مديرية التربية لولاية باتنة

السنة الدراسية: 2017/2016

ثانوية محمد العيد آل خليفة

المستوى: السنة الثانية علوم تجريبية

اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 نقاط)

أجب فقط على أحد الجزئين I) أو II) :

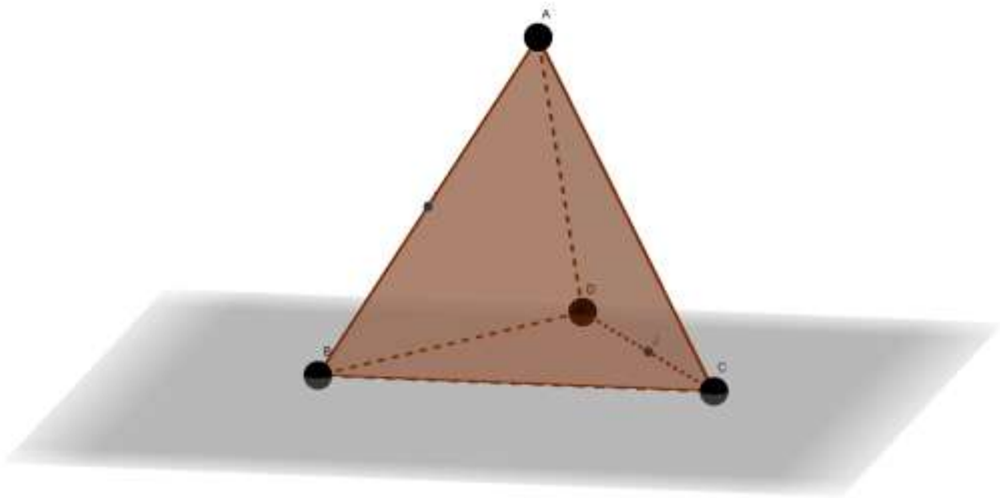
I) نعتبر، في الفضاء، رباعي الوجوه المنتظم $ABCD$ كما هو موضح في الشكل أسفله.

لتكن النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ و النقطة J منتصف القطعة $[CD]$. لتكن النقطتان E و F حيث يكون كلا من الرباعيين $IACE$ و $IBDF$ متوازي أضلاع.

1) باعتبار الفضاء مزودا بالمعلم $\left(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BA}\right)$ عين إحداثيات كلا من النقط I ، J ، E و F ثم تحقق أن النقطة J هي منتصف القطعة المستقيمة $[EF]$.

2) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{CE}$ من نفس المستوي.

3) تحقق من صحة النتائج السابقة دون توظيف المعلم السابق، أي بالاعتماد على قواعد الحساب الشعاعي في الفضاء.



II) لتكن النقط $A(7;7;3)$ ، $B(-5;-1;11)$ ، $C(1;-7;-5)$ ، $D\left(1;4;3-5\sqrt{3}\right)$ و $E(2;6;14)$ في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

1) أحسب إحداثيات كلا من الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$. هل الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\vec{w}(-6;-14;-8)$ من نفس المستوي ؟

2) تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى سطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(1;-1;3)$ و نصف قطرها R يطلب حسابه.

3) أستنتج معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

4) أكتب معادلات المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة E و $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ شعاع توجيه له، أو تمثيلا وسيطيا له.

التمرين الثاني: (09 نقاط)

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. تعطى الوحدة بالـ: cm و لدينا: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1$

لتكن $A(2;1)$ ، $B(5;-1)$ و $C(8;3)$ ثلاثة نقط من المستوي و لتكن النقطة H منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$.

1− علم النقط A ، B ، C و H ثم أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{v}(3;-2)$ شعاع ناظمي له.

2− لتكن (γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث: $x^2+y^2-10x+2y+13=0$

أ) أثبت أن (γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها r يطلب حسابه.

ب) أرسم المستقيم (Δ) و الدائرة (γ).

ت) تحقق حسابيا أن $A\in(\gamma)$ ثم حدد بدقة قيمة $d(B,(\Delta))$ المسافة بين النقطة B و المستقيم (Δ).

ث) استنتج الوضعية النسبية لكل من المستقيم (Δ) والدائرة (γ).

3− أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ بطريقتين و استنتج قيمة مقربة بالدرجات لقيس الزاوية $A\hat{B}C$.

4− أحسب الطول BH بطريقتين مختلفتين.

5− حدد طبيعة و عناصر مجموعة النقط N من المستوي و التي تحقق: $NA^2+NC^2=21$

6− حدد طبيعة و عناصر مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=0$ و أكتب معادلة ديكارتية لها.

7− ليكن h التحاكي الذي مركزه $O(0;0)$ و نسبته $-\frac{1}{2}$. نسمي (γ') و (Δ') صورتي (γ) و (Δ) على الترتيب بالتحاكي h .

أ) عين احداثيي كل نقطة من النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتحاكي h .

ب) استنتج معادلة ديكارتية لكل من الدائرة (γ') و المستقيم (Δ') .

ت) استنتج طول محيط و مساحة كل من الدائرة (γ') و المثلث $A'B'C'$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^2-3x+2=0$ ثم استنتج حلول المعادلة: $\cos(2\theta)-6\cos\theta+5=0$

علما أن: θ عدد حقيقي من المجال $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

2) إذا علمت أن: $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ أحسب : $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ بطريقتين.

عطلة سعيدة لأبنائنا الأعزاء، رمضان كريم و بالتوفيق للجميع.

الأستاذ: مراحي لزهر

الإجابة النموذجية لموضوع **اختبار الثلاثي الثالث** السنة الدراسية: **2017/2016**

مادة: **الرياضيات** الأستاذ: **مراحي لزهر** الشعبة: **الثانية علوم تجريبية** المدة: **(03) ثلاث ساعات**

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
التمرين الأول: (07 نقاط)		
(I		
1) تعيين إحداثيات كلا من النقط I ، J ، E و F في المعلم $\left(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA}\right)$......... $I(0;0;\frac{1}{2})$ ، $J(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0)$ ، $E(1;0;-\frac{1}{2})$ ، $F(0;1;\frac{1}{2})$	02	07
نتحقق بسهولة أن: $x_J=\frac{x_E+x_F}{2}$ ، $y_J=\frac{y_E+y_F}{2}$ و $z_J=\frac{z_E+z_F}{2}$ .... إذن النقطة J هي منتصف القطعة المستقيمة $[EF]$ 2) إثبات أن الأشعة $\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{CE}$ من نفس المستوي.	00.50	
يكفي إيجاد عددين حقيقيين α و β حيث يكون: $\overrightarrow{DA}=\alpha\overrightarrow{DB}+\beta\overrightarrow{CE}$	00.50	
لدينا: $\overrightarrow{DA}(0;-1;1)$ ، $\overrightarrow{DB}(0;-1;0)$ و $\overrightarrow{CE}\left(0;0;-\frac{1}{2}\right)$	01.50	
بحل الجملة: $\begin{cases}0\alpha+0\beta=0\\-1\alpha+0\beta=-1\\0\alpha-0.5\beta=1\end{cases}$ نجد: $(\alpha;\beta)=(1;-2)$ و منه: $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{CE}$	00.50	
3) التحقق أن من صحة النتائج بالحساب الشعاعي: $\overrightarrow{BI}=0\overrightarrow{BC}+0\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+0\overrightarrow{BA}$ .... $\overrightarrow{BE}=1\overrightarrow{BC}+0\overrightarrow{BD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BF}=0\overrightarrow{BC}+1\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$	01	
$\overrightarrow{JE}+\overrightarrow{JF}=\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}-2\overrightarrow{BJ}=\vec{0}$	00.50	
$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}$ و منه: $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{CE}$	00.50	
(II 1) حساب إحداثيات كلا من الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$ و التحقق فيما إذا كانت الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\vec{w}(-6;-14;-8)$ من نفس المستوي ؟		
$\overrightarrow{AB}(-12;-8;8)$ ، $\overrightarrow{AC}(-6;-14;-8)$ ، $\overrightarrow{BC}(6;-6;-16)$ ، $\vec{w}(-6;-14;-8)$...........	01	

لنبحث عن عددين حقيقيين α و β بحيث يكون: $\vec{w}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ أي:

01 $\begin{cases}-12\alpha-6\beta=-6\\-8\alpha-14\beta=-14\\8\alpha-8\beta=-8\end{cases}$ و منه: $\begin{cases}2\alpha+\beta=1\\4\alpha+7\beta=7\\\alpha-\beta=-1\end{cases}$ و منه: $(\alpha;\beta)=(0;1)$ ....

و منه الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$ من نفس المستوي.

2) التحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى سطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(1;-1;3)$ و نصف قطرها R يطلب حسابه:

02.00 $\Omega A=\Omega B=\Omega C=\Omega D=10$ و منه: $R=10$ ....

3) استنتج معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) :

00.50 $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=10^2$ ....

01.00 $x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z-89=0$ ....

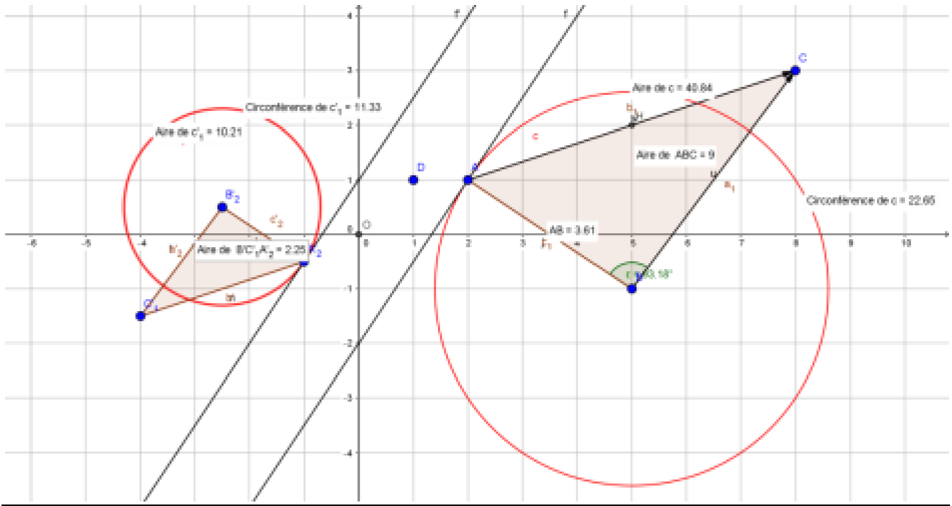
4) كتابة معادلات المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة E و $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ شعاع توجيه له، أو تمثيلا وسيطيا له:

01.50 $E(2;6;14)$ و $\vec{u}(-18;-22;0)$ إذن: $(\Delta):\begin{cases}x=2-18t\\y=6-22t\\z=14+0t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$ ....

التمرين الثاني: (09 نقاط)

1 – تعليم النقط A ، B ، C و H ثم كتابة معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{v}(3;-2)$ شعاع ناظمي له.

00.50 ....



	00.50	$(\Delta):3x_A-2y_A+c=0$ و منه: $c=-4$ إذن: $(\Delta):3x-2y-4=0$ ....
		2 - لتكن (γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث: $x^2+y^2-10x+2y+13=0$
		أ) اثبات أن (γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها r يطلب حسابه:
		لدينا: $L=\frac{(-10)^2+(2)^2-4(13)}{4}=13$ و منه (γ) دائرة مركزها: $\omega\left(-\frac{(-10)}{2};-\frac{2}{2}\right)$ أي: $\omega(5;-1)$
	00.50	و منه: $\omega=B$ و نصف قطرها: $r=\sqrt{L}=\sqrt{13}$ ....
	00.25	ب) رسم المستقيم (Δ) و الدائرة (γ): ....
		ت) التحقق حسابيا أن $A\in(\gamma)$ ثم تحديد بدقة قيمة $d(B,(\Delta))$ المسافة بين النقطة B و والمستقيم (Δ)
	00.25	لدينا: $x_A{}^2+y_A{}^2-10x_A+2y_A+13=4+1-20+2+13=0$ ....
	00.50	$d(B;(\Delta))=\frac{\lvert 3x_B-2y_B-4\rvert}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}=r$ ....
		ث) استنتاج الوضعية النسبية لكل من (Δ) و (γ) :
	00.50	بما أن $d(B;(\Delta))=\sqrt{13}=r$ و $A\in(\Delta)\cap(\gamma)$ فان: (Δ) مماس للدائرة (γ) في النقطة A ....
		3 حساب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ بطريقتين و استنتج قيمة مقربة بالدرجات لقيس الزاوية $A\hat{B}C$
09	00.50	لدينا: $\overrightarrow{BA}(-3;2)$ و $\overrightarrow{BC}(3;4)$ فان: $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=(-3)(3)+(2)(4)=-1$ ....
	00.25	من جهة أخرى: $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=BA\times BC\times\cos A\hat{B}C=\sqrt{13}\times5\times\cos A\hat{B}C$ ....
	00.25	و منه: $\cos A\hat{B}C=\frac{-1}{5\sqrt{13}}$ و منه: $A\hat{B}C\approx93.18$ ....
		4 - حساب الطول BH بطريقتين:
	00.25	لدينا: $H\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ و منه: $H(5;2)$. و لدينا: $B(5;-1)$ إذن: $BH=3$ ....
	00.25	من جهة أخرى: حسب مبرهنة المتوسط لدينا: $BA^2+BC^2=2BH^2+\frac{1}{2}AC^2$ ....
	00.50	و منه: $\sqrt{13}^2+5^2=2BH^2+\frac{1}{2}\left(2\sqrt{10}\right)^2$ و منه $BH^2=9$ و بالتالي: $BH=3$ ....
		5 تحديد طبيعة و عناصر مجموعة النقط N من المستوي علما ان: $NA^2+NC^2=21$
		حسب مبرهنة المتوسط لدينا: $2NH^2+\frac{1}{2}AC^2=21$ و منه: $2NH^2+\frac{1}{2}\left(2\sqrt{10}\right)^2=21$
	00.25	و هكذا: $NH^2=\frac{21}{2}-10=\frac{1}{2}$ و منه: $NH=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ....

مجموعة النقط N في هذه الحالة هي دائرة مركزها H و نصف قطرها $\frac{\sqrt{2}}{2}$	00.25	
6 مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM}=0$ هي الدائرة التي قطرها $[AC]$	00.25	
بتطبيق العبارة التحليلية للجداء السلمي للشعاعين $\overrightarrow{AM}(x-2;y-1)$ و $\overrightarrow{CM}(x-8;y-3)$ نجد: $(x-2)(x-8)+(y-1)(y-3)=0$ أي أن: $x^2+y^2-10x-4y+19=0$	00.25	
7 ليكن h التحاكي الذي مركزه $O(0;0)$ و نسبته $-\frac{1}{2}$. نسمي (γ') و (Δ') صورتي (γ) و (Δ) على الترتيب بالتحاكي h .		
أ) تعيين احداثيي كل نقطة من النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتحاكي h .		
$A'=h(A)$ معناه: $\overrightarrow{OA'}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ و بالتالي: $A'\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$	00.25	
$B'=h(B)$ معناه: $\overrightarrow{OB'}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ و بالتالي: $B'\left(-\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$	00.25	
$C'=h(C)$ معناه: $\overrightarrow{OC'}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ و بالتالي: $C'\left(-4;-\frac{3}{2}\right)$	00.25	
ب) استنتاج معادلة ديكارتية لكل من الدائرة (γ') و المستقيم (Δ') :		
$(\gamma'):(x-x_{B'})^2+(y-y_{B'})^2=[\lvert k\rvert\times r]^2$ أي: $(\gamma'):\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\left[\left\lvert-\frac{1}{2}\right\rvert\times\sqrt{13}\right]^2$		
$(\gamma'):x^2+y^2+5x-y+\frac{13}{4}=0$	00.50	
(Δ') يشمل A' و يوازي (Δ) أي $\vec{v}(3;-2)$ هو أيضا ناظمي لـ: (Δ')	00.25	
$(\Delta'):3x_{A'}-2y_{A'}+c'=0$ ومنه: $c'=2$ أي أن: $(\Delta'):3x-2y+2=0$	00.50	
ت) محيط (γ') هو: $2\pi\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)=\pi\sqrt{13}(u;l)$ و مساحتها: $\pi\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2=\frac{13\pi}{4}(u;a)$	00.50	

	00.25	محيط المثلث $A'B'C'$ هو: $\left\lvert -\frac{1}{2}\right\rvert \times\left(5+\sqrt{13}+2\sqrt{10}\right)=\frac{5+2\sqrt{10}+\sqrt{13}}{2}(u;l)$ ....
	00.25	و مساحته هي: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}BA\times BC\times\sin B\approx\frac{5\sqrt{13}}{8}\times\sin\left(93.18^\circ\right)\approx 2.25(u;a)$ ....
		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	00.25	1) المعادلة: $x^2-3x+2=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين هما $x=1$ أو $x=2$ ....
		$\theta\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ إذن: $0<\cos\theta\le 1$
	00.25	حسب نتائج دساتير الجمع لدينا: $\cos(2\theta)=2\cos^2\theta-1$ ....
		إذن: المعادلة: $\cos(2\theta)-6\cos\theta+5=0$ تكافئ المعادلة: $\left(2\cos^2\theta-1\right)-6\cos\theta+5=0$
		إذن: $2\cos^2\theta-6\cos\theta+4=0$
	00.50	و منه: $\cos^2\theta-3\cos\theta+2=0$ ....
		بوضع: $x=\cos\theta$ نجد: $x^2-3x+2=0$
	00.25	إذن: $x=1$ أو $x=2$ أي: $\cos\theta=1$ أو $\cos\theta=2$ ....
04	00.25	المعادلة: $\cos\theta=2$ لا تقبل حلول لأنه من أجل كل θ من $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$: $0<\cos\theta\le 1$ ....
	00.25	المعادلة: $\cos\theta=1$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ و هو $\theta=0$ ....
	00.25	إذن المعادلة: $\cos(2\theta)-6\cos\theta+5=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ هو الصفر.....
		2) حساب $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ بطريقتين:
	00.50	الطريقة الأولى: لدينا: $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$ ....
		الطريقة الثانية: نعلم أن: $\sin(2x)=2\sin x\cos x$ ، و بالتالي فان:
	00.50	$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\sin\left[2\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right]=2\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\times\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ ....(⊗)............
	00.50	و لكن: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{4\pi}{12}+\frac{3\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$ ....
		و منه: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
	00.25	و منه: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ....
	00.25	بالتعويض في العلاقة: (⊗) نجد: $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=2\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)\times\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)=2\left(\frac{2-6}{16}\right)=-\frac{4}{8}=-\frac{1}{2}$ ....
		من إعداد الأستاذ: مراحي لزهر