

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

الشعبة: ثلاثة تقني رياضي

السنة الدراسية : 2017 - 2018

ثانوية مفدي زكرياء - الأزهرية

فروض الفصل الثالث

المدة: 02 س

الفرض الأول في مادة: الرياضيات

**التمرين الأول: (6 نقاط)**

1/ حل في  $C$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية:  $(E) \dots z^2 - 4z + 7 = 0$  . (نرمز بـ  $z_1, z_2$  إلى حلي المعادلة  $(E)$ )

حيث  $(Im(z_1) > 0)$  .

2/ أ) أثبت أن:  $\left(\frac{z_1 - 1}{2}\right)^{2014} + \left(\frac{z_2 - 1}{2}\right)^{2014}$  حقيقي .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $\left(\frac{z_1 - 1}{2}\right)^n$  حقيقي .

3/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  ذات اللواحق  $z_A = 2 + i\sqrt{3}$

؛  $z_B = 2 - i\sqrt{3}$  ؛  $z_C = 5$  ؛  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  حيث  $z = 1 + 2e^{i\theta}$  مع  $\theta \in \mathbb{R}$  .

أ) تحقق أن:  $A$  و  $B$  تنتميان إلى  $(\Gamma)$  .

ب) عيّن طبيعة  $(\Gamma)$  و حدّد عناصرها المميّزة .

4/  $S$  التشابه المباشر الذي مركزه  $C$  ويحوّل  $A$  إلى  $B$  .

◁ عيّن الكتابة المركبة لـ  $S$  و حدّد عناصره المميّزة .

**التمرين الثاني: (5 نقاط)**

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n + 1} \end{cases}$$

1/ برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $u_n \geq 1$  .

2/ أدرس إتجاه تغيّر  $(u_n)$  ؛ ثم استنتج أنّها متقاربة .

3/  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$  .

أ) بين أنّ  $(v_n)$  متتالية هندسية يُطلَبُ تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أحسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ؛ ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  و عيّن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

4/ أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$  .

5/ أ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$  .

ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$  ؛ ثم عيّن نهاية  $(u_n)$  من جديد .

**التمرين الثالث: (9 نقاط)**

1)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$  .

1/ أدرس تغيّرات  $g$  و شكل جدول تغيّراتها .

2/ بَيِّنْ أَنَّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $1.31 < \alpha < 1.32$  .

3/ حدّد إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  .

II)  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$  ؛  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول  $2cm$ ) .

1/ أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ؛ ثم بَيِّنْ أَنَّ :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  وفسّر النتيجة بياياً .

ب) بَيِّنْ أَنَّ المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - e$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  ثم أدرس الوضعية التسيبية بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

2/ أ) بَيِّنْ أَنَّهُ من أجل كل عدد حقيقي من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ؛ ثم استنتج اتجاه تعبير  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

ب) بَيِّنْ أَنَّ :  $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$  ؛ ثم استنتج حصراً لـ  $f(\alpha)$  .

3/ انشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  في نفس المعلم .

4/ نعتبر الدلتين  $h$  و  $H$  المعرفتين على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $h(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$  ؛  $H(x) = \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$  .

أ) بَيِّنْ أَنَّ  $H$  دالة أصلية لـ  $h$  .

ب) استنتج دالة أصلية لـ  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  .