

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

الجزء I : إليك شجرة الإحتمالات التالية:
 $\hookleftarrow$ انقل الشجرة ثم أتممها.

الجزء II : بالاعتماد على الشجرة اختر جوابا صحيحا
 من بين الإقتراحات التالية مع تعليل جوابك.

1 الإحتمال $P(A \cap B \cap C)$ هو:

أ) 1,3 ب) 0,4 ج) 0,072

2 الإحتمال $P(C)$ هو:

أ) 0,1344 ب) 0,2064 ج) 0,072

3 الإحتمال $P(\bar{B})$ هو:

أ) 0,54 ب) 0,42 ج) 0,072

4 الإحتمال $P_{A \cap B}(\bar{C})$ هو:

أ) 0,2536 ب) 0,6 ج) 0,88

5 الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو:

أ) $E(X) = 1,1376$ ب) $E(X) = 1$ ج) $E(X) = 3,1020$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N ب: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

① ادرس إتجاه تغير الدالة g .

② احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء II : f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

② بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

③ استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

④ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعيتهما النسبية.

⑤ بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

⑥ ارسم كل من (Δ) و (C_f) .

⑦ ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $x^2 - mx - \ln x = 0$.

الجزء III : نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(e^x)$.

① بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$.

② استنتج جدول تغيرات الدالة h .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعرّف متتالية على المجموعة $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - n - \frac{3}{2}$.

① أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد n : $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

② متتالية معرفة على $v_n = u_n + \alpha n - 1$ بـ :

أ) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية متباعدة .

ب) بين أنه من أجل كل عدد n : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}(\alpha - 2)(n + 1)$

ج) استنتج قيمة العدد α حتى تكون المتتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q وحدّها الأول v_0 .

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

③ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط $A ; B ; C$ و G حيث :

$$\overrightarrow{0} = \overrightarrow{GC} + \lambda \overrightarrow{GB} + 4 \overrightarrow{GA}$$
 مع λ عدد حقيقي.

أعني λ حتى تكون النقطة G مرجحاً للنقط $A ; B ; C$ و المرفقة بالمعاملات $S_0 ; S$ و S_2 على الترتيب .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يحتوي صندوق على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد: 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 وكرتين سوداوين تحملان العددين 0 ; 1 (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

التجربة هي سحب كرتين في آن واحد

① احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A: " للكرتين المسحوبتين نفس اللون "

B: " الكرتان المسحوبتان تحملان عددين جداؤهما معدوم "

C: " الكرتان المسحوبتان تحملان عددين مجموعهما عدد فردي "

② المتغير العشوائى الذي يرفق بكل سحبة ممكنة مجموع عددي الكرتين المسحوبتين

أعط قانون احتمال المتغير العشوائى ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

1 أ) بَيِّنْ أَنَّ متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب v_n بدلالة u_n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة S'_n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

2 نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي لدينا $w_n = \ln(v_n)$ (حيث $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

أ) بَيِّنْ أَنَّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) احسب بدلالة المجموع $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} S''_n$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

و دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - x e^x$ و $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{e^x + 1}$.

هو التمثيل البياني للدالة في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس

1 ادرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

2 أ) بَيِّنْ أَنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,5 < \alpha < 0,6$.

ب) عَيِّنْ إشارة حسب قيم العدد الحقيقي .

3 ادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

4 بَيِّنْ أَنَّ المستقيم ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية بالنسبة

للمستقيم .

5 بَيِّنْ أَنَّ: $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم أعط حصر $f(\alpha)$.

6 انشئ المستقيم والمنحنى .

7 ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة: $m e^x + e^x - x + m = 0$