

وزارة التربية الوطنية
الثانويات: زريمش عيسى (م. حمام دباغ) - بن يوب محمد (ثا. حمام دباغ)
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
هوارى بومدين (عين احسانية) - غجاتي علاوة (الركنية) - قالمة
الشعبة: رياضي و تقني رياضي
دورة: ماي 2017

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر المستقيمين (d) و (d') المعرفين كمايلي:

$$(d') : \begin{cases} x = 4 + 3t' \\ y = 3 + t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases} ; t' \in \mathbb{R} , \quad (d) : x - 2 = \frac{y - 1}{2} = 1 - z$$

(1) أكتب التمثيل الوسيطى للمستقيم (d) ، ثم بين أن المستقيمين (d) و (d') ليسا من نفس المستوي.

(2) أ* / أوجد المعادلة الديكارتية للمستويين (p_1) و (p_2) اللذين يشملان النقطة $A(4; -7; 5)$.

حيث المستوي (p_1) يحوي المستقيم (d) و المستوي (p_2) يحوي المستقيم (d') .

$$(\Delta) : \begin{cases} x = \frac{-1}{11} + 9\alpha \\ y = 3 - 22\alpha \\ z = 11\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{ب* / تحقق أن المستويين } (p_1) \text{ و } (p_2) \text{ متقاطعان وفق مستقيم } (\Delta) \text{ معرف بـ:}$$

(3) لتكن $B \left(\frac{-1}{11}; 3; 0 \right)$ نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (Q) ذو المعادلة: $11x + y - z = 2$.

أ* / أوجد إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) .

ب* / استنتج المسقط العمودي للمستقيم (Δ) على المستوي (Q) .

(4) (Γ) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء تحقق: $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$

ب* / عين طبيعة المجموعة (Γ) محددا عناصرها المميزة.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

A_0 و B_0 نقطتان من المستوي حيث: $A_0 B_0 = 8$ (الوحدة هي السنتيمتر) ، ليكن S التشابه المباشر الذي

مركزه النقطة A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتالية النقط (B_n) كمايلي: $B_{n+1} = S(B_n)$ ، من أجل كل عدد طبيعي n .

- (1) أنشئ النقط B_1, B_2, B_3 و B_4 .
- (2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان: $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.
- (3) نعرف متتالية (u_n) بـ: $u_n = B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n .
- أ/* أثبت أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.
- ب/* أكتب عبارة u_n بدلالة n .
- ج/* نضع المجموع: $\delta_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ، أحسب δ_n بدلالة n ثم أوجد $\lim_{n \rightarrow +\infty} \delta_n$.
- (4) أ/* حل في $\square \times \square$ المعادلة: $3x - 4y = 2$.
- ب/* ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 .
- *جد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\square$ المعادلة ذات المجهول z :
- $$\bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 3\bar{z} + 7 = 0 \quad (E) \quad , \quad \bar{z} \text{ هو مرافق العدد المركب } z.$$
- أ/* بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $(\bar{z} + 1)(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$.
- ب/* حل في $\square$ المعادلة (E) .
- (2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D لواقعها على الترتيب: $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = \bar{z}_B$ ، $z_D = 3$.
- أ/* عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا.
- ب/* عين طبيعة المثلث ABC .
- (3) أ/* أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسّي، ثم استنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه.
- ب/* أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD .
- (4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحتقتها z تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث k يسمح المجال $[0; +\infty[$.
- أ/* عين قياسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \overrightarrow{AB})$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ) .
- (5) أ/* عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون: $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.
- ب/* عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\| \leq 2\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\|$.
- ج/* استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (1) $g(x) = x^2 e^x$: المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :
 أ* / أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.
 ب* / استنتج أنه : إذا كان $0 < x < 1$ فإن $g(x) < g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x > 1$ فإن $g(x) > g\left(\frac{1}{x}\right)$
 (2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + e^{\frac{1}{x}} - 3e$$

 (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 h دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = e^{\frac{1}{x}} - 3e$. (C_h) تمثيلها البياني (أنظر الملحق)
 أ* / أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
 ب* / بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x) - g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب $f'(1)$.
 ج* / شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.
 (3) أ* / بين أن المعادلة : $(x^2 - 2x + 2)e^x = -h(x)$ تقبل حلين α و β حيث : $1.5 < \beta < 1.6$ و $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .
 ب* / أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h) .
 ج* / بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابته معادلته .
 (4) أ* / أرسم (T) و (C_f) . (الملحق يعاد مع ورقة الإجابة)
 ب* / m عدد حقيقي موجب تماما ، أوجد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متميزين :

$$(E) \dots f(x) = (m^2 - 2m + 2)e^m + h(m)$$

 (5) أ* / بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $\int_1^x [f(t) - h(t)] dt = (x^2 - 4x + 6)e^x - 3e$.
 ب* / ليكن العدد λ من المجال $]0; 1[$ ،
 $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتهما :
 $x = \lambda$ و $x = 1$.
 * استنتج $A(\lambda)$ (مقدرة بوحدة المساحة) ، ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط $C(3; 2; 1)$ ، $B(1; 2; 0)$ ، $A(3; 1; 0)$

$$\begin{cases} x = 2 - 2\alpha + \beta \\ y = \frac{3}{2} - 4\alpha + 2\beta \\ z = -5\alpha \end{cases} ; (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \text{ مستوي معرف بـ: } (Q)$$

1) أ* / أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\sin \angle ABC$ و $\cos \angle ABC$.
ب* / أحسب مساحة المثلث ABC .

ج* / بين أن $\vec{n}(1; 2; -2)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

د* / بين أن $ABCD$ رباعي وجوه و أن حجمه : $V = \frac{2m+5}{6} uv$

2) أ* / بين أن: (Q) هو المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$ معادلته الديكارتية : $-2x + y = \frac{-5}{2}$.

ب* / استنتج ان المستويين (ABC) و (Q) متعامدان و أنهما متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيله الوسيط.

ج* / أحسب $d(D; (Q))$ ثم استنتج بدلالة m المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ) .

3) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق: $x^2 + y^2 + z^2 - 2mz + m^2 - 9 = 0$

أ* / بين أنه من أجل عدد حقيقي m فان (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب* / عين قيمة m حتى يكون المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة (S_m) .

4) أكتب معادلة المستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) و يمس سطح الكرة (S_m) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $11x - 5y = 2$

أ* / أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y \equiv 4[11]$.

ب* / استنتج حلول المعادلة (E) .

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضع : $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ* / عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب* / عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون: $\text{PGCD}(a; b) = 2$.

ج* / استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددين a و b أوليان فيما بينهما.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $A = 5n^2 + 7n + 2$ و $B = 11n^2 + 15n + 4$.

أ* / بين أن العدد $(n + 1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب* / استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) عين العددين المركبين Z_1 و Z_2 حيث :

$$\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})i \end{cases}$$
- (2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين: $z_A = 1 - i$ و $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$.
 أ/* اكتب z_A على الشكل الأسّي.
 ب/* بين أن: $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد z_B .
- ج/* هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي إلى المنصف الأول؟
- (3) أ/* أوجد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-\pi}{6}$.
 ب/* احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BB']$. (مقدرة بوحدة المساحة)
 ج/* عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg[(z - z_B)^2] = \arg(z_B) - \arg(z_{B'})$
 د/* عين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيل، ثم اوجد z_I لاحقة مركز ثقله.
- (4) نضع: $f = ros$ (يرمز o إلى تركيب التحويلين S و r).
 أ/* عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S حيث يكون f تشابه مباشر مركزه O ونسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{3}$.
 ب/* أوجد مساحة صورة الدائرة (γ) بالتشابه المباشر S (مقدرة بوحدة المساحة).
 (5) أ/* إذا كان $S(M) = M'$ ، ما طبيعة المثلث OMM' ؟
 ب/* عين مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AM'} = 0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$
 و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ/* تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$
 ب/* احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 ج/* أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) أ/* بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتهما:
 $y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.
 ب/* ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D') .

ج/ * بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2} \ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

(3) أرسم (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f)

(4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = m x - m \left(e + \frac{\ln 2}{2} \right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ/ * بين أن جميع المستقيمت (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A \left(\frac{\ln 2}{2} + e ; \frac{\ln 2}{2} \right)$.

ب/ * ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

(5) نضع : $I = \int_{\ln \sqrt{2} + e}^{\ln \sqrt{3} + e} [f(x) - (x - e)] dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln(1 + X^n) dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ/ * فسر هندسيا العدد I و احسب العدد I_1 .

ب/ * بين أن : $0 \leq I_n \leq \ln 2$

ج/ * عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(6) باستعمال : $\ln(1 + X) \leq X$ ، من أجل كل $X \in]0; +\infty[$

أ/ * استنتج أن : $0 \leq I + I_1 \leq \int_{\ln \sqrt{2} + e}^{\ln \sqrt{3} + e} 2e^{-2(x-e)} dx - 1 + \ln 4$

ب/ * اعط حصرا للعدد $I + I_1$.

انتهى

الموضوع الثاني

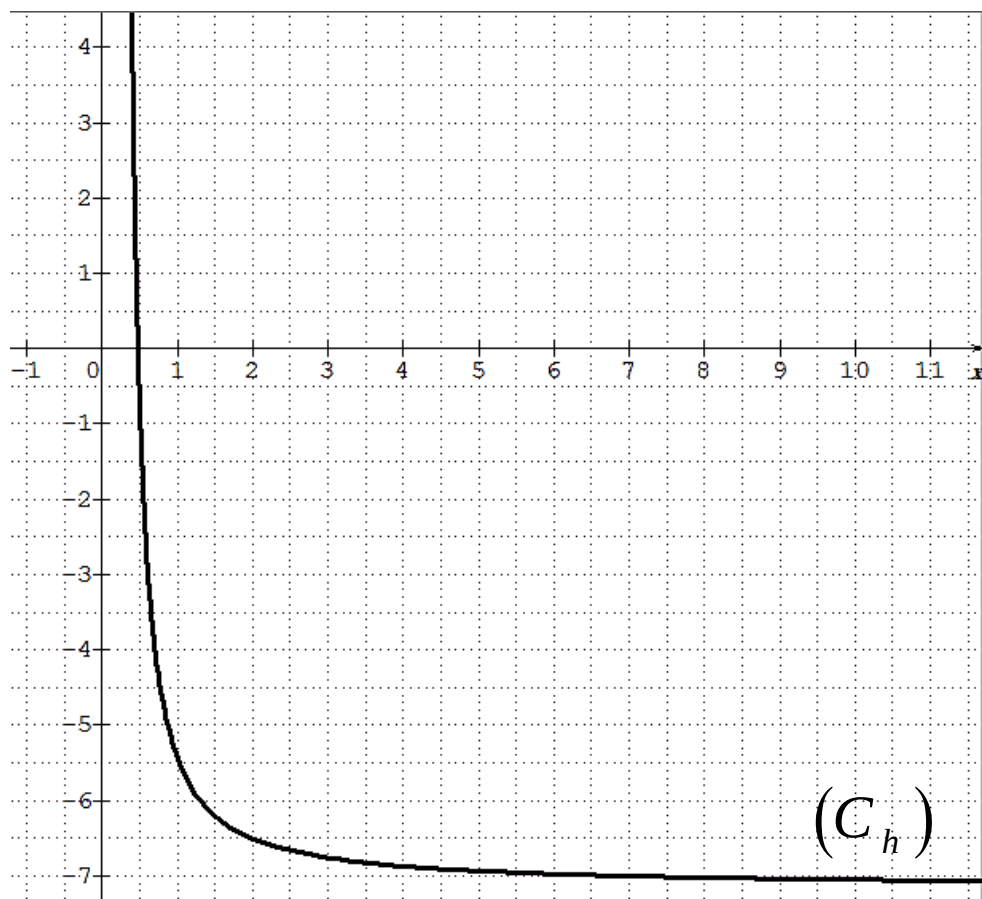
بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا

الملحق:

الاسم:

اللقب:

القسم:



الملحق:

الاسم:

اللقب:

القسم:

