

الفرض الدوري 02 في مادة الرياضيات الثالثة علوم تجريبية (29 يناير 2018)

التمرين الاول: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 4$ و من أجل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{u_n^2 - 3u_n + 12}{u_n + 1}$.

1. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n \geq 3$.

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

(ج) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n \leq 4$. (تحقق أن : $u_{n+1} - 4 = \frac{(u_n - 3)(u_n - 4) - 4}{u_n + 1}$)

(د) أدرس تقارب المتتالية (u_n) .

2. (أ) برهن أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{5}(u_n - 3)$.

(ب) استنتج أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n - 3 \leq \left(\frac{1}{5}\right)^n$ ، ثم أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$.

التمرين الثاني: اقتطع 16 مسافر تذاكر في المحطة بحيث 7 منهم يتوجهون إلى المحطة B بسعر 50 دينار للتذكرة الواحدة . 5 منهم يتوجهون إلى المحطة C بسعر 60 دينار للتذكرة الواحدة . 4 منهم يتوجهون إلى المحطة D بسعر 75 دينار للتذكرة الواحدة .

(1) نختار عشوائيا واحدا من هؤلاء المسافرين ، و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مسافر

(أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي ثم الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

(2) نختار عشوائيا ثلاثة من هؤلاء المسافرين

(أ) أحسب احتمال أن يكون لهؤلاء المسافرين اتجاهات مختلفة .

(ب) أحسب احتمال أن يكون اتجاه مسافر واحد على الأقل هو نحو المحطة B .

(ج) ما هو احتمال أن يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة B علما أنهم في نفس الاتجاه .

التمرين الثالث : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = ae^{2x} + be^x + c$ ، a, b, c اعداد حقيقية (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. عيّن الاعداد الحقيقية a, b, c بحيث (C_g) يشمل O و $g'(\ln \frac{3}{4}) = 0$ و المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مستقيم مقارب لـ (C_g)

2. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

(أ) أحسب نهايتي f ، عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم عين $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f .

(ب) حدد نقط تقاطع C_f مع محور الفواصل .

(ج) عين معادلة مماس C_f في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(د) أثبت أن النقطة ذات الفاصلة (-1) نقطة انعطاف C_f ، و عين معادلة Δ مماس C_f في هذه النقطة .

(3) أ - أنشئ C_f ، Δ و المستقيم المقارب .

ب - عين نقطة تقاطع C_f مع المستقيم المقارب .