

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانويات مقاطعة تيميمون

دورة ماي 2018

المدة: ثلاثة ساعات

مديرية التربية لولاية أدرار

الشعبة: علوم تجريبية

امتحان البكالوريا التجاري في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

(1) ممتاليتان معرفتان كما يلي: $V_0 = 1$ و $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5} \quad \text{و} \quad U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3}$$

(1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $W_n = U_n - V_n$

(أ) بين أن الممتالية (W_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى

(ب) أكتب عبارة W_n بدلالة n ثم عين نهايتها

(2) عبر عن: $W_n = U_{n+1} - V_n$ بدلالة n

-استنتج اتجاه تغير الممتاليتين (U_n) و (V_n) ثم بين أنهما متباورتان

(3) من أجل كل عدد طبيعي n تعتبر الممتالية (T_n) المعرفة بـ: $T_n = 3U_n + 10V_n$

(أ) بين أن الممتالية (T_n) ثابتة ثم أحسب نهايتها

(ب) عين نهاية الممتاليتين (U_n) و (V_n)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $Z^2 - 6Z + 10 = 0$

(2) في المستوى المركب نعتبر النقاطين A و B اللتين لاحقا هما: $i - 3$ و $z_A = 3 + i$ ولتكن $z_B = 3 + i$

ـ الدوران الذي مرکزه A و زاوية له $\frac{\pi}{2}$

(أ) أوجد العبارة المركبة للدوران r ثم أوجد لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران r

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

لتكن النقطة $D(1; 1)$ ولتكن العدد المركب $L = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$

(3) أكتب العدد المركب L على الشكل الجبري ثم المثلثي والأسي.

(ب) أحسب العدد $(\frac{L}{\sqrt{2}})^{2018}$

(ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $(\frac{L}{\sqrt{2}})^n$ حقيقيا

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O}, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقطة :

$$E(-3,4,-1), C(3;-2;-1), A(0;-2;2)$$

1) أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل الذي يشمل النقطة A والشعاع \overrightarrow{AB} ناظمي له

2) بين أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P) ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

$$\begin{cases} x = t + m \\ y = 2t - 2 \\ z = t + m + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \text{ و } m \in \mathbb{R}$$

3) نعتبر المستوي (Q) تمثيله الوسيطي:

a) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستوي (Q)

b) بين أن الشعاع $(1,0,-1)\vec{n}$ ناظمي للمستوي (Q)

4) عين تمثيلاً وسيطياً لمستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q)

5) بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (C)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = ax + \frac{b}{1+e^x}$ حيث a ; b عدادان حقيقيان ثابتان

- أحسب $h'(0)$ ثم عين العدددين الحقيقيين a ; b حيث: $h(1) = \frac{e}{1+e}$

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $4cm$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) > 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أ(أ)بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $y = x - 1$ (Δ_1) و $y = x$ (Δ_2) مستقيمان مقاريان للمنحني (C_f) .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيمان (Δ_1) و (Δ_2)

4- تتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = -1$ ثم فسر النتيجة بيانيا

5- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6- أ(أ)بين أن المعادلة $0 = f(x)$ تقبل حلًا حقيقياً وحيداً α حيث: $0 < \alpha < 0.5$

ب) تتحقق أن $\frac{1}{\alpha} = 1 + e^\alpha$ ثم استنتاج حصراً $f(\alpha)$

7- أنشئ كلاماً من (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f) . (نقبل أن المنحني (C_f) يقبل $(-\frac{1}{2}, 0)$ نقطة انعطاف)

8- ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء بحيث ($n \geq 2$) لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق كرتين.

نفرض أن سحب كرينة بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرينة سوداء يفقد نقطتين.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) نعتبر السحب على التوالي مع اعادة الكرينة المسحوبة قبل السحب المولى

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتمال له

ب) أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(X)$

ت) هل توجد قيمة n حتى يكون $0 = E(x)$

2) نفرض أن السحب في آن واحد

أ- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب- أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z) = z^3 - 5z^2 + 11z - 15$

أ) تتحقق أن $0 = P(3)$

ب) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$

ت) حل في C المعادلة: $0 = P(z)$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ ، نعتبر النقط : A و B ، C ، D ذات اللواحق:

$Z_D = 5 - i$ ، $Z_C = 1 + 3i$ ، $Z_B = 1 - 2i$ ، $Z_A = 1 + 2i$.

أ) اكتب العدد $\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A}$ على شكليه الجبري والأسي.

ب) استنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي يتحول إلى C وإلى A وإلى B وإلى D .

ت) احسب ω لاحقة النقطة Ω مركز التشابه المباشر S ، ثم تتحقق أن عبارته المركبة هي:

2

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللواحة Z بحيث:

أ) بين أن C نقطة من (E)

ب) عين طبيعة المجموعة (E) وعنصرها المميزة

ت) استنتاج طبيعة المجموعة (E') صورة المجموعة (E) بالتشابه المباشر S وعنصرها المميزة.

التمرين الثالث : (55 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بجديها 0 و 3 = U₁ = 3 و من أجل كل عدد طبيعي n : U_n = $\frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

1) برهن بالترابع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3$

2) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس

أ) مثل المستقيمين (T) و (D) اللذين معادلتهما على الترتيب

y = x و $y = \frac{1}{2}x + 3$ ثم مثل على محور الفواصل الحدود U₀ ، U₁ ، U₂ و U₃ دون حسابها

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاريرها

3) أ) برهن بالترابع انه من اجل كل عدد طبيعي n < 6 : U_n < 6 . ماذا يمكن القول عن المتتالية (U_n) ؟

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

4) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = U_n - 6$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأول.

ب) عبر عن كل من n و V_n بدلالة n . ثم احسب نهاية U_n

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: S_n = U₀ + U₁ + ... + U_n

التمرين الرابع : (57 نقاط)

الجزء الاول: لتكن الدالة g المعرفة على [2, +∞] كمالي: $g(x) = x^2 - 4x + 3 + \ln(x-2)$

أ- احسب نهايات الدالة g عند 2 و +∞ .

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على [2, +∞] ثم شكل جدول تغيراتها

ج- احسب (3) g ، ثم استنتاج حسب قيم x إشارة (g(x))

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على [2, +∞] بـ: $f(x) = x - 3 - \frac{\ln(x-2)}{x-2}$

(Cf) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$). الوحدة 2cm

1) احسب نهايات الدالة f عند 2 و +∞ .

2) بين أنه من أجل كل x من [2, +∞] فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 3$ هو مقارب مائل للمنحنى (Cf) عند +∞ .

ب- ادرس وضعية المنحنى (Cf) بالنسبة للمستقيمات (D) .

4) أنشئ كلا من المستقيم (D) والمنحنى (Cf)

5) احسب بـ cm² مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (Cf) و المستقيم (D) والمستقيمين الذين

معادلتهما: $x = 3$ و $x = 5$