

ثانوية : طه حسين تندوف / المستوى: 02 رياضي / الفرض المحروس الثاني / المدة: 120 دقيقة / 17-18

**التمرين 01** لتكن النقطتين :  $B(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$  و  $C(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$  حيث المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع و الشكل 01 موضح أدناه.

- (1) اوجد الإحداثيات القطبية للنقاط  $A, B, C$  (2) استنتج القيس الرئيسي لكل من الزاويتين الموجهتين :  $(\vec{i}; \overline{OB})$  و  $(\vec{i}; \overline{OC})$   
 (2) بين أن المثلث  $OAB$  متساوي الساقين (3) اوجد إحداثي  $E$  منتصف  $[BA]$  (4) اوجد القيس الرئيسي للزاوية  $(\vec{i}; \overline{OE})$

(5) استنتج القيمة المضبوطة لكل من :  $\cos \frac{3\pi}{8}$  و  $\sin \frac{3\pi}{8}$

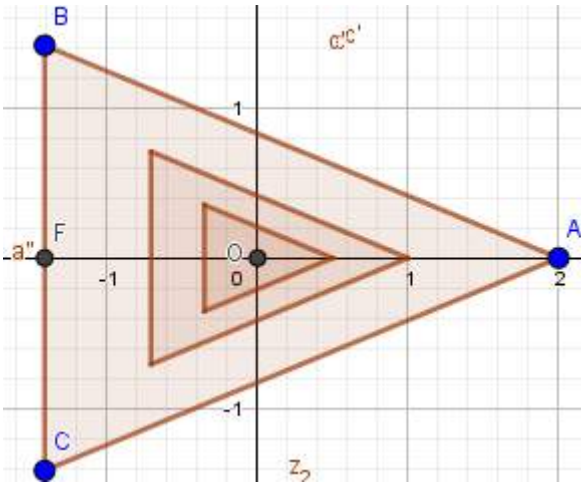
(6) ليكن  $H(O, k = \frac{1}{2})$  تحاكي وليكن  $A_1B_1C_1 = H(ABC)$  و  $A_2B_2C_2 = H(A_1B_1C_1)$  و  $A_3B_3C_3 = H(A_2B_2C_2)$

وهكذا إلى غاية  $A_nB_nC_n = H(A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1})$  أي قمنا بنفس العملية  $n$  مرة , نفرض أن مساحة  $S(ABC) = \alpha$

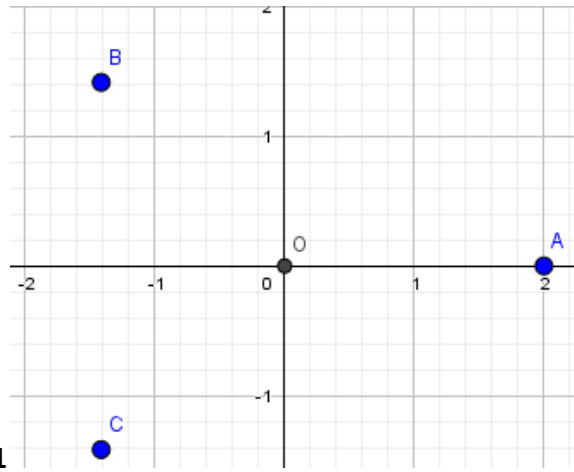
- نعرف المتتالية  $(U_n)_{n \geq 1}$  بحيث :  $S(ABC) = U_1 = \alpha$  و  $S(A_1B_1C_1) = U_2$  و ..... و  $S(A_nB_nC_n) = U_n$   
 -1) احسب كلا من  $U_2$  و  $U_3$  بدلالة  $\alpha$  , -2) بين أن  $(U_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها -3) اكتب  $U_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$

الشكل 02

(7) بسط المقدار  $\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}$



01



الشكل

**التمرين الثاني:**  $(U_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة ب:  $U_{n+1} = \alpha U_n + 1$  و  $U_0 = 6$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1

- (1)  $(W_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة ب:  $W_n = U_n + \frac{1}{\alpha - 1}$  , بين ان  $(W_n)_{n \geq 0}$  هندسية أساسها  $\alpha$  ثم اكتب  $W_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$ .  
 (2) استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ثم اوجد قيم  $\alpha$  بحيث تكون  $(U_n)_{n \geq 0}$  متقاربة .  
 (3) نضع  $\alpha = 2$  : اوجد بدلالة  $n$  كلا من :  $S_1 = W_0 + W_1 + \dots + W_n$  و  $S_2 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

**التمرين الثالث :** لتكن  $(U_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة ب  $U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n + 1}$  و  $U_0 = 3$

(1) إذا علمت انه لكل عدد طبيعي  $n$  أن :  $U_n > 2$  فبرهن أن  $(U_n)$  متناقصة

(2) لتكن المتتالية  $(V_n)$  المعرفة ب:  $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$  , اثبت أن  $(V_n)$  حسابية , اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  بدلالة  $n$

(3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  لما  $n \rightarrow +\infty$  هل  $(U_n)$  متقاربة ام متباعدة ؟ علل جوابك

(4) احسب بدلالة المجموع :  $S_1 = V_0 + \dots + V_n$  ثم بين أن :  $S_2 = V_0U_0 + V_1U_1 + \dots + V_nU_n = 2S_1 + (n+1)$