الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية برج بوعريريج — ثانوية 08 ماي 1945 *جعافرة*

امتحان بكالوريا التجريبي التعليم الثانوي — دورة ماي 2018

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس U على 10 كرات لا نفرق بينها عند اللمس ، منها خمس كرات بيضاء و ثلاثة حمراء و كرتان خضراوان ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

1) أحسب إحتمال كل من الحوادث التالية :

A : " من بين الكرات الثلاثة المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط ".

B : " الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون " .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل مخرج بعدد الألوان الظاهرة في المخرج .

ا) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ب) أحسب الأمل الرياضي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X.

3) نعتبر الكيس الأول U و كيس آخر V يحوي كرتين بيضاوين وكرتين حمراوان وكرة خضراء.

نرمي زهرة نرد غير مزيف مرقم من 1 الى 6 ، فإذا ظهر الرقم 6 فنسحب كرة من الكيس الأول U وإلا فنسحب كرة من الكيس V .

ا) بين أن إحتمال سحب كرة بيضاء هو $p(B)=\frac{5}{12}$.

ب) علما أن الكرة المسحوبة هي بيضاء ، فماإحتمال أن تكون من الكيس الثاني V؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة غلى $\mathbb{N}$ بـــ: $U_0=3$ ومن أجل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=\frac{2}{5}U_n+\frac{6}{5}$.

ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n-2>0$.

ب) أدرس اتجاه تعير المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج ؟

2) (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $V_n=U_n+\alpha$ حيث α عددحقيقي.

ا) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون (V_n) متتالية هندسية .

ب) نضع $\alpha=-2$ ، أكتب عبارة V_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$.

3) (W_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $W_n=\ln(V_n)$.

ا) بين أن المتتالية (W_n) حسابية ، ثم أكتب W_n بدلالة n.

ب) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث $P_n=V_0\times V_1\times\cdots\times V_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z الآتية: $(z-4)(z^2-2z+4)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

ا) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عين لاحقة النقطة D صورة B بالدوران R الذي مركزه المبدأ O و زاويته $\dfrac{2\pi}{3}$.

ج) عين طبيعة الرباعي $ABDC$.

د) بين أن العدد $L=\left(\dfrac{z_B}{2}\right)^{1439}+\left(\dfrac{z_C}{2}\right)^{2018}$ تخيلي صرف .

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $arg(z+4\sqrt{3}i)=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ مع : $k\in\mathbb{Z}$.

ا) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ) .

ب) عين المجموعة (Γ).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء 1: لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=-x^2+1-\ln x$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

الجزء 2: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+3+\dfrac{\ln x}{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) ا) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D) .

4) ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها.

ب) أكتب معادلة المماس (T).

5) أنشئ في المعلم السابق (T) ، (D) و (C_f) .

6) ا) بين أن الدالة : $H:x\mapsto\dfrac{(\ln x)^2}{2}$ أصلية للدالة $h:x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب بـــ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)

و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e^2$.

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;2;3)$ ، $B(2;1;3)$ و $C(2;-2;0)$.

1) بين أن النقط A ، B و C تشكل مستويا.

2) بين أن معادلة المستوي (ABC) هي $x+y-z=0$.

3) لتكن $D(1;1;4)$ و $E(4;-4;2)$ نقطتين من الفضاء ، أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE).

4) أدرس الوضع النسبي بين المستوي (ABC) والمستقيم (DE) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $I=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x}$

(C_f) تمثيلهاالبياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$.

1) مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 مبرزا خطوط الرسم (وذلك على الوثيقة المرفقة).

2) خمن إتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها .

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n>1$.

4) أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج ؟ ثم أحسب نهايتها.

5) ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}-1\leq\frac{1}{2}(U_n-1)$.

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n-1\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

ج) استنتج من جديد نهاية المتتالية (U_n) .

6) ا) (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n=\frac{U_n-1}{2U_n-1}$.

ب) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ج) أكتب عبارة U_n بدلالة n .

د) أحسب بدلالة n المجموع S حيث : $S=\frac{V_0-1}{U_0}+\frac{V_1-1}{U_1}+\frac{V_2-1}{U_2}+\cdots+\frac{V_n-1}{U_n}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} iz_2+2z_1=1+9i \\ 2z_2+iz_1=-2+8i \end{cases}$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = 1+3i$ ، $z_B = 2+4i$ و $z_c = 1+z_A$.
(γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يتغير في $\mathbb{R}+$.
ا) عين عمدة للعدد المركب $z - z_A$ وفسر النتيجة هندسيا .
ب) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (γ) ثم عين بدقة المجموعة (γ) .

3) نعتبر التحويل النقطي h الذي يحول النقطة M ذات الاحقة z الى النقطة M' ذات الاحقة z'
و المعرف بـــ: $z' - z = 3(z_G - z)$
ا) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
ب) بين أن h تحاكي يطلب تعيين عبارته المركبة و عناصره المميزة .
ج) تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة H منتصف القطعة $[AB]$ بالتحاكي h .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء 1: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$.

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = -4(e^x - 4)\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء 2: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = \frac{(4x+9)e^x - 4x}{9(1-e^x)}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$.
2) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$.
3) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
4) ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$.
ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x) = -1 - f(x)$. ، ماذاتستنتج ؟
6) ا) بين أن (Δ_1)و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى(C_f) معادلتهما على الترتيب: $y = -\frac{4}{9}x - 1$ و $y = -\frac{4}{9}x$.
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المسقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .
7) أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f) .
8) نافش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة . $\frac{e^x}{1-e^x} = m$
9) ا) عين مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_2) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = -\ln 4$ و $x = \lambda$ مع $\lambda < -\ln 4$.
ب) أحسب $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$.