

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 ن)

يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل رقم a و 5 كرات تحمل الرقم $(a-1)$ ، $a \in \mathbb{R}$.
نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الصندوق .
(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

B : سحب كرتين بالظبط تحمل نفس العدد.

(2) ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بمجموع الاعداد المسجلة على الكرات المسحوبة لكل سحب.

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

ب- حدد قانون الاحتمال X .

ج- أحسب الأمل الرياضي بدلالة a و حدد a من أجل $E(x)=0$

التمرين الثاني: (4.5 ن)

(U_n) متتالية معرفة بـ: $U_0=0$ ، $U_1=1$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2}=5U_{n+1}-4U_n$.

1- احسب U_2 و U_3 .

2- أ) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن: $U_{n+1}=4U_n+1$

ب) تحقق أن: U_n عدد طبيعي ، ثم استنتج أن: U_n و U_{n+1} أوليان بينهما.

3- (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n=U_n+\frac{1}{3}$.

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب V_n ثم U_n بدلالة n .

4- أ) احسب $PGCD((4^6-1);(4^5-1))$.

ب) عين من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD((4^{n+1}-1);(4^n-1))$

5- أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=V_0+V_1+.....+V_{3n}$.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حيث العدد $9S_n+8n$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الثالث : (04.5 ن)

I. $P(Z)$ كثير حدود المتغير المركب Z حيث : $p(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$.

(1) عين العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل Z : $p(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

(2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$.

II. في المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط $A; B; C$ ذات اللواحق

$$Z_C = \overline{Z_B}, \quad Z_B = 3 + i\sqrt{3}, \quad Z_A = 6$$

أ) أكتب Z_A, Z_B, Z_C على الشكل الأسّي.

ب) أكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسّي ، استنتج طبيعة المثلث ABC .

III. ليكن (S) التشابه المباشر الذي مركزه C ونسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) أوجد الكّابة المركبة للتشابه المباشر (S) .

ب) بين أن النقط A', B, A على استقامية علما أن $A' = S(A)$.

التمرين الرابع : (07 ن)

I. g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln(x)$.

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0,52; 0,53[$ حلا وحيدا α .

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ب) تحقق أن : $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عين حصرا له .

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) + x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .

ج) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كّابة معادلة ديكارتية له .

(4) نقبل أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيها x_0, x_1 حيث :

$$2,11 < x_1 < 2,13 \quad \text{و} \quad 0,22 < x_0 < 0,23$$

أنشئ (T) ، (Δ) ، (C_f) .

(5) احسب مساحة الحيز A المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلتها $y = -x$ ، $x = 2$ ، $x = 1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 ن)

اختارت مجلة عشرة كتب مختلفة مثنى مثنى و مكونة من 4 كتب في الرواية ، 4 كتب في العلوم و كتابين في التاريخ .

و قررت اعداد لائحة تتضمن ترتيبا لعناوين ثلاث كتب من بين العشرة عن طريق القرعة لسحب ثلاث عناوين واحد تلو الآخر دون ارجاع .

(1) بين أن عدد اللوائح الممكنة هو 720.

(2) احسب احتمال الحادثتين

A : الحصول على لائحة يكون أولها عنوان كتاب التاريخ.

B : الحصول على لائحة تتضمن اي عنوان لكتب التاريخ.

(3) X المتغير العشوائي الذي يربط كل لائحة بعدد عناوين كتب التاريخ .

أ) حدد قيم المتغير العشوائي X .

ب) أعط قانون الاحتمال X ثم أحسب الأمل الرياضي $E(x)$.

التمرين الثاني: (04.5 ن)

(1) أ) n عدد طبيعي ، عين قيم n حيث : $2n+27 \equiv 0[n+1]$.

ب) عين الثنائيات الطبيعية $(a;b)$ التي تحقق $(b-a)(b+a)=24$.

(2) α و β عددان طبيعيان يكتبان في النظام ذو الأساس 5 كما يلي : $\alpha = \overline{10141}^5$ ، $\beta = \overline{3403}^5$

أ) اكتب α و β في النظام العشري .

ب) عين الثنائيات $(a;b)$ التي تحقق : $\begin{cases} a^2 - b^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$

(3) اوجد $PGCD(478;671)$ و $PGCD(1434;2013)$.

(4) حل في $\mathbb{Z}$ المعادلة $2013x - 1434y = 27$.

التمرين الثالث: (04.5 ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقاط A, B, C التي لواحقتها

على الترتيب : $Z_A = -i$ ، $Z_B = 2+3i$ ، $Z_C = -4+i$

(1) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$.

ب) عين طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) نعتبر التحويل النقطي (T) في المستوى الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات

$$Z' = iZ - 1 - i \text{ حيث: } Z' = iZ - 1 - i$$

أ) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

ب) ماهي صورة النقطة B بالتحويل T .

(3) لتكن D النقطة ذات اللاحقة $Z_D = -6 + 2i$.

أ) بين أن النقط A, B, C على استقامية.

ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويحول النقطة C الى النقطة D .

ج) عين العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B الى D .

التمرين الرابع: (07 ن)

I. لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$ و (C) تمثيلها البياني في

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ [وحدة 3cm].

1. احسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
2. احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f' .
3. بين ان المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,3 < \alpha < -1,2$.
4. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
5. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$ ، ثم أدرس الوضع النسبي بين (C) و (Δ) .
6. انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) .

II. نفرض المتتالية (U_n) المعرفة بـ $U_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1} = f(U_n)$

- 1 أ- مثل على محور الفواصل U_0, U_1, U_2 .
- ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (U_n) .
- 2 برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n $-1 < U_n < 0$.
- 3 بين أن (U_n) متتالية متناقصة و استنتج تقاربها.
- 4 برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n $0 < U_{n+1} + 1 < \frac{3}{4}(U_n + 1)$.
- 5 استنتج أن $0 < U_n + 1 < \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، ماهي نهاية (U_n) ؟