}}{x-1}$$

$$=\frac{-e^{-x}-x(x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$$

ومنه : $f'(x)=\frac{\left(-x^2+x-1\right)e^{-x}}{(x-1)^2}$

• إشارة $f'(x)$ هي من إشارة $-x^2+x-1$

$\Delta=-3\prec 0$ ومنه $f'(x)\prec 0$ من أجل كل $x\in]-\infty,1[$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,1[$

• **جدول تغيرات f :**

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ 1
$f'(x)$	-
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$

3) أ – كتابة معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 :

$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

لدينا $f'(0)=-1$ ؛ $f(0)=0$ ومنه : $(T): y=-x$

ب - h معرفة على $]-\infty,1[$ ب : $h(x)=e^{-x}+x-1$

*** دراسة تغيرات h على $]-\infty,1[$ واستنتاج أن $h(x)\geq 0$**

• $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} h(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}}\left(e^{-x}+x-1\right)=\frac{1}{e}$ ؛ * $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{-x}+x-1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}-x\left(\frac{e^{-x}}{-x}-1+\frac{1}{x}\right)=+\infty$

حساب $h'(x)$ واستنتاج تغيرات h :

h تقبل الاشتقاق على $]-\infty,1[$ ومن أجل كل $x\in]-\infty,1[$ لدينا : $h'(x)=\left(e^{-x}+x-1\right)'=1-e^{-x}$

* $h'(x)=0$ تكافيء $1-e^{-x}=0$ تكافيء $e^{-x}=1$ ومنه $x=0$

* $h'(x)\succ 0$ تكافيء $1-e^{-x}\succ 0$ تكافيء $e^{-x}\prec 1$ تكافيء $e^{-x}\prec e^{0}$ ومنه $x\succ 0$ ومنه h متزايدة تماما على المجال $]0,1[$

* $h'(x)\prec 0$ تكافيء $1-e^{-x}\prec 0$ تكافيء $e^{-x}\succ 1$ تكافيء $e^{-x}\succ e^{0}$ ومنه $x\prec 0$ ومنه h متناقصة تماما على المجال $]-\infty,0[$

• **استنتاج أن $h(x)\geq 0$:**

x	$-\infty$	0	1
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$	$+\infty \searrow$	0	$\nearrow \frac{1}{e}$

ومنه من أجل كل $x\in]-\infty,1[$: $h(x)\geq 0$

4) إثبات أنه من أجل كل x من $]-\infty,1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$

لدينا $\frac{x\left(e^{-x}+x-1\right)}{x-1}=\frac{xe^{-x}+x^2-x}{x-1}=f(x)+x=\frac{x}{x-1}e^{-x}+x$

ومنه $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$

- **استنتاج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) وتفسير النتيجة بيانيا :**

ندرس اشارة الفرق $f(x)-(-x)$ على المجال $]-\infty,1[$ وهو من إشارة $x(x-1)$

x	$-\infty$		0		1
$f(x)-(-x)$		+	0	-	
الوضعية		(C_f) يقع فوق (T)	(C_f) و (T) متقاطعان	(C_f) يقع تحت (T)	

التفسير البياني : المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) في النقطة ذات الإحداثيات $(0,0)$ ومنه النقطة O هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

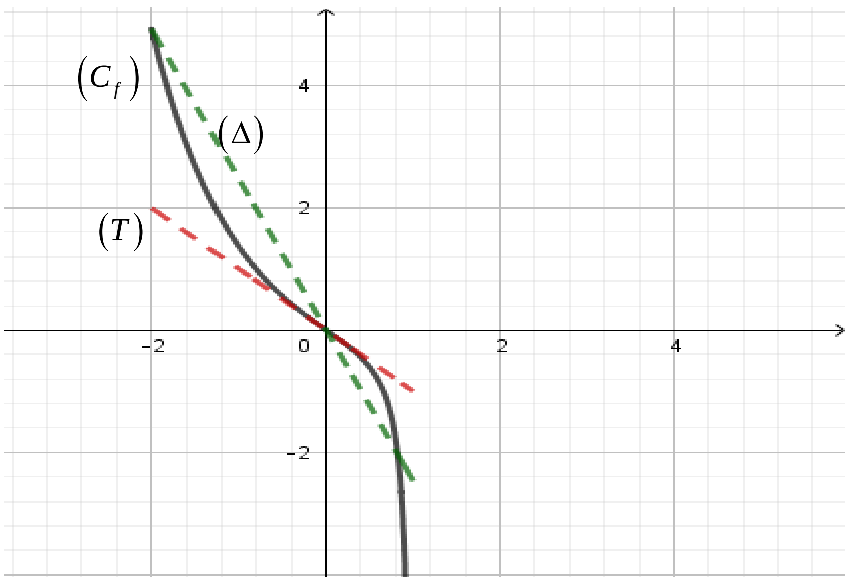
5) كتابة معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطتين O و A حيث $A\left(-2,\frac{2}{3}e^2\right)$ **ثم إنشاء** (T) ؛ (Δ) و (C_f)

معادلة المستقيم (Δ) هي على الشكل $y=ax$

لدينا $A\in(C_f)$ ومنه $\frac{2}{3}e^2=-2a$ ومنه $a=-\frac{e^2}{3}$

وعليه $(\Delta): y=-\frac{e^2}{3}x$

- **الإنشاء :**



6) أ – إثبات أنه من أجل كل $x\in[-1,0]$ فإن : $\frac{x}{x-1}\leq f(x)\prec e^{-x}$

ب – التحقق أنه من أجل كل $x\in[-1,0]$ فإن : $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ ثم تبيان أن : $1-\ln 2\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx\prec e-1$

$$1+\frac{1}{x-1}=\frac{x-1+1}{x-1}=\frac{x}{x-1}$$

- لدينا $\frac{x}{x-1}\leq f(x)\prec e^{-x}$ ومنه $\int_{-1}^{0}\frac{x}{x-1}dx\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx\prec\int_{-1}^{0}e^{-x}dx$

ومنه $\int_{-1}^{0}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)dx\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx\prec\int_{-1}^{0}\left(e^{-x}\right)dx$

ومنه $\left[x+\ln|x|+c\right]_{-1}^{0}\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx\prec\left[-e^{-x}+c'\right]_{-1}^{0}$

ومنه $\left[(0)-(-1+\ln 2)\right]\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx\prec\left[(-1)-(-e)\right]$

ومنه نجد $1-\ln 2\leq\int_{-1}^{0}f(x)dx\prec e-1$

7) $x\in[-2,1[$, m وسيط حقيقي . مناقشة بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$:

حلول المعادلة $f(x)=mx$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$

- من أجل $m\in\left]-\infty,\frac{-e^2}{3}\right[$ المعادلة لها حلان .
- من أجل $m\in\left]\frac{-e^2}{3},-1\right[$ المعادلة لها ثلاث حلول .
- من أجل $m\in]-1,+\infty[$ المعادلة لها حل وحيد .

انتهى تصحيح الموضوع الأول