

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول: ☺☺☺ ----- (04 نقاط)

$\frac{3}{4}$ من مترشيحي قسم 03 ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$

نقول عن مترشح أنه مفاجأة إذا عمل بجد و لم ينجح أو نجح ولم يعمل بجد

-نعتبر الحوادث التالية :

T المترشح يعمل بجد، A المترشح ناجح و S المترشح مفاجأة

نختار عشوائيا مترشح من هذا القسم

(1)- انقل و أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة

(2)- أحسب احتمال الحوادث : $T \cap A, T \cap \bar{A}, T \cap \bar{A}$. (3)- ما هو احتمال أن يكون المترشح ناجحا ؟

(4)- علما أن المترشح ناجحا ما احتمال أن يكون عمل بجد . (5)- بين أن احتمال S هو 0.125 .

التمرين الثاني: ☺☺☺ ----- (05 نقاط)

(1)- ليكن في $\square$ كثير حدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 8z - 6$

(أ)- تحقق ان $z_0 = 3$ جذر لـ $P(z)$. (ب)- حل في $\square$ المعادلة : $P(z) = 0$.

(2)- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، الوحدة : $\|\vec{u}\| = 2cm$

(3)- لتكن النقط : A, B, C و I لواحقتها على الترتيب : $z_A = 1+i, z_B = \bar{z}_A, z_C = 2z_B, z_I = 3$

(أ)- أحسب $|z_A - z_I|, |z_B - z_I|$ و $|z_C - z_I|$ ، ثم إستنتج أن النقط A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

(ب)- أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_I}{z_A - z_I}$ على الشكل المثلثي، ثم إستنتج طبيعة المثلث IAC .

(ج)- أكتب z_A على الشكل الأسّي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $L = \left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا تخيليا صرفا



- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 - \frac{9}{4x}$. (C_f) هو تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة .

(1)- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.
(أ)- مثل الحدود U_0 ، U_1 ، و U_2 على محور الفواصل مستعينا بالمنحنى (C_f) و المنصف الأول في الوثيقة المرفقة
(ب)- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

(ج)- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2} < U_n \leq 3$.

(د)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

(3)- نعرف على $\mathbb{R}$ المتتالية (V_n) بـ : $V_n = \frac{2}{2U_n - 3}$.

(أ)- بين ان (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{2}{3}$ ، ثم عين حدها الأول .

(ب)- عبر عن V_n بدلالة n ، ثم U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$



الجزء الأول: g دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$.

(1)- أدرس تغيرات الدالة g .

(2)- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) \geq 0$.

الجزء الثاني : f دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1)- (أ)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب)- بين من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$. (ج)- شكل جدول تغيرات الدالة f

(2)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانياً . - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي

معادلته : $y = x - 1$

(3)- بين أن النقطة $I(2,3)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f)

(4)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

(5)- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $0 < \alpha < 0.2$.

(6)- انشئ : (T) ، (Δ) و (Δ) .

انتهى الموضوع الأول

- يحتوي كيس على 4 كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و 4 كرات بيضاء مرقمة من 5 إلى 8 و كرتين سوداويتين تحملان الرقمين 9 و 10
- نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع ، أحسب احتمال الحوادث التالية :
 (1)- الحادثة A «الحصول على كرتان تحملان رقمين فرديين»
 (2)- الحادثة B «الحصول على كرتان من نفس اللون»
 (3)- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل إجابتك ؟
 (4)- الحادثة C «الحصول على كرتان من لونين مختلفين»
 (5)- الحادثة D «الحصول على كرتان من لونين مختلفين و تحملان رقمين فرديين»
 (6)- علما ان الكرتين من لونين مختلفين ، ما احتمال أن يحملان رقمين فرديين ؟

1. (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 وأساسها r .

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases} \text{ أ. عين } r \text{ و } u_0 \text{ علما أن:}$$

ب. اكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = e^{14-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النبيري

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. ماذا تستنتج ؟

ب. احسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم احسب الجداء $p_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

ج. احسب u_{2018} ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (1) $(z - \sqrt{2} + 7i\sqrt{2})(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4) = 0$

(1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) .

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ نعتبر النقط $A; B; C$ لواحقها على الترتيب

$$z_C = \sqrt{2} - 7\sqrt{2}i ; z_B = \sqrt{2} - i\sqrt{2} ; z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$$

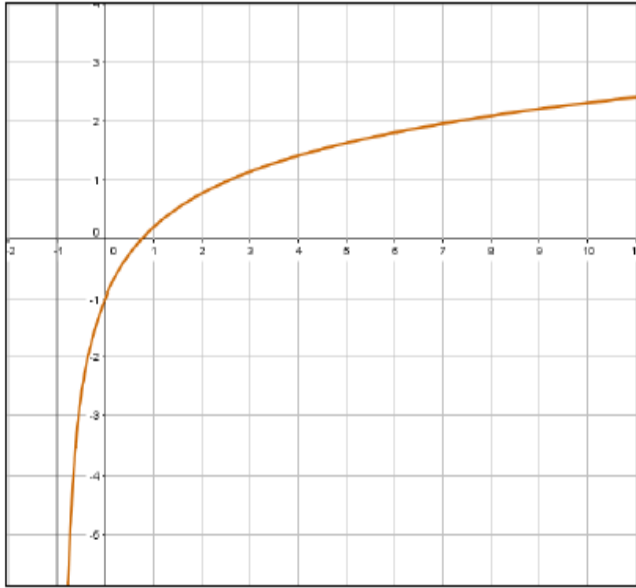
أ)- أكتب العدد المركب z_A على الشكل الاسي ، ثم استنتج الشكل الجبري للعدد المركب : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018} + \left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}$

(3)- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، ماذا نستنتج ؟

4- أوجد z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OADB$ مربع .

التمرين الرابع: ☺☺☺ ----- (04 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بـ : $g(x) = -\frac{1}{1+x} + \ln(1+x)$



و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الشكل المقابل)،

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيد α في

المجال $]0,7; 0,8[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ كما يلي

$$f(x) = 1 - x + x \ln(1+x)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسيا . أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،

(2) أتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

(3) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- أثبت أن $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ؛ استنتج حصر $f(\alpha)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ) .

(4) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة $1 + x \ln(1+x) - m = 0$.

بالتوفيق في شهادة بكالوريا 2018

الموضوع الأول

العلامة	عناصر الإجابة	رقم التمرين
(05 ن)	(1) - الشجرة	التمرين الأول 04 ن
(0.5 ن)		
(0.5 ن)		
(0.5 ن)		
(0.5 ن)	$P(T \cap A) = \frac{3}{4} \times \frac{9}{10} = \frac{27}{40} = 0.675$	
(01 ن)	$P(T \cap \bar{A}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{40} = 0.075$	
(0.5 ن)	$P(\bar{T} \cap A) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{40} = 0.05$	
	$P(A) = P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A) = \frac{27}{40} + \frac{2}{40} = \frac{29}{40} = 0.725$	
	$P_A(T) = \frac{P(T \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{27}{40}}{\frac{29}{40}} = \frac{27}{29} = 0.931$	
	$P(S) = P(\bar{T} \cap A) + P(T \cap \bar{A}) = \frac{2}{40} + \frac{3}{40} = \frac{5}{40} = 0.125$	
(0.25)	(1) - أ) $P(3) = 0$	التمرين الثاني
(0.75)	ب) $P(z) = (z - 3)(z^2 - 2z + 2)$	05 ن
(0.5 ن)	$P(z) = 0$ يكافئ : $z - 3 = 0$ أو $z^2 - 2z + 2 = 0$ ($\Delta = -4$)	
(0.75)	$S = \{3, 1 - i, 1 + i\}$	
(0.5 ن)	$ z_A - z_I = 1 + i - 3 = -2 + i = \sqrt{5}$	
	$ z_B - z_I = 1 - i - 3 = -2 - i = \sqrt{5}$	
	$ z_C - z_I = 2 - 2i - 3 = -1 - 2i = \sqrt{5}$	

(0.5ن) ومنه النقاط : A, B, C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها: $r = \sqrt{5}$ (0.75) $\frac{z_C - z_I}{z_A - z_I} = i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$ - (ب) (0.5ن) ومنه المثلث IAC قائم في I و متساوي الساقين $(i = e^{i\frac{\pi}{2}}, IC = IA, \overrightarrow{IC} \perp \overrightarrow{IA})$ (0.5ن) $z_A = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ - (ج) $L = \left(\frac{z_A}{\sqrt{2}} \right)^n = e^{i\frac{\pi n}{4}}$ ، L تخيليا صرفا يكافئ : $\frac{\pi n}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ ، ومنه : $n = 2 + 4k \quad (k \in \mathbb{Z})$		
(0.5ن) (1- أ) - تمثيل الحدود (0.5ن) (U_n) متناقصة على $\mathbb{R}$ ، و (U_n) متقاربة (0.5ن) (ج) - البرهان بالتراجع (0.5ن) (د) - من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1} - U_n = \frac{-(2U_n - 3)^2}{4U_n}$ (0.5ن) و منه (U_n) متناقصة على $\mathbb{R}$ (0.5ن) - بما أن (U_n) متناقصة على $\mathbb{R}$ ، وحدودة من الأسفل ب فهي متقاربة (0.5ن) (2- أ) - من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1} = \frac{4U_n}{6U_n - 9}$ (0.5ن) $V_{n+1} - V_n = \frac{4U_n}{6U_n - 9} - \frac{2}{2U_n - 3} = \frac{4U_n - 6}{6U_n - 9} = \frac{2(2U_n - 3)}{3(2U_n - 3)} = \frac{2}{3}$ (01ن) و منه (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{2}{3}$ و حدها الأول $V_0 = \frac{2}{3}$ (0.5ن) (ب) - من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_n = \frac{3n+6}{2n+2}$ ، $V_n = \frac{2}{3}n + \frac{2}{3}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n}{2n} = \frac{3}{2}$		التمرين الثالث 05 ن
(0.5ن) (1- الجزء الأول) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ (0.5ن) - قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x) = (x-2)e^{-x+2}$ (0.5ن) g متزايدة على المجال $[2, +\infty[$ ، g متناقصة على المجال $]-\infty, 2]$ (0.25ن) $g(2) = 0$ (قيمة حدية صغرى) و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) \geq 0$ الجزء الثاني : (0.5ن) (1- أ) - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (0.75ن) (ب) - f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ومنه : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ (0.5ن) جدول تغيرات الدالة f :		التمرين الرابع 06 ن

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(0.5ن)

2- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$ ، ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقلربا مائلا معادلته :

(0.5ن)

..... $y = x - 1$ بجوار $+\infty$

- من أجل كل x من $\square$: $f(x) - y = xe^{-x+2}$

(0.5ن)

- وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) : $(C_f) \cap (\Delta) = \{A(0, -1)\}$:

(0.75)

لما : $x \in]-\infty, 2[$ (C_f) تحت (Δ) ، لما : $x \in]2, +\infty[$ (C_f) فوق (Δ)

(0.25)

3- من أجل كل x من $\square$: $f''(x) = g'(x)$ ، $f''(x) = 0$ يكافئ : $x = 2$

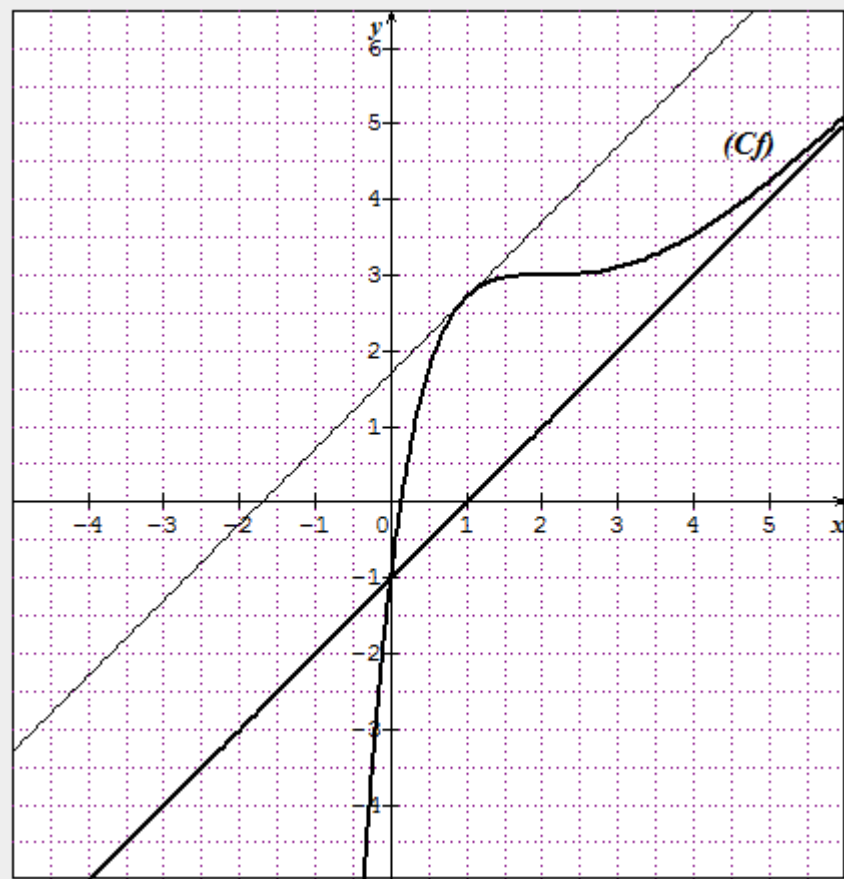
- f'' انعدمت عند $x = 2$ و غيرت إشارتها : و منه النقطة : I هي نقطة إنعطاف.....

(0.5ن)

4- $f'(x) = 1$ و منه : $x = 1$ ، $y = x + e - 1$: (T) :

5- مبرهنة القيم المتوسطة

6- إنشاء (C_f) :



الموضوع الثاني

(0.5ن)

1- $P(A) = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$:

التمرين

(ن0.5) (ن01) (ن0.5) (ن0.5) (ن0.5)	$P(B) = \frac{A_4^2 + A_4^2 + A_2^2}{90} = \frac{26}{90}$ $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B) , P(A \cap B) = \frac{A_2^2 + A_2^2}{90} = \frac{4}{90}$ $P(C) = 1 - P(B) = 1 - \frac{26}{90} = \frac{64}{90}$ $P(D) = P(C \cap A) = \frac{2(A_2^1 \times A_2^1 + A_2^1 \times A_1^1 + A_2^1 \times A_1^1)}{90} = \frac{16}{90}$ $P_C(A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{16/90}{64/90} = \frac{16}{64}$	ن الأول ن 04
(ن01) (ن0.5) (ن0.5) (0.25) (ن0.5) (ن0.5) (ن0.5) (ن0.5) (0.75)	(1-أ)- باستعمال المعادلة الأولى نتحصل على : $U_2 = 8$ (الوسط الحسابي) بتعويض U_2 بما تساويه في المعادلة الثانية نجد : $(8-r)^2 + 8^2 + (8+r)^2 = 210$ و منه : $U_0 = 14$ و $r = 3$ (مرفوضة) أو $r = -3$ (ب)- من أجل كل n من $\square$: $U_n = 14 - 3n$ - من أجل كل n من $\square$: $S'_n = \frac{(n+1)}{2}(14 + 14 - 3) = \frac{-3^2 + 25n + 28}{2}$ (2-أ)- من أجل كل n من $\square$: $V_{n+1} = e^{14-3n-3} = e^{-3}V_n$ و منه : م ه أساسها : $q = e^{-3}$ و حدها الأول : $V_0 = e^{14}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$ نستنتج أن المتتالية (V_n) متقاربة (ب)- من أجل كل n من $\square$: $S_n = \frac{e^{14}}{e^{-3} - 1}(e^{-3n-3} - 1)$ $P_n = e^{U_0} \times e^{U_1} \times \dots \times e^{U_n} = e^{U_0 + U_1 + \dots + U_n} = e^{S'_n}$ (ج)- $U_{2018} = 14 - 3(2018) = -6040$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = 0$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{e^{14}}{1 - e^{-3}}$	التمرير ن الثاني ن 05
(ن1.5) (ن0.5) (ن01) (ن01) (ن01)	(1-أ) يكافئ : $z - \sqrt{2} + 7i\sqrt{2} = 0$ أو $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$ ($\Delta = -8$) و منه : $S = \{\sqrt{2} - 7i\sqrt{2}, \sqrt{2} - i\sqrt{2}, \sqrt{2} + i\sqrt{2}\}$ (2-أ)- $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018} = e^{i\frac{2018\pi}{4}} = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018} + \left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018} = i - i = 0$ و منه : $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018} = e^{-i\frac{2018\pi}{4}} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$ (3-أ) $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = -3 \in \mathbb{R}$ و منه : النقاط A, B, C على استقامة واحدة (4-أ) لدينا $\frac{z_B}{z_A} = i$ ومنه المثلث : قائم في O ومتساوي الساقين . $OADB$ مربع معناه : $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BD}$ ، $z_A = z_D - z_B$ و منه : $z_D = 2\sqrt{2}$	التمرير ن الثالث ن 05
(ن0.5)	(1-أ)- جدول تغيرات الدالة g :	التمرير ن الرابع ن 06

- الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (03 نقاط)

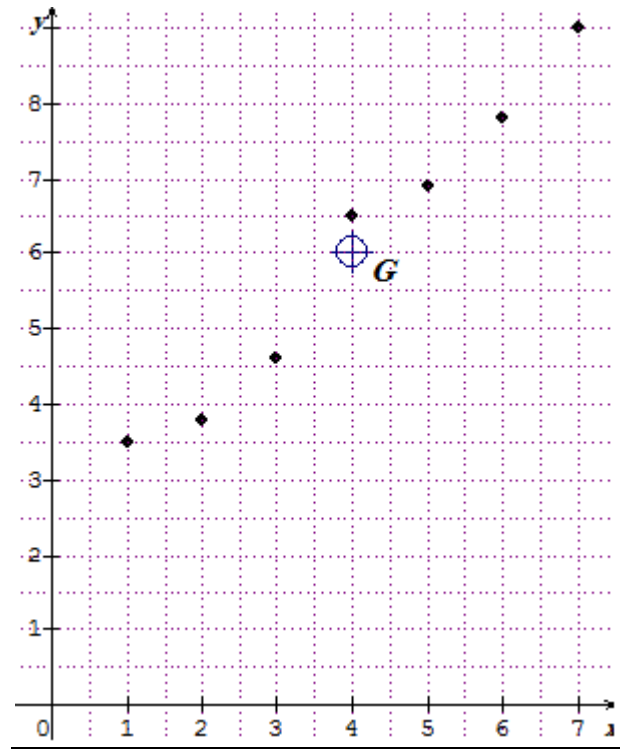
(01)..... $S = \{-7, 4\}$ ، $\Delta = 121$ - (1)

(01)..... $S = \{e^4, e^{-7}\}$: نضع : $t = \ln x$ ، و منه : $D =]0, +\infty[$ - (2)

(01)..... $S = \{10^4, 10^{-7}\}$: نضع : $t = \log x$ ، و منه : $D =]0, +\infty[$ - (3)

التمرين الثاني : (05 نقاط)

(01)..... $M_i(x_i, y_i)$: تمثيل سحابة النقط : - (1)



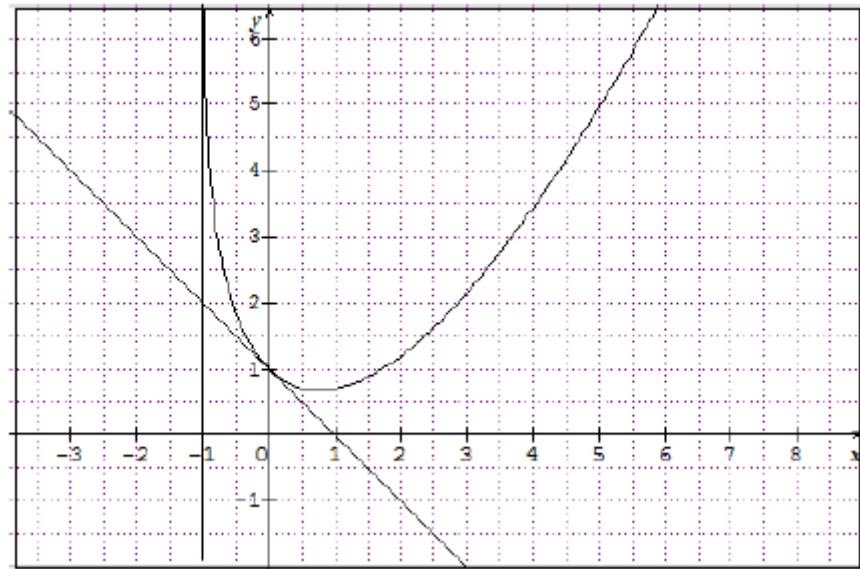
x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$\bar{x} = \frac{28}{7} = 4$ $\bar{y} = \frac{42.1}{7} = 6.014$
1	3.5	3.5	9	
2	3.8	7.6	4	
3	4.6	13.8	1	
4	6.5	26	0	
5	6.9	34.5	1	
6	7.8	46.8	4	
7	9	63	9	
28	42.1	195.2	28	المجموع :

(0.5)..... $G(4; 6.014)$ - (2)

- (3) $b = \bar{y} - a\bar{x} = 2.182$ ، $a = 0.958$ ، $V(x) = 4$ ، $\text{cov}(x, y) = 3.830$

(02)..... معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $y = 0.958x + 2.182$ -

(01)..... - (4) رتبة السنة 2010 هي : 11 و منه : $y = 12.72$



-(4

لدينا : $1 + x \ln(1+x) = m$ معناه $1 - x + x \ln(1+x) = -x + m$ أي $f(x) = -x + m$

- $m \in]-\infty, 1[$: المعادلة لا تقبل حلوًا .

$m = 1$: للمعادلة حلا وحيدا معدوما .

$m \in]1, +\infty[$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة