

## إختبار الشلالي الثاني في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

المستوى: الشاهد علوم تجريبية

التمرين الأول : ..... (06,5 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[0;1]$  بـ :  $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$  .  
 (1) أدرس تغيّرات الدالة  $f$  على  $[0;1]$  .

(ب) إستنتج أنّه إذا كان  $x \in [0;1]$  فإنّ  $f(x) \in [0;1]$  .

(ج) مثل بيانيا الدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$  . (الوحدة  $10cm$ ) .

(2) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ :  $u_0 = 0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$  .

(أ) باستعمال المنحني  $(C)$  للدالة  $f$  عيّن على محور الفواصل الحدود :  $u_0, u_1, u_2, u_3$  .

✓ أعط تخمينا حول إتجاه وتقارب المتتالية  $(u_n)$  .

(ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq u_n \leq 1$  .

(ج) بيّن أنّ :  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$  ، ثمّ إستنتج إتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  .

(د) هل المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ؟ برّر إجابتك .

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$  .

(أ) برهن أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل .

(ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثمّ عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(ج) إستنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

التمرين الثاني : ..... (06 نقاط)

يلعب طفل بـ 20 كرتية، منها 13 كرتية حمراء و 7 كرتيات خضراء . يضع 10 كرتيات حمراء و 3 كرتيات خضراء في العلبة  $A$  ، ويضع الباقي في العلبة  $B$  .

(1) في أول لعبة يختار 3 كرتيات عشوائيا وفي آن واحد من العلبة  $A$  و ينظر كم كرتية حمراء ظهرت .  
 ليكن  $X$  المتغيّر العشوائي المتعلق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

✓ عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي  $X$  ، ثمّ أحسب أمله الرياضي  $E(X)$  .

(2) وفي ثاني لعبة، يختار الطفل إحدى اللعب و يسحب منها كرة واحدة .

(أ) مثل هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات .

- (ب) أحسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .  
 (ج) علما أن الطفل سحب كرة حمراء ، ما احتمال أن تكون من العلبة A ؟

## التمرين الثالث : ..... (07,5 نقاط)

**الجزء الأول :** نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = \ln x + \frac{x-2}{x}$

- (1) أحسب نهايات الدالة  $g$  عند  $0$  و  $+\infty$  .
- (2) أدرس تغيرات الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها .
- (3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $1,4 < \alpha < 1,5$  .
- ✓ إستنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  .

**الجزء الثاني :**  $f$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $f(x) = 1 + (x-2)\ln x$

- ( $C_f$ ) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  .
- (1) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $0$  و عند  $+\infty$  ، ثم فسّر النهاية عند  $0$  هندسيا .
  - (2) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .
  - (3) بين أن :  $f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$  ، ثم أعط قيمة مقربة لـ  $f(\alpha)$  من أجل  $\alpha \approx 1,45$  .
  - (4) ( $T_{x_0}$ ) هو المماس للمنحني ( $C_f$ ) عند النقطة  $M_0$  ذات الفاصلة  $x_0$  :

(أ) أكتب المعادلة الديكارتية للمماس ( $T_{x_0}$ ) .

(ب) عيّن  $x_0$  إذا علمت أن المماس ( $T_{x_0}$ ) يمر بالنقطة  $A(2; 0)$  .

(ج) إستنتج أن ( $C_f$ ) يقبل مماسين يمرّان بالنقطة  $A$  ، ثم أكتب معادلتهم كل منهما .

(5) أرسم كلاً من المماسين والمنحني ( $C_f$ ) .

**الجزء الثالث :** نعتبر المستقيم ( $d_m$ ) الذي معادلته  $y = mx - 2m$  ، حيث  $m$  وسيط حقيقي .

(أ) تحقق أن ( $d_m$ ) يمر بالنقطة  $A$  .

(ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = mx - 2m$  .

# اصحيح الاختبار للفصل الثاني سعة العلوم تحريبيه

## التمرين الأول :

لدينا الدالة  $f$  المعرفة على  $[0;1]$  كما يلي :  $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$  .

(1) دراسة تغيّرات الدالة  $f$  على  $[0;1]$  :

لدينا من أجل كل  $x$  من  $[0;1]$  :  $f'(x) = \frac{10}{(x+4)^2}$  ، أي :  $f'(x) > 0$  .

ومنه الدالة  $f$  متزايدة على المجال  $[0;1]$  .

(ب) لدينا  $x \in [0;1]$  أي :  $0 \leq x \leq 1$  ، بما أن الدالة  $f$  متزايدة على  $[0;1]$  فإن :  $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$  ، أي :

$f(x) \in [0;1]$  ، أي :  $0 \leq f(x) \leq 1$  ، ومنه :  $0 \leq \frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$  ، لكن :  $\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$  .

إذن : إذا كان  $x \in [0;1]$  فإن  $f(x) \in [0;1]$  .

(ج) التمثيل البياني :

أنظر الشكل المقابل .

(2) لدينا من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

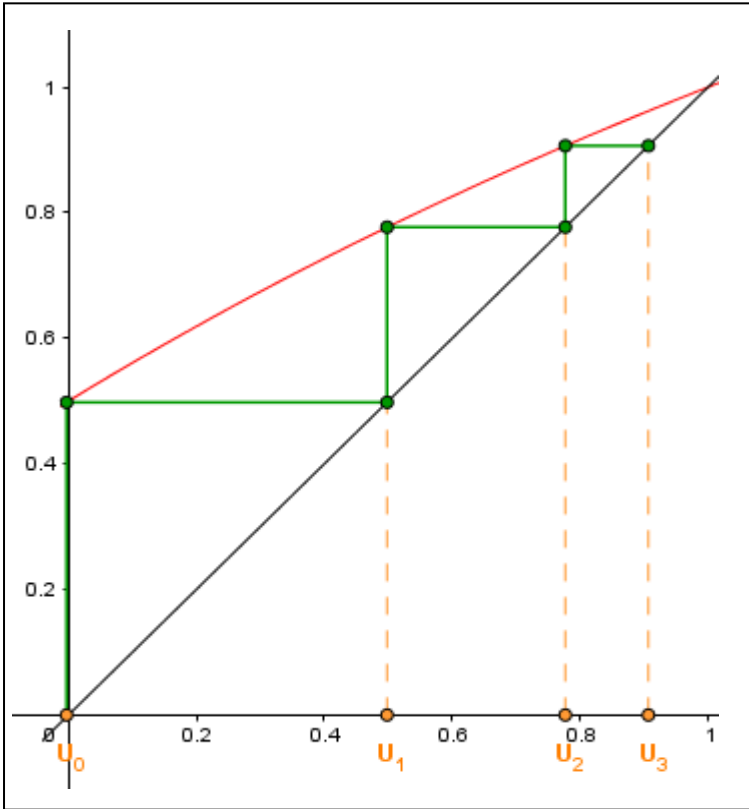
(أ) تمثيل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  .

أنظر الشكل المقابل .

التخمين : نلاحظ أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة

و تتقارب نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحني

$(C)$  و المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  .



(ب) برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq u_n \leq 1$  ( نستعمل البرهان بالتراجع )

✓ التحقق من أجل  $n = 0$  ،  $(u_0 = 0)$  ، أي :  $0 \leq 0 \leq 1$  ، ومنه :  $0 \leq u_0 \leq 1$  ( محققة ) .

✓ نفرض صحة الخاصية من أجل  $n$  ، أي :  $0 \leq u_n \leq 1$  .

✓ نثبت صحة الخاصية من أجل  $n + 1$  ، أي :  $0 \leq u_{n+1} \leq 1$  .

لدينا فرضاً :  $0 \leq u_n \leq 1$  ، و حسب السؤال الأول (ب) نستنتج أن :  $0 \leq f(u_n) \leq 1$  أي :  $0 \leq u_{n+1} \leq 1$  .

الخاصية محققة من أجل  $n + 1$  يستلزم أنها صحيحة من أجل  $n$ ، ومنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  
 $0 \leq u_n \leq 1$  وهو المطلوب .

(ج) بيان أن :  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1 - u_n)(u_n + 2)}{u_n + 4}$

أي :  $u_{n+1} - u_n = \frac{3u_n + 2 - u_n^2 - 4u_n}{u_n + 4}$  أي :  $u_{n+1} - u_n = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4} - u_n$

ومنه :  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1 - u_n)(u_n + 2)}{u_n + 4}$  وهو المطلوب .

✓ لدينا :  $0 \leq u_n \leq 1$ ، ومنه :  $1 - u_n \geq 0$ ، و  $u_n + 2 > 0$ ، و  $u_n + 4 > 0$  .  
 إذن :  $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ، ومنه المتتالية  $(u_n)$  متزايدة .

(د) نعم المتتالية  $(u_n)$  متقاربة .

✓ بما أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة و محدودة من الأعلى بـ 1 ( $0 \leq u_n \leq 1$ ) إذن فهي متقاربة .

(3) لدينا :  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

(أ) برهان أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية :

نحسب  $v_{n+1}$  :  $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 2} = \frac{\frac{3u_n + 2}{u_n + 4} - 1}{\frac{3u_n + 2}{u_n + 4} + 2} = \frac{\frac{3u_n + 2 - u_n - 4}{u_n + 4}}{\frac{3u_n + 2 + 2u_n + 8}{u_n + 4}} = \frac{2u_n - 2}{5u_n + 10}$

أي :  $v_{n+1} = \frac{2(u_n - 1)}{5(u_n + 2)}$  أي :  $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n$ ، إذن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{2}{5}$  و  $v_0 = -\frac{1}{2}$  .

(ب) كتابة عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

✓ عبارة  $v_n$  :  $v_n = v_0 \times q^n$ ، أي :  $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

✓ عبارة  $u_n$  : لدينا  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$ ، أي :  $v_n u_n + 2v_n = u_n - 1$ ، أي :  $v_n u_n - u_n = -2v_n - 1$

ومنه :  $(v_n - 1)u_n = -2v_n - 1$ ، أي :  $u_n = \frac{-2v_n - 1}{v_n - 1}$ ، أي :  $u_n = \frac{-2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^n - 1}{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^n - 1}$

إذن :  $u_n = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n - 1}{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^n - 1}$

(ج) إستنتاج نهاية المتتالية  $(u_n)$  :

نعلم أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ ، ومنه :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = 1$

## التمرين الثاني:

### (1) اللعبة الأولى:

أولاً نعين قيم المتغير العشوائي  $X$ : بما أنه يرفق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة فتكون قيمه كالتالي:  
 $\mathbb{X} \in \{0; 1; 2; 3\}$

✓ تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ :

عدد الحالات الممكنة للسحب من العبوة  $A$  هي:  $C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = 286$

$X_i$	0	1	2	3
$p_i$	$\frac{1}{286}$	$\frac{30}{286}$	$\frac{135}{286}$	$\frac{120}{286}$

$$p(X=0) = \frac{C_3^3}{286} = \frac{1}{286} \quad (1)$$

$$p(X=1) = \frac{C_{10}^1 \times C_3^2}{286} = \frac{10 \times 3}{286} = \frac{30}{286} \quad (2)$$

$$p(X=2) = \frac{C_{10}^2 \times C_3^1}{286} = \frac{45 \times 3}{286} = \frac{135}{286} \quad (3)$$

$$p(X=3) = \frac{C_{10}^3}{286} = \frac{120}{286} \quad (4)$$

✓ حساب الأمل الرياضي  $E(X)$ :

$$E(X) = \frac{0(1) + 1(30) + 2(135) + 3(120)}{286} = \frac{30 + 270 + 360}{286} = \frac{660}{286} \approx 2,3$$

### (2) اللعبة الثانية:

أ) تمثيل الوضعية بشجرة الاحتمالات:  
 أنظر الشكل المقابل.

ب) احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء هو:

$$p(R) = p(A \cap R) + p(B \cap R)$$

$$p(R) = (p(A) \times p_A(R)) + (p(B) \times p_B(R))$$

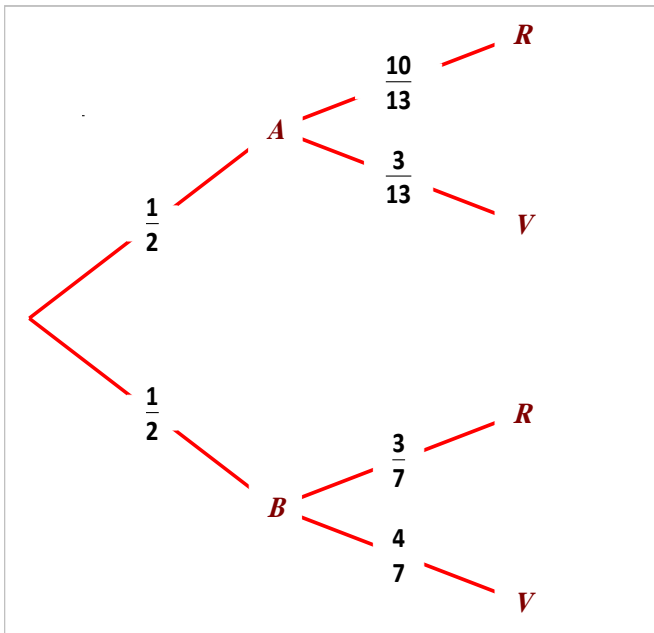
$$\text{أي: } p(R) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{13}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{7}\right)$$

$$p(R) = \left(\frac{5}{13}\right) + \left(\frac{3}{14}\right) = \frac{70 + 39}{182} = \frac{109}{182}$$

ج) حساب الاحتمال الشرطي:  $p_R(A)$

$$p_R(A) = \frac{p(A \cap R)}{p(R)} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{109}{182}} = \frac{5}{13} \times \frac{182}{109}$$

$$p_R(A) = \frac{70}{109} \text{ ومنه:}$$



## التمرين الثالث :

الجزء الأول : نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = \ln x + \frac{x-2}{x}$   
 (1) حساب النهايات :

$$\cdot \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{x} = -\infty \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{لأنّ : } -2 \\ 0^+ \end{array} \right. \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty \quad \checkmark$$

$$\cdot \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{لأنّ : } \\ \end{array} \right. \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad \checkmark$$

(2) دراسة تغيّرات الدالة  $g$  و تشكيل جدول تغيّراتها :  
 الدالة المشتقة :

جدول التغيّرات :

$x$	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  ،

و دالتها المشتقة هي :  $g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$

نلاحظ أن :  $g'(x) > 0$  من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$

إذن الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$

(3) بيان أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث :  $1,4 < \alpha < 1,5$

الدالة  $g$  مستمرة ورتيبة على  $]0; +\infty[$  ، إذن هي مستمرة ورتيبة على المجال  $[1,4; 1,5]$

وبما أنّ :  $\begin{cases} g(1,4) = -0,09 \\ g(1,5) = 0,07 \end{cases}$  أي :  $g(1,4) \times g(1,5) < 0$  ، إذن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$

حيث :  $1,4 < \alpha < 1,5$

✓ إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  من  $]0; +\infty[$  : نلخص الإشارة في الجدول التالي :

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$		-	+

من أجل  $x \geq \alpha$  يكون  $g(x) \geq g(\alpha)$  ، أي :  $g(x) \geq 0$

من أجل  $0 < x < \alpha$  يكون  $g(x) < g(\alpha)$  ، أي :  $g(x) < 0$

الجزء الثاني:  $f$  دالة معرفّة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 1 + (x - 2) \ln x$

(1) حساب النهايات:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 2) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \end{array} \right. \text{ لأنّ، } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [1 + (x - 2) \ln x] = +\infty \checkmark$$

التفسير الهندسي: المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً معادلته  $x = 0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{array} \right. \text{ لأنّ، } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [1 + (x - 2) \ln x] = +\infty \checkmark$$

(2) دراسة إتجاه تغيّر الدالة  $f$  وتشكيل جدول تغيّراتها:

✓ الدالة المشتقة: الدالة  $f$  تقبل الإشتقاق على  $]0; +\infty[$ ، ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = \ln x + \frac{x-2}{x} \text{، أي، } f'(x) = \ln x + \frac{1}{x}(x-2)$$

إذن إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$ .

✓ جدول التغيّرات:

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

(3) بيّن أنّ:  $f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$ ، ثمّ أعط قيمة مقربة لـ  $f(\alpha)$  من أجل  $\alpha \approx 1,45$ .

$$\text{نعلم أنّ: } g(\alpha) = 0 \text{، أي: } \ln \alpha + \frac{\alpha - 2}{\alpha} = 0 \text{، ومنه: } \ln \alpha = -\frac{\alpha - 2}{\alpha}$$

نحسب الآن  $f(\alpha)$ :  $f(\alpha) = 1 + (\alpha - 2) \ln \alpha$ ، أي:  $f(\alpha) = 1 + (\alpha - 2) \left(-\frac{\alpha - 2}{\alpha}\right)$ ، ومنه:

$$f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha} \text{، وهو المطلوب.}$$

✓ من أجل  $\alpha \approx 1,45$ ، يكون:  $f(\alpha) \approx 0,8$ .

(4)  $(T_{x_0})$  هو المماس للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة  $M_0$  ذات الفاصلة  $x_0$ :

$$\text{أ) كتابة معادلة المماس } (T_{x_0}): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

ب) بما أنّ  $(T_{x_0})$  يشمل النقطة  $A(2; 0)$  فيكون لدينا: (إحداثياتها يحققان معادلة المماس  $(T_{x_0})$ ).

$$\text{أي: } 0 = f'(x_0)(2 - x_0) + f(x_0) \text{، أي: } 0 = \left[ \ln x_0 + \frac{x_0 - 2}{x_0} \right] (2 - x_0) + 1 + (x_0 - 2) \ln x_0 \text{، ومنه:}$$

$$: \text{ومنه} , (x_0 - 2) \left[ -\frac{x_0 - 2}{x_0} \right] = -1 : \text{أي} , 0 = (x_0 - 2) \left[ \ln x_0 - \left( \ln x_0 + \frac{x_0 - 2}{x_0} \right) \right] + 1$$

$$, x_0^2 - 4x_0 + 4 - x_0 = 0 : \text{أي} , (x_0 - 2)^2 = x_0 : \text{أي} , -(x_0 - 2)^2 = -x_0 : \text{أي} , -\frac{(x_0 - 2)^2}{x_0} = -1$$

$$. \text{ومنه} : x_0 = 4 \text{ أو } x_0 = 1 , \text{معناه أن} : x_0^2 - 5x_0 + 4 = 0$$

ج) إذن المنحني  $(C_f)$  يقبل مماسين يمران بالنقطة  $A$  :

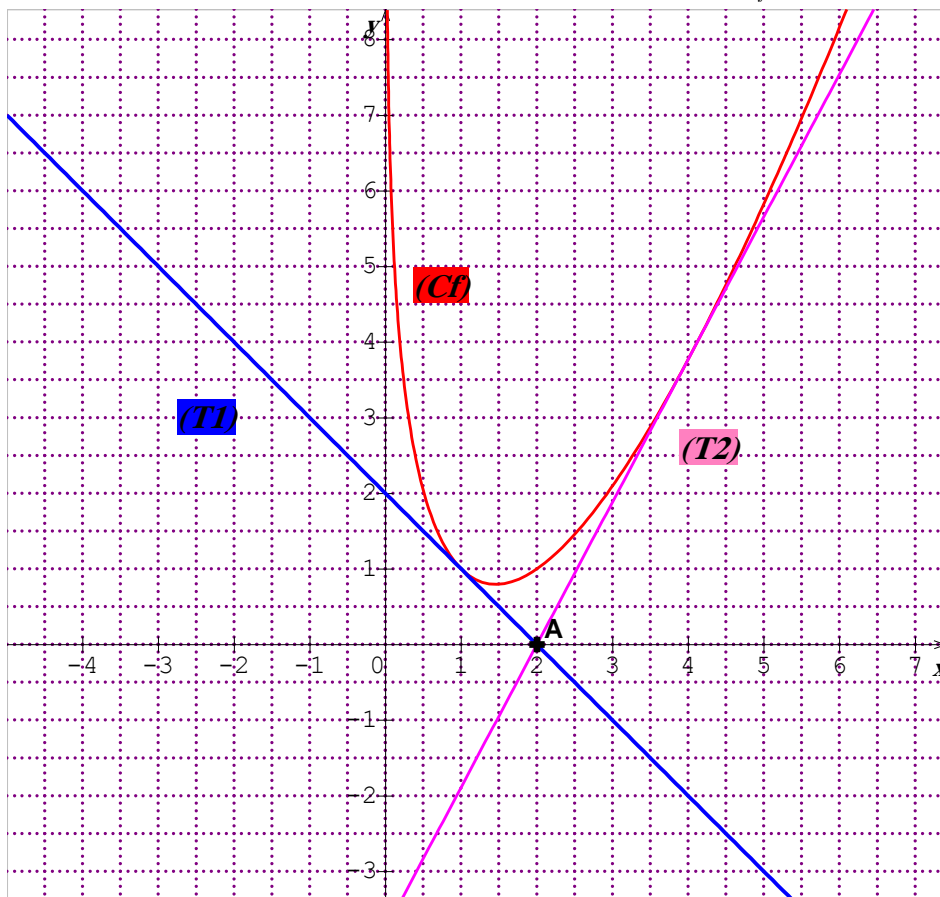
✓ المماس الأول يمس  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1

✓ المماس الثاني يمس  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 4

1) معادلة المماس الأول :  $(T_1) : y = f'(1)(x - 1) + f(1)$  ، ومنه :  $(T_1) : y = -x + 2$  .

2) معادلة المماس الثاني :  $(T_2) : y = f'(4)(x - 4) + f(4)$  ، ومنه :  $(T_2) : y = \left( \ln 4 + \frac{1}{2} \right) x - 2 \ln(4) - 1$  .

5) رسم المماسين والمنحني  $(C_f)$  :



الجزء الثالث :  $(d_m) : y = mx - 2m$  .

أ) التحقق أن  $(d_m)$  يمر بالنقطة  $A$  أي : نعوض إحداثيي النقطة  $A$  في معادلة المستقيم  $(d_m)$  :

$$. \text{إذن} : 0 = m(2) - 2m$$

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة  $f(x) = mx - 2m$  :

عدد حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع المستقيم  $(d_m)$  .

المستقيم  $(d_m)$  يتحرك حركة دورانية حول النقطة الثابتة  $A$  .



نعلم أن المماسين  $(T_1)$  و  $(T_2)$  يمران أيضا بالنقطة  $A$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} (d_m) : y = mx - 2m \\ (T_1) : y = -x + 2 \\ (T_2) : y = (\ln 4 + \frac{1}{2})x - 2\ln(4) - 1 \end{array} \right. \text{ لدينا :}$$

✓ لنا :  $m < 0$  ، هناك ثلاث حالات :

(1)  $m < -1$  معناه أن  $(d_m)$  يقع فوق  $(T_1)$  ، ومنه المعادلة تقبل حلين متميزين .

(2)  $m = -1$  معناه أن  $(d_m)$  هو نفسه  $(T_1)$  ، ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو 1 .

(3)  $-1 < m < 0$  معناه أن  $(d_m)$  يقع تحت  $(T_1)$  ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

✓ لنا :  $m = 0$  معناه أن  $(d_m) : y = 0$  ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

✓ لنا :  $m > 0$  ، هناك ثلاث حالات :

(1)  $0 < m < \ln 4 + \frac{1}{2}$  معناه أن  $(d_m)$  يقع تحت  $(T_2)$  ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

(2)  $m = \ln 4 + \frac{1}{2}$  معناه أن  $(d_m)$  هو نفسه  $(T_2)$  ، ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو 4 .

(3)  $m > \ln 4 + \frac{1}{2}$  معناه أن  $(d_m)$  يقع فوق  $(T_2)$  ، ومنه المعادلة تقبل حلين متميزين .

تمنياتنا للجميع بالنجاح الباهر في بكالوريا 2018 إن شاء الله

كتابه الأستاذ : بلقاسم عبدالرزاق