

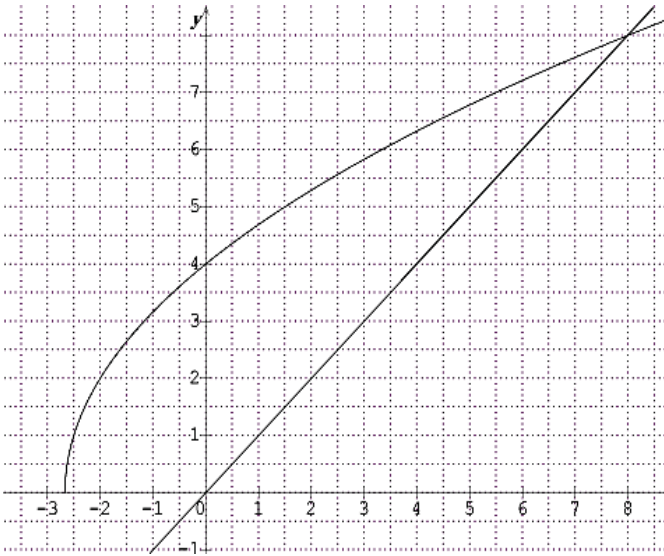


**التمرين الأول: (06,5 ن).**

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $u_0 = 0$ ، و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$ .

(1) الدالة المعرفة على المجال  $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right]$  كما يلي:  $h(x) = \sqrt{6x + 16}$  و  $(C)$  تمثيلها

البياني في المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس و  $(\Delta)$  المستقيم المعرف بالمعادلة  $y = x$  " الشكل المقابل "



أ/ أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على

حامل محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  ( دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب  $(u_n)$ .

(2) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$0 \leq u_n < 8$$

ب) حدد اتجاه تغير  $(u_n)$ .

ج) استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة، ثم احسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$ .

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < 8 - u_n \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  مرة أخرى

**التمرين الثاني: (06,5 ن).**

$(u_n)$  متتالية معرفة بحددها الأول  $u_1 = \frac{1}{a}$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{n+1}{an} u_n$

"  $a$  عدد حقيقي موجب أكبر من أو يساوي 2 "

(1) أ/ بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $u_n > 0$ .

ب/ بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم بـ:  $v_n = \frac{1}{an} u_n$ .

أ/ بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{a}$ ، يطلب تعيين حدها الأول بدلالة  $a$ .

ب/ أكتب كلا من  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $a$  و  $n$  ثم احسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

**3** أ/ أحسب بدلالة  $a$  و  $n$  المجموع:  $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$ .

ب/ عين قيمة  $a$  حتى تكون:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2016}$

### التمرين الثالث: (07 ن).

**1-** يحتوي صندوق  $U_1$  على 6 كرات سوداء تحمل الأرقام 1, 2, 2, 3, 3, 3 و 6 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 1, 2, 2, 2, 3، كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة.

ب/ أحسب الاحتمالات التالية:

(1) سحب كرتين من لونين مختلفين.

(2) سحب كرتين تحملان نفس الرقم.

(3) سحب كرتين تحملان الرقم 1 و بلونين مختلفين.

(4) سحب كرتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون.

### **2-** $n$ عدد طبيعي.

يحتوي الصندوق  $U_2$  على 5 كرات تحمل الأرقام  $n, n, n+1, n+1, n+1$  و 5 كرات أخرى تحمل الأرقام  $2n, 2n+1, 2n+2, 2n+2, 2n+2$  كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ/ حدد حسب قيم  $n$  احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديين.

ب/ نعتبر من أجل  $n = 1$ ، المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب الرقم الأكبر عند ظهور رقمين زوجيين في الكرتين المسحوبتين، الرقم الأصغر عند ظهور رقمين فرديين في الكرتين المسحوبتين، الرقم 1- عند ظهور رقم فردي و آخر زوجي في الكرتين المسحوبتين.  
- حدد قيم المتغير العشوائي  $X$ ، ثم أوجد قانون احتمالته.

**3-** نعتبر أن التجربتين وقعتا في وقت واحد " سحب كرتين في آن واحد من الصندوق  $U_2$  و كرتين

في آن واحد من الصندوق  $U_2$  "

أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة.

ب/ أحسب في حالة  $n$  زوجي، عدد حالات السحب الممكنة لظهور أرقام فردية في كل الكرات المسحوبة.

" بالتوفيق للجميع "