

المدة : ساعة

الفرض الأول للفصل الثالث في مادة الرياضيات

• التمرين الأول : (10 نقاط)

1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z) = z^3 - 2\sqrt{3}z^2 + 4z$

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(\bar{z}) = 0$

2. في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B حيث :

$$z_B = \sqrt{3} - i, \quad z_A = \sqrt{3} + i$$

1. اكتب العددين z_A ، z_B على الشكل الأسّي ، ثم أنشئ النقطتين A و B .

2. r دوران مركزه O ، و زاويته $\frac{\pi}{3}$

- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .

- اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A' .

3. h تحالفي مركزه O ، و نسبته $\frac{-3}{2}$

- اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحالفي h ، ثم أنشئ النقطة B' .

4. ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث $OA'B'$ ، و R نصف قطرها ، و z_ω لاحقة النقطة ω .

(أ) باستعمال الخاصة : $\overline{z\bar{z}} = |z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية : $z_\omega \overline{z_\omega} = R^2$

$$(z_\omega - 2i)(\overline{z_\omega} + 2i) = R^2, \quad \left(z_\omega + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_\omega} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right) = R^2$$

(ب) استنتج أن : $z_\omega - \overline{z_\omega} = 2i$ و $z_\omega + \overline{z_\omega} = \frac{-4\sqrt{3}}{3}$

(ج) استنتج z_ω لاحقة النقطة ω و قيمة R . ثم أنشئ الدائرة (C)

5. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي (M) تختلف عن A و B ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها العدد

$$\frac{z_A - z}{z_B - z} \text{ حقيقيا سالبا تماما .}$$