ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات - مستغانم — السنة الدراسية : 2018/2017

المستوى: 2 ع ت(2,1) — المـــدة: $\lim_{x \to 1} x$ ســـا

# الفرض الأول للفصل الثاني

## التمرين الأول:

**I.** ليكن $X$ المتغير العشوائي المحدد بالجدول التالي:

| $X$ | $-4$ | $-3$ | $1$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $0.25$ | $a$ | $b$ | $0.05$ | $0.25$ |

- جد $a$ و $b$ إذا علمت أن : $E(X)=0$

**II.** يحتوي كيس على خمس كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء و كرتين بيضاء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات .

2) أحسب احتمال الحصول على :

أ) $A$ "كرتين من نفس اللون " .

ب) $B$ "كرة خضراء في السحب الأول " .

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين بيضاء.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي $X$ و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ .

## التمرين الثاني:

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

**1.** أحسب النهايات للدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف $D_f$ ثم فسر النتائج هندسيا.

**2.** تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $f(x)=x-1+\dfrac{4}{x-1}$.

**3.** بين أن : $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

**4.** أثبت أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$ .

**5.** بين أن $f(2-x)+f(x)=0$، ماذا تستنتج؟

**6.** أنشئ $(D)$ و $(C_f)$ .

أستاذ المادة: فغلول

# تصحيح الفرض الأول للفصل الثاني

## التمرين الأول:

**I. إيجاد $a$ و $b$ :**

نعلم أن $\sum_{i=1}^{5} P_i = 1$ أي: $0.25+a+b+0.05+0.25=1$

و منه : $a+b=0.45 \ldots\ldots\ldots (1)$

وكذلك $E(X)=0$ أي:

$$(-4\times 0.25)+(-3\times a)+(b\times 1)+(3\times 0.05)+(4\times 0.25)=0$$

$$-3a+b=-0.15 \ldots\ldots\ldots (2)$$

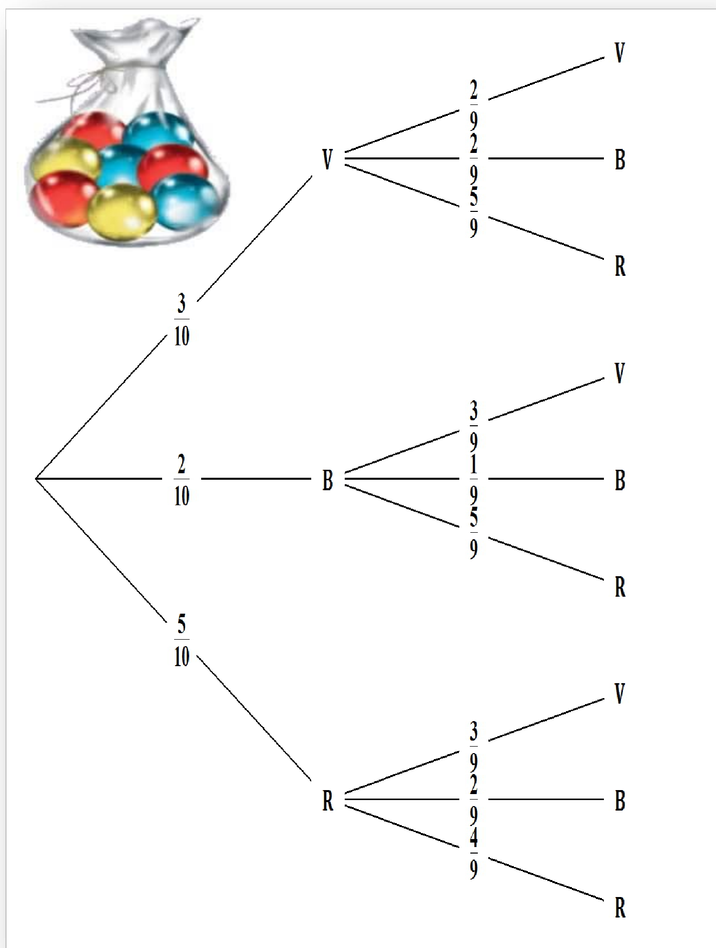
من $(1)$ و $(2)$ نجد: $a=0.15$ و $b=0.30$

**II.**

شجرة الاحتمالات: نرمز بـ:

$B$ للكرة البيضاء ، $V$ للكرة الخضراء ، $R$ للكرة الحمراء .

**1) شجرة الاحتمالات :**




**2) حساب احتمال:**

**أ) $A$ " كرتين من نفس اللون "**

الحدث $A$ هو : $VV$ أو $BB$ أو $RR$ :

$$P(A)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{28}{90}}$$

**ب) $B$ " كرة خضراء في السحب الأول "**

الحدث $B$ هو : $VV$ أو $VB$ أو $VR$ :

$$P(B)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}=\boxed{\frac{27}{90}}$$

**3) أ) تعيين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي $X$ و تعريف قانون احتماله .**

المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين بيضاء إذن ممكن أن نسحب كرتين أو كرة واحدة أو لا نسحب أي كرة بيضاء.

أ) القيم التي يأخذها $X$ هي : $0$،$1$،$2$

قانون احتمال $X$ لدينا:

$$P(X=0)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{56}{90}}$$

$$P(X=1)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{2}{9}=\boxed{\frac{32}{90}}$$

$$P(X=2)=\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}=\boxed{\frac{2}{90}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{56}{90}$ | $\frac{32}{90}$ | $\frac{2}{90}$ |

**ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي $\sigma(X)$**

$$E(X)=0\times\frac{56}{90}+1\times\frac{32}{90}+2\times\frac{2}{90}$$

$$E(X)=0.4$$

**الانحراف المعياري:**

أولا نحسب التباين $V(X)$:

$$V(X)=\sum_{i=1}^{3}\left(x_i-E(X)\right)^2 p_i$$

$$V(X)=(0-0.4)^2\frac{56}{90}+(1-0.4)^2\frac{32}{90}+(2-0.4)^2\frac{2}{90}$$

$$V(X)\simeq 0.284$$

إذن الانحراف المعياري هو :

$$\sigma(X)=\sqrt{V(x)}=\sqrt{0.284}=0.53$$

$$\sigma(X)\simeq 0.53$$

## التمرين الثاني:

مجموعة تعريف الدالة $f$: $D_f=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

**1. حساب النهايات:**

- نهايات الدالة $f$ عند $+\infty$ ، $-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$$

- نهايات الدالة $f$ عند 1 بقيم أكبر و أصغر منه:

$$\lim_{\substack{x\to1\\ >}} f(x)=\frac{4}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to1\\ <}} f(x)=\frac{4}{0^-}=-\infty$$

- التفسير الهندسي:

المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور التراتيب معادلته $x=1$.

**2. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq1$:**

$$f(x)=x-1+\frac{4}{x-1}$$

$$x-1+\frac{4}{x-1}=\frac{(x-1)(x-1)+4}{x-1}$$

$$=\frac{x^2-2x+1+4}{x-1}=\frac{x^2-2x+5}{x-1}=f(x)$$

**3. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq1$:**

$$f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

الدالة $f$ معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$ :

$$f'(x)=\frac{(2x-2)(x-1)-1\times(x^2-2x+5)}{(x-1)^2}$$

$$=\frac{2x^2-4x+2-x^2+2x-5}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

- استنتاج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم تشكيل جدول تغيراتها:

إشارة $f'(x)$ من نفس اشارة البسط $x^2-2x-3$

ثلاثي حدود من الدرجة الثانية مميزه $\Delta=16$ يقبل جذرين

$x'=3$ و $x''=-1$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | - | ‖ | - | 0 | + | |

الدالة $f$ متزايدة تماما على المجالين $]-\infty,-1]$ و $[3,+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجالين $]1,3]$ و $[-1,1[$.

- جدول التغيرات

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-4$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ | $+\infty$ |

**4. إثبات أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ثم دراسة وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$.**

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{x-1}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x-1}=0$$

ومنه المستقيم $(D)$ مقارب مائل لـ $(C_f)$.

- دراسة الوضعية النسبية لـ $(C_f)$ و $(D)$:

ندرس إشارة الفرق: $f(x)-(x-1)=\frac{4}{x-1}$

إشارة الفرق من إشارة $x-1$:

| $x$ | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | - | ‖ | + |
| | $(C_f)$ تحت $(D)$ | | $(C_f)$ فوق $(D)$ |

**5. تبيين أن $f(2-x)+f(x)=0$**

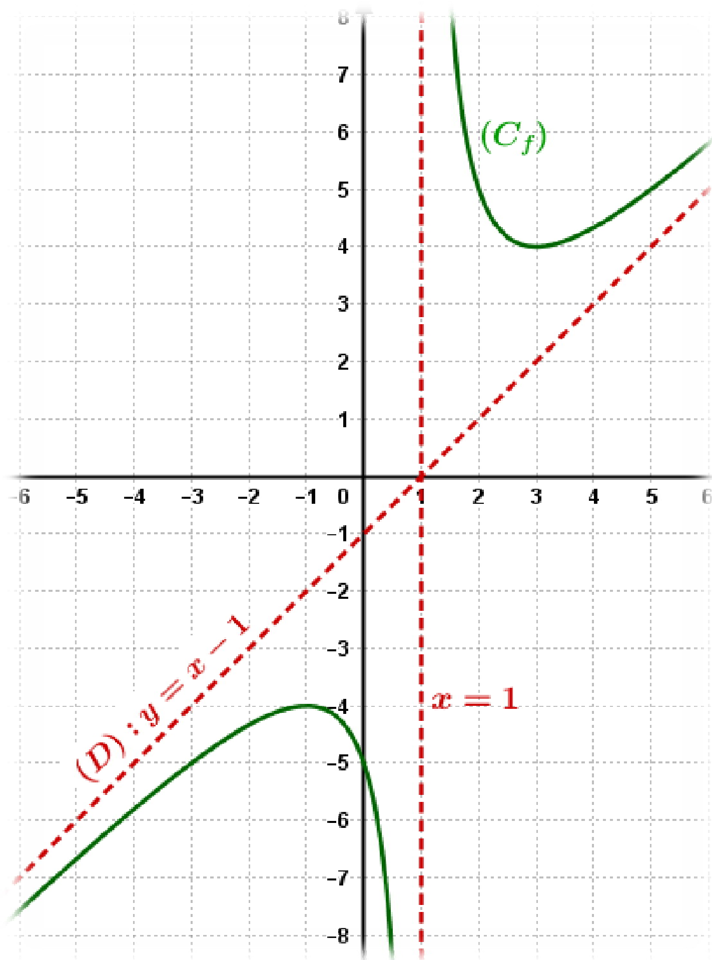
$$f(2-x)=2-x-1+\frac{4}{2-x-1}=-x+1+\frac{4}{-x+1}=-x+1-\frac{4}{x-1}$$

$$f(2-x)+f(x)=-x+1-\frac{4}{x-1}+x-1+\frac{4}{x-1}=0$$

نلاحظ أن :
$$f(2(a)-x)+f(x)=2\times b$$
$$f(2(1)-x)+f(x)=2\times 0$$

ومنه نستنتج أن النقطة $\Omega(1;0)$ مركز تناظر المنحنى $(C_f)$.

**6. إنشاء $(D)$ و $(C_f)$**




تم بحمد الله وفضله