

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

**( التمرين الأول: ( 4.50 نقاط )**

(1) حل في  $\square$  المعادلة  $z^2 + 4z + 16 = 0$

(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{u}, \vec{v})$  لتكن النقط  $D, C, B, A$  حيث :

$$z_D = 3\sqrt{3} + 3i, z_C = 4e^{i\frac{\pi}{6}}, z_B = -2 - 2i\sqrt{3}, z_A = -2 + 2i\sqrt{3}$$

(أ) أكتب  $z_C$  على الشكل الجبري

(ب) أكتب  $z_A, z_B, z_D$  على الشكل المثلثي

(ج) استنتج أن النقط  $C, B, A$  تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

(د) عين زاوية الدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  ويحول  $A$  إلى  $B$

(هـ) أكتب  $\frac{z_D}{z_A}$  على الشكل الآسي واستنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه  $O$  ويحول  $A$  إلى  $D$

(3)  $\alpha$  عدد حقيقي و  $G_\alpha$  مرجح الجملة  $\{(A,1), (B,1), (C, e^\alpha)\}$

(أ) بين أن  $\overrightarrow{IG}_\alpha = \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} \overrightarrow{IC}$  حيث  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$

(ب) بين أن  $0 < \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} < 1$  ثم استنتج مجموعة النقط  $G_\alpha$  عندما يتغير  $\alpha$  في  $\square$  .

**( التمرين الثاني: ( 04 نقط )**

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء ,

منها 5 كرات تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 , لا نميز بينها عند اللمس ,

نسحب كرتين من الكيس في آن واحد.

لتكن الحادثتان :  $A$  " سحب كرتين من نفس اللون " و  $B$  " سحب كرتين تحملان نفس الرقم " ,

(1) بين أن :  $P(A) = \frac{43}{91}$  .

(2) احسب :  $P(B)$  .

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ما هو احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

(4) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

(أ) حدد قيم  $X$  .

(ب) حدد قانون الإحتمال  $X$  .

(ج) احسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري .

### التمرين الثالث: (04 نقط)

لتكن المتتالية  $(U_n)$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $U_0 = \frac{1}{5}$  و  $U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < U_n < \frac{1}{2}$  .

(2) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون :  $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n + 1}$  ، ثم استنتج اتجاه تغير  $(U_n)$  .

ب/ بين أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $V_n = \frac{5^n U_n}{2U_n - 1}$  .

أ/ اثبت أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب/ أكتب عبارة  $V_n$  بدلالة  $n$  ، ثم بين أن :  $U_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  .

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$

### التمرين الرابع: (7.50 نقاط)

I / لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (1-x)e^x + 1$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني كما في الشكل الموالي

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة  $g$

(2) أ) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $]-\infty; 0]$  حلا وحيدا  $\alpha$  ، ثم تحقق أن  $1,2 < \alpha < 1,3$  .

ب) عيّن إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  .

(3) أثبت أن :  $e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$  .

(4) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة :

$$x \mapsto (1-x)e^x$$

ب) أحسب  $A(\alpha)$  مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى

$(C_g)$  والمستقيمت  $y = 0$  ،  $x = \alpha$  ،  $x = 0$  .

ج) بين أن :  $A(\alpha) = \frac{-3\alpha + 4}{\alpha - 1} + \alpha$  ثم أحصر  $A(\alpha)$  .

د) حل بيانيا :  $E[g(x)] = 1$  حيث  $E$  يرمز إلى دالة الجزء الصحيح

II / لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . وحدة الطول  $2 \text{ cm}$

(1) احسب كل من :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$  فسر النتيجة بيانيا .

(2) أ) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  إشارة  $f'(x)$  هي من نفس إشارة  $g(x)$  .

ب) استنتج اتجاه التغير للدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن :  $0,2 < f(\alpha) < 0,3$

(3) اكتب معادلة لمماس المنحني في النقطة ذات الفاصلة صفر .

(4) أ) بين أن  $f(-\alpha) = -1$  و أنشئ  $(C_f)$  .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة  $x - e^{x+m} - e^m = 0$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 05 نقط )

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  .

( 1 ) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\square$  المعادلة :  $z^2 - 6z + 13 = 0$  ,

( 2 ) أ ) علم النقط  $D, C, B, A$  التي لواحقتها :  $z_A = i$  ,  $z_B = 2$  ,  $z_C = 3 + 2i$  ,  $z_D = 3 - 2i$  .

ب ) عين نسبة وزاوية التشابه الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  إلى  $C$  .

ج ) اكتب العدد المركب :  $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$  على الشكل الأسّي واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  ,

د ) برهن أن  $B$  هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ADC$

( 3 )  $S$  تحويل نقطي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $Z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $Z'$  حيث :  $z' = (1+i)z + 1$

أ ) عين طبيعة  $S$  و عناصره المميزة .

ب ) جد صورة  $B$  بواسطة  $S$  .

ج ) بين أنه من أجل كل عدد مركب  $Z$  حيث  $Z \neq i$  فإن :  $\frac{Z' - Z}{i - Z} = -i$

فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتج طريقة لرسم  $M$  انطلاقاً من  $A$  و  $M$  .

( 4 ) أ ) عين المجموعة  $(E)$  للنقط  $M$  ذات اللاحقة  $Z$  حيث :  $|Z - 2| = \sqrt{5}$

ب ) برهن أن :  $Z' - Z_C = (1+i)(Z - Z_B)$  .

ج ) استنتج أنه لما  $M$  تنتمي إلى  $(E)$  فإن  $M'$  تنتمي إلى دائرة  $(F)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

( 5 ) ارسم  $(E)$  و  $(F)$  في نفس المعلم .

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما ، وكانت نتائج دراسة إحصائية

على هذه الثانوية كما يلي :

- احتمال أن يكون التلميذ مصاباً علماً أنه ملقحاً هو  $\frac{1}{16}$  .

- احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً علماً أنه مصاباً هو  $\frac{3}{14}$  .

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية .

نرمز بـ  $V$  إلى الحادثة " التلميذ ملقح "

و نرمز بـ  $M$  إلى الحادثة " التلميذ مصاب بالمرض "

( 1 ) شكل شجرة الاحتمالات .

( 2 ) احسب  $P(V \cap M)$  احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً ومصاب بالمرض .

( 3 ) أثبت أن :  $P(M) = \frac{7}{80}$  احتمال التلميذ مصاب بالمرض .

( 4 ) احسب  $P(\bar{V} \cap M)$  احتمال أن يكون غير ملقح ومصاب بالمرض ، ثم استنتج :  $P_{\bar{V}}(M)$  .

( 5 ) احسب :  $P(\bar{V} \cap \bar{M})$  .

### التمرين الثالث: (4 نقاط )

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط

$$C(1,5,-2), B(7,-1,-2), A(1,-1,4)$$

- (1) أ) بين أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع  
 ب) بين أن الشعاع  $\vec{n}(1,1,1)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  , استنتج معادلة ديكرتية له

$$(2) \quad (\Delta) \text{ مستقيم تمثيله الوسيطى: } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2 - 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- أ) بين أن  $(\Delta)$  عمودي على  $(ABC)$  ثم عين إحداثيتي النقطة  $G$  نقطة تقاطعهما  
 ب) بين أن  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$   
 (3)  $(S)$  سطح الكرة التي مركزها  $G$  وتشمل النقطة  $A$  .  
 أ) أكتب معادلة  $(S)$   
 ب) أدرس الوضع النسبي لـ  $(S)$  و  $(\Delta)$  مع تحديد المجموعة  $(S) \cap (\Delta)$  .

### التمرين الرابع: (07 نقط)

I) لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$

(2) بين أنه من لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $g(x) \geq 4$

II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$  حيث :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أ) بين أن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(2) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مقارب مائل  $(\Delta)$  أوجده ثم أدرس الوضع النسبي لـ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(3) أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا وحيدا  $(T)$  يشمل المبدأ  $O$  ، جد معادلة له

ب) أحسب  $f(1)$  ثم أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$  .

جـ ) ناقش بيانيا حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة :  $f(x) = mx$

$$(4) \quad \text{أ) بين أن } \int_{\sqrt{e}}^e \left( \frac{-1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \right) dx = \frac{1}{8}$$

ب) استنتج بالسنتر المربع المساحة  $A$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات :

$$x = e, x = \sqrt{e}, y = \frac{1}{2}x$$