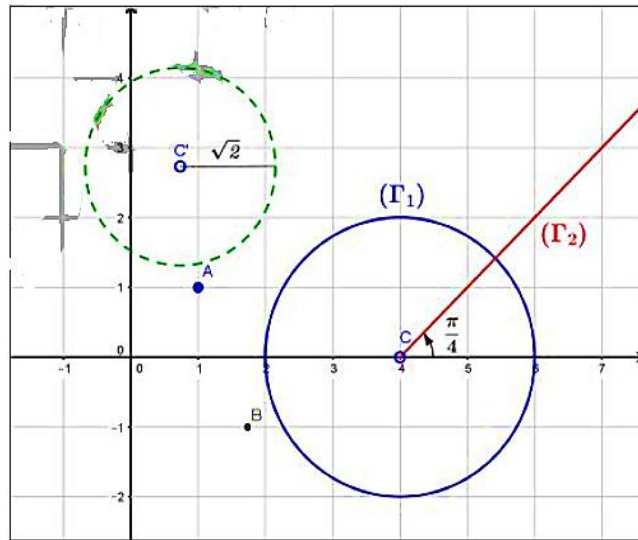


السؤال	الجواب	التعليل	التنقيط
(1)		الجملة $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 2k \\ z = 1 \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (BC) لان احداثيات B تحقق الجملة اي $k = 0$ واحداثيات C تحقق ايضا الجملة اي $k = 1$	0.75
(2)		المستقيمان و متقاطعان لان شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3 + t = 1 + 2k \\ -4 - t = 2k \\ 1 = 1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} t = 0 \\ k = -2 \end{cases}$ و $M(-3; -4; 1) \in (\Delta) \cap (BC)$	01
(3)		المستقيم BC محتوي في $(\quad)$ لان $B \in (P)$ ، $1 = 1$ و $C \in (P)$ ، $1 = 1$	0.75
(4)		احداثيات النقطة D هي $(1; 2; 1)$ لانها تحقق معادلة (P) اي $1 = 1$	0.75
(5)		(P) يقطع سطح الكرة $(\quad)$ لان $(1; 2; 2) \in \omega$ هي مركز (S) ونصف قطرها $R = 3$ و $d < R$ ، $d(\omega; (P)) = 1$	0.75

التنقيط	التصحيح المفصل	التنقيط	التصحيح المفصل												
0.5	من اجل كل عدد طبيعي ، $(e-1)e^{-n} = (e-1)e^{-n} - (e-1)e^{-n-1}$ $(e-1)e^{-n}(1-e) = -(e-1)e^{-n-1}$ نلاحظ : $u_{n+1} - u_n < 0$ وعليه المتتالية (u_n) متناقصة تماما (ب) استنتاج ان (u_n) متقاربة :	0.25	التمرين 02 : (1) حساب u_0 ثم البرهان بالتراجع ان : حساب : $\int_0^1 e^{2-x} dx = -[e^{2-x}]_0^1 = -e + e^2$ نضع : (n) المرحلة 01 : من اجل $n = 0$ نجد $u_0 = e^2 - e$ ومنه وعليه $P(0)$ محققة												
0.25	بما ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة	0.75	المرحلة 02 : من اجل عدد طبيعي n ، نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ لدينا : $u_{n+1} = \int_{n+1}^{n+2} e^{2-x} dx$ وبوضع $x = t + 1$ نجد ومنه نجد $\int_{n+1}^{n+2} e^{2-x} dx = \int_n^{n+1} e^{2-t} \times e^{-1} dt$ ومنه ومنه $u_{n+1} = e^{-1} \int_n^{n+1} e^{2-t} dt$ ومنه نجد : $u_{n+1} > 0$ وعليه $P(n+1)$ محققة . من اجل كل عدد طبيعي n ،												
0.5	(5) حساب S_n : $S_n = \sum_{k=0}^n (e-1)e^{-k} = (e-1) \sum_{k=0}^n e^{-k}$	0.25	(2) حساب u_n بدلالة n : $\int_0^n e^{2-x} dx = -[e^{2-x}]_0^n = -e^{2-n} + e^2$												
0.25	(3) التمرين 03 : 1. (ا) كتابة z_A, z_B, z_C على الشكل المثلثي واستنتاج الشكل الاسي لدينا $arg(z_B) = -\frac{\pi}{6}, z_A = \sqrt{2}, arg(z_A) = \frac{\pi}{4}$ $z_B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $g(-) = arg(z_A) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4}$ $g(z_B) = -\frac{\pi}{4}$	0.5	(3) اثبات ان (u_n) متتالية هندسية : من اجل كل عدد طبيعي : $(e-1)e^{1-(n+1)} = -$ اذن (u_n) متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{e}$ وحدها الاول												
0.75	<table> <tr> <th>الشكل الاسي</th><th>الشكل المثلثي</th><th>العدد المركب</th></tr> <tr> <td>$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$</td><td>$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$</td><td>$z_A$</td></tr> <tr> <td>$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$</td><td>$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$</td><td>$z_B$</td></tr> <tr> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$</td><td>$\frac{z_A}{z_B}$</td></tr> </table>	الشكل الاسي	الشكل المثلثي	العدد المركب	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	z_A	$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	z_B	$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{z_A}{z_B}$	0.25	(4) (ا) تعيين اتجاه تغير المتتالية (u_n) :
الشكل الاسي	الشكل المثلثي	العدد المركب													
$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	z_A													
$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	z_B													
$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{z_A}{z_B}$													

0.25



القطر r' حيث:

$$\left\{ \begin{array}{l} S(C) \\ \sqrt{2} \end{array} \right. \text{ وبعد الحساب نجد: } C' = \frac{2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}}{\sqrt{2}}$$

0.25

$$(x) = 2 - x^2 e^{1-x} \quad (5)$$

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x^2 e^{1-x}) \quad (ا)$$

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x^2 e^{1-x}) \quad (ب)$$

$$\left(2 - \frac{1}{x} e\right)$$

فان المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب لـ (C_f) عند

(6) f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا

$$(x) = e^{1-x}(-2x + x^2)$$

(ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-2x + x^2)$ وبالتالي جدول تغيرات

الدالة f كالتالي:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	$2-4e^{-1}$	2	$+\infty$

0.5

0.5

(ج) معادلة المماس عند $x_0 = 1$ هي:

$$(7) \quad (ا) \text{ الاشتقاق: } (x) = (x-1)e^{1-x}$$

(ب) إشارة $h(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+

اتجاه التغير: الدالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1]$ ومتزايدة تماما

على المجال $[1; +\infty[$

إشارة $h(x)$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$h(x)$	+	0	+

0.5

(ب) كتابة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري:

$$= \frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{\sqrt{3}-i} \cdot \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i} = \frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)}$$

استنتاج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$

لدينا مما سبق:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \end{array} \right. \text{ نجد: } \frac{z_A}{z_B}$$

0.25

0.5

1. إيجاد قيمة العدد الطبيعي n :

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}\right)^n = \frac{1}{4} e^{i\frac{5\pi}{12}} \quad \text{تكافئ} \quad \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = (1 - \sqrt{3}i)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{5n\pi}{12}} = \frac{1}{4} e^{i\frac{5\pi}{12}} \quad \text{ومنه:}$$

$$\left(\frac{A}{B}\right) = \left(\left(\frac{A}{B}\right)\right) = -(1 - \sqrt{3}i)$$

$$-(-2 - 2\sqrt{3}i) = -(1 + \sqrt{3}i)$$

0.25

0.5

2. طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة:

التحويل النقطي S معادلته من الشكل

$$\text{حيث } a = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

بما ان S وفان S عبارة عن تشابه مباشر

$$\text{نسبته: } k = |a| = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{وزاويته: } \theta = \arg(a) = \frac{5\pi}{12} \quad \text{مركزه}$$

النقطة O لان

3. (ا) تعيين المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوى والتي

$$\text{تحقق: } z = z_C + 2e^{i\theta} \quad \text{لما } \theta \text{ تسبح: } \mathbb{R}$$

تكافئ

$$|z - z_C| \quad \text{تكافئ}$$

تكافئ $CM = 2$ ومنه (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف

القطر

تعيين المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوى والتي تحقق

$$\arg(z - z_C) = -\frac{\pi}{4}$$

$$\arg(z - z_C) = -\frac{\pi}{4} \quad \text{يكافئ}$$

$$(\vec{u}; \vec{CM}) = -\frac{\pi}{4}$$

0.5

يكافئ M تنتمي الى نصف المستقيم الذي مبدؤه C والموجه بالشعاع

$$(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4} \quad \text{حيث:}$$

4. إيجاد صورة المجموعة (Γ_1) بالتحويل S :

لدينا (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف القطر 2، بما ان

التحويل S تشابه مباشر فانه يحافظ على طبيعة الاشكال وعليه

صورة (Γ_1) بالتحويل S هي الدائرة ذات المركز C' ونصف $\sqrt{2}$

(ج) الوضعية:

$$f(x) - (-x + 2) = xh(x)$$

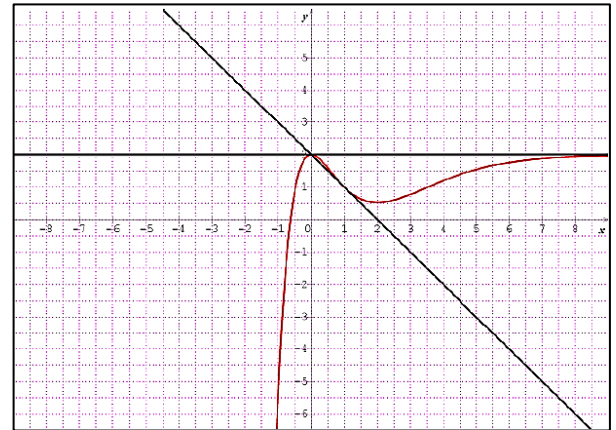
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	$+$
$h(x)$	$+$	$+$	0	$+$
إشارة الفرق	$-$	0	$+$	$+$

0.5

الوضع النسبي: (C_f) يقع تحت (T) على المجال $]-\infty; 0[$
 (C_f) يقع فوق (T) على المجالين $]0; 1[$ و $]1; +\infty[$
 (T) و (C_f) يتقاطعان عند النقطتين ذات الفاصلتين
و

(1) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]-\infty; 0[$
(2) الإنشاء:

0.5



0.75

(3) المناقشة:

لدينا : $x^2 e^{1-x} = -m$ ومنه :

$f(x)$ ومنه 2 (مناقشة افقية)

إذا كان :

• $M < 2 - 4e^{-1}$ أي $m < -4e^{-1}$ فالمعادلة تقبل حلا

وحيدا

• $M = 2 - 4e^{-1}$ أي $m = -4e^{-1}$. فالمعادلة تقبل حلين

احدهما مضاعف

• أي . فالمعادلة

تقبل ثلاث حلول

• $M = 2$ أي $m = 0$ فالمعادلة تقبل حلا وحيدا مضاعفا

• $M > 2$ أي $m > 0$ فالمعادلة لا تقبل حلول

(4) انتحقق ان : $(x) = f(x)$

ب) $\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1)$

ومنه $\int_1^2 f(x) dx$

0.5

0.5

التنقيط	التصحيح المفصل	التنقيط	التصحيح المفصل	التنقيط				
01	أي $\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 - z_0^2 \\ z = 0 \end{cases}$ ومع المستوي الذي معادلته $y = 0$ ينتج أي $\begin{cases} (x-x_0)^2 + y_0^2 + (z-z_0) \\ (x-x_0)^2 + (z-z_0) \end{cases}$ وعليه نجد معادلة لـ (S) هي: $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)$ $(z+1)$ مركز (S) هو $\Omega(2; -2; -1)$ ولدنا المسافة بين Ω و (P) هي $d(\Omega, P) = \frac{16}{23} < \sqrt{14}$ وعليه (S) و (P) متقاطعان وتقاطعهما دائرة	0.5	التمرين 01: (1) اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من (D_1) و (D_2): — (D_1) معناه $\begin{cases} y \\ \begin{cases} \frac{3}{-y-1} = t \\ t \in \mathbb{R} \end{cases} \end{cases}$ أي وهو تمثيل وسيطي لـ (D_1) — (D_2) معناه: $\begin{cases} y \\ - \end{cases}$ أي وهو تمثيل وسيطي لـ (D_2)	0.5	(2) بين ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان في نقطة A يطلب تعيين احداثياتها إذا كانت $M(x; y; z)$ نقطة من الفضاء فان $(D_1) \cap (D_2)$ معناه بحل هذه الجملة نجد ان: $t = 0, t' = 0$ وعليه بالتعويض في احدى العبارتين نجد ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان في النقطة $A(-1; 0; 2)$	01	(3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي المستقيمين (D_1) و (D_2) لدينا: $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ شعاعا توجيه لـ (D_1) و (D_2) على الترتيب، ليكن $\vec{n} \begin{pmatrix} b \end{pmatrix}$ شعاعا ناظميا للمستوي (P) عندئذ $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 3a - b + c = 0 \\ a + 2b - c = 0 \end{cases}$ باخذنا $a = 1$ نجد بحل الجملة ان $\vec{n} \begin{pmatrix} -4 \end{pmatrix}$ وعليه معادلة المستوي (P) من الشكل $x - 4y - 7z + d = 0$ ولكون $A \in (P)$ وبتعويض احداثياتها في المعادلة نجد ان $d = 15$ اي معادلة لـ (P) هي: معادلة ديكارتية لسطح الكرة هي تقاطع (S) مع المستوي الذي معادلته $z = 0$ ينتج: $\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0) \end{cases}$	01
0.25	التمرين 02: (1) لنفرض ان $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا هو حيث وبالتالي نجد: يكافئ: $\begin{cases} 4a^2 - 4 = 0 \\ -a^3 - 6a = 0 \end{cases}$ وهذا مستحيل اذن $P(z) = 0$ لا تقبل حلا تخيليا صرفا ب) ان $P(z) = (z-2)(z-1)$ بالنشر والمطابقة ج) $P(z) = 0$ يكافئ $z = 0$ او (I)	0.5	لنحل: (I) $\Delta = (2i)^2$ وبالتالي المعادلة (I) تقبل حلين مركبين مترافقين هما: $1-i$ و $1+i$ المعادلة $P(z) = 0$ حلولها هي: $\{2; 1-i; 1+i\}$ (2) $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = -i$ ومنه $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = -i$ ($\overline{AB}; \overline{AC}$) والمثلث ABC قائم في ب) $z_B = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) + \sqrt{2}\left(\frac{c}{\sqrt{2}}\right)$	0.5	(3) ا) تعيين θ زاوية الدوران لدينا: $z_C - z_A = a(z_B - z_A)$ ومنه: $a = -1$ اذن $\theta = \arg(a)$ ب) العبارة المركبة للدوران R هي:	0.5	(4) الدائرة (ϕ) مركزها $I(1; 0)$ ونصف قطرها 1 والدائرة (ϕ) مركزها $I'(2; 1)$ صورة I بالدوران R ونصف قطرها 1 لان الدوران تقايس	0.25

0.5

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما
وبما انها محدودة من الاسفل فهي متقاربة نحو عدد حقيقي l من
المجال $[e; +\infty[$

0.5

(ت) نهاية متتالية (u_n) :

المتتالية متقاربة نحو l معناه :

$$f(u_n)$$

$$f(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n) = f(l) = l$$

مستمرة على المجال $[1; +\infty[$

0.5

ايجاد : $(l)l = e$

التمرين 04 :

1) دراسة تغيرات الدالة :

0.25

■ النهايات : $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ و

$$g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) =$$

■ الاشتقاق : $x(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

■ اشارة $g(x)$:

0.25

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

■ اتجاه التغير : الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0; 1]$

ومتزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$

■ جدول تغيرات الدالة :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

0.5

■ اشارة $g(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

0.25

■ اذا كان : $X \in]0; +\infty[$ فان :

بوضع : $X = \frac{x}{2}$ يكون :

0.25

1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ (ا) فستنتج ان الدالة f مستمرة

0.5

على يمين العدد
(ب) $f(x) +$

0.25

الاستنتاج : الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين

0.25

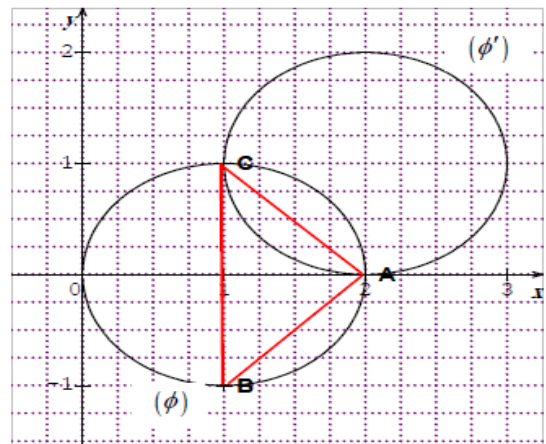
المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور الترتيب

معادلته

(ج) $f(x)$

$$\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{x} \right)$$

0.25

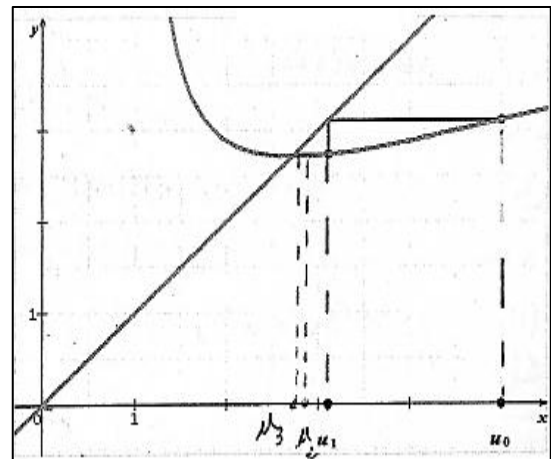


0.5

التمرين 03 :

الدالة f معرفة على المجال $]x = \frac{x}{\ln x}]$

1. تمثيل الحدود 0، u_1 ، u_2 :



0.75

(ب) التخمين : المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة

0.5

2. اثبات بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ان :

نسمي هذه الخاصية $P(n)$

• نبرهن ان $P(n)$ صحيحة من اجل

لدينا $u_0 = 5$ اذن $u_0 \geq e$ ومنه $P(0)$ صحيحة

0.5

• نفرض ان $P(n)$ صحيحة اي ان $u_n \geq e$ ونبرهن ان

لدينا $u_n \geq e$ وبما ان الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على

المجال $[e; +\infty[$ فان $f(u_n) \geq f(e)$ ومنه $u_{n+1} \geq e$ اذن

الخاصية صحيحة .

ومنه فستنتج حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان : من اجل كل

عدد طبيعي :

(د) نبين ان المتتالية (u_n) متقاربة نحو

اتجاه تغير المتتالية (u_n)

$$\frac{n(1 - \ln u_n)}{n}$$

لان : $u_n \geq e$ ومنه :

0.75

(5) المشتق الدالة $x \mapsto \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1)$ على المجال $]0; +\infty[$ هو :

الدالة $F(x) = -\frac{1}{2}(2 \ln x - 1)$ حيث $C \in \mathbb{R}$ اصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

(ب)

$$A(x) = \int_{\lambda} f(x) = \left[-\frac{1}{2}(2 \ln \lambda - 1) \right]$$

$$- \frac{1}{2}(2 \ln \lambda - 1)$$

$$A(\lambda) = -$$

(2) الدالتان $x \mapsto x^2 - 2$ و $x \mapsto -2x \ln x$ قابلتين للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ وبالتالي الدالة f حيث

$f(x)$ قابلة للاشتقاق على المجال

$$f(x) = 2x - 2(\ln x + 1) \text{ ولدنا }]0; +\infty[$$

$$f(x) = 2g(x)$$

(ب) اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ وبالتالي :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+

جدول تغيرات الدالة :

x	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	+
$f(x)$	-2			$+\infty$

(ج) $f'(x)$ انعدم عند $x = 1$ ولم يغير اشارته ، اذن المنحنى

(C_f) يقبل نقطة انعطاف احداثياتها $(1, 1)$

(3) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]3; +\infty[$.

$$f(2) \text{ و } f(3) \approx 0.40$$

(4) $f(2) = 2 - 4 \ln 2$ و $f'(2) = 2(1 - \ln 2)$ اذن

$$2(1 - \ln 2)x$$

(ب)

$$f(x) - [2(1 - \ln 2)x - 2] = 2x \left[\frac{x}{2} - 1 - \ln \left(\frac{x}{2} \right) \right]$$

الوضع النسبي: (C_f) يقع فوق (Δ) على المجالين $]2; +\infty[$ و $]0; 2[$

(C_f) و (Δ) يتقاطعان عند النقطتين ذاتا الفاصلتين : $x = 0$ و

(4) الانشاء :

