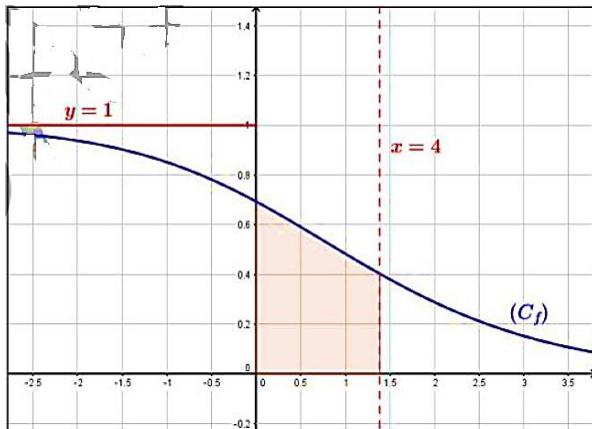


0.25	— $u_1 = e \approx 2.71$ (1)	(1) نبين انه يوجد دوران r مركزه النقطة B ويجول A الى يطلب تعين زاويته :
0.25	— $u_3 = \frac{e^3}{27} \approx 0.74$, $u_5 = \frac{e^5}{3125} \approx 0.05$, (ا) اثبات ان: (n)	ليكن r تحويل عبارته المركبة من الشكل $bz' = az + b$ حيث ، عددان مركبات $r(A)$ $r(B)$ ومنه: $\frac{\sqrt{3}}{2} - (1 - a) = 2\sqrt{3}$
0.5	(1) ب) ادرس اتجاه تغير (v_n) ثم استنتاج ان (u_n) متناقصة:	لدينا معناه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ومنه: $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3}$ بما ان :
0.5	والدالة f متناقصة على المجال $[1, \infty)$ والدالة $f(n)$ متناقصة وبما ان $u_n = e^{v_n}$ والدالة الاسية	$ a = \left -\frac{\sqrt{3}}{2} \right $ فان r هو دوران مركزه B وزاويته
0.25	وبالتالي (v_n) متناقصة وبما ان u_n هو اتجاه تغير (v_n) اي (u_n) متناقصة	(ب) استنتاج طبيعة المثلث ABC وحساب مساحته
0.5	متزايدة فان اتجاه تغير (u_n) هو اتجاه تغير (v_n) اي (u_n) متناقصة	لدينا: $\arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = \frac{2\pi}{3}$ و $AB = BC$ اذن
0.25	ج) استنتاج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:	المثلث ABC متقارن الاضلاع
0.5	بما ان (u_n) متناقصة فان $e^{u_n} \leq u_0$ ولدينا $u_n > 0$ وبالتالي $n^n > 0$	لتكن z_B' لاحقة منتصف $[AC]$ ،
0.25	د) استنتاج ان المتالية (u_n) متقاربة وعین نهايتها.	[B] ارتفاع وعمود ومتوسط ومحور متعلق بـ $[AC]$ في
0.5	(u_n) متناقصة ومحودة من الاسفل فهي متقاربة.	المثلث ABC المتقارن الاضلاع مساحته
0.25	ولدينا $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = -\infty$ اي	$ z_B' - z_B = 1$, $AC = z_C - z_A = 2\sqrt{3}$
0.5	(u_n) وبالتالي	ومنه: $\sqrt{3}ua$
0.25	التمرин 04:	(1) تعين (E_1) مجموعة النقط M ذات الاحقة Z بحيث يكون
0.5	الجزء 1: $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$ $(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{\ln(1 + e^x)}{e^x} \right]$ (2)	العدد $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ حقيقي موجب : لدينا
0.25	بوضع $\lim_{t \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1 + t)}{t} \right] = 1$ ومنه	$g\left(\frac{z}{z - 2i}\right) = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$
0.5	(u_n) التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته	— $\frac{z - \sqrt{3}}{z - 2i}$ حقيقي موجب معناه (E_1) هي
0.25	تجوار	المستقيم (AC) باشتئانه القطعة
0.25	(3) (1) لدينا من اجل كل عدد حقيقي x :	(1) تعين (E_2) مجموعة النقط M ذات الاحقة Z بحيث يكون
0.5	$f(x) = e^{-x} [\ln e^x + \ln(e^{-x} + 1)]$ ومنه	— $i\sqrt{3} +$ عندما θ يمسح
0.25	$f(x) = \frac{x}{x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x})$	لدينا: $i(i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}) = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$
0.25	ب) حساب نهاية f عند $+\infty$ وتفسيرها هندسيا:	$\sqrt{3} + i + 2e^{i\theta}$ اي ان: $2e^{i\theta}$
0.5	لان $f(x)$	(2) دراسة تغيرات الدالة (x)
0.25	$\left[\frac{x}{x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x}) \right]$	النقطة B ونصف قطرها
0.25	التفسيير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته	التمرин 03:
0.25	تجوار	(1) دراسة تغيرات الدالة (x)
0.25] -1; +∞[, $g(x) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$ (4)	
0.25	(1) دراسة تغيرات الدالة	
0.25	(x) = -∞	
0.25	من اجل كل عدد حقيقي t من $[0; +\infty)$ ولدينا:	
0.25	(x) $\frac{t}{(1+t)^2}$	

0.5



نلاحظ انه من اجل كل عدد حقيقي t من [

جدول التغيرات :

t	0	$+\infty$
$g'(t)$	—	
$g(t)$	0	$\rightarrow -\infty$

من جدول التغيرات نستنتج انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما

ان : $t < 0$

(1) حساب $f'(x)$:

لدينا الدالة f قابلة للاشتاقاق على \mathbb{R} ولدينا :

$$(x) = -e^{-x} \ln(1 + e^x) + \dots$$

ومنه بعد التبسيط نجد :

ب) من اجل كل عدد حقيقي x نضع $\frac{g(t)}{t} < 0$ نجد $t = e^x$ ومنه

نجد $0 < \frac{g(e^x)}{e^x} < 0$ اي $f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة على مجموعة

تعريفها

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	1	$\rightarrow 0$

ج) انشاء (C_f) : (انظر في اخر الصفحة)

$$\int_0^x f(t) dt : \text{الجزء 2}$$

(1) لدينا من اجل كل عدد حقيقي t :

(2) حساب التكامل بالتجزئة :

$$\begin{cases} u(t) = \frac{1}{1+e^t} \\ v(t) = -t \end{cases} \text{ و } \begin{cases} u(t) = \ln(1 + e^t) \\ v'(t) = e^{-t} \end{cases} \text{ نضع :}$$

$$F(x) = [\ln(1 + e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int$$

$$F(x) = [\ln(1 + e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int$$

$$F(x) = [\ln(1 + e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \left(1 - \frac{e}{t}\right) dt$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1+e}{x}\right)$$

(3) حساب المساحة :

$$\int_0^{\ln 4} f(x) dx = \left[-f(x) - \ln\left(\frac{1+e}{x}\right) + 2 \ln 2 \right]$$

بعد الحساب نجد :

$$\int_0^{\ln 4} f(x) dx = \dots$$

0.5

0.5

0.75

0.5

0.5

0.5

0.75

0.75

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط
0.5	تعيين معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي : (1) ايجاد \vec{u} احد اشعه توجيه المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطى $\begin{cases} x & \ln(t) \\ y & \ln\left(\frac{e}{t}\right) \end{cases} ; t \in [0; +\infty[$ هو $\begin{cases} y & \ln(e^2 t) \\ y & \ln(t) \end{cases} ; t \in [0; +\infty[$ $\vec{u} \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right) \quad \begin{cases} y = -1 + k \\ y = -1 + k \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$ نجد نقطة من (Δ) هي $L(1; -1; 1)$ ب) لتكن $M(x; y; z)$ نقطة من المستقيم (Δ) ايجاد بدالة $= (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2$ ومنه اي $(\ln(t))^2 + (\ln(t))^2 + (\ln(t) - 1)^2$ $= 3(\ln(t))^2 - 2\ln(t) + 1$ ج) ايجاد اصغر قيمة $EM^2 = f(t)$ نضع EM^2 وندرس اتجاه تغير الدالة f نجد ان $f'(t) = \frac{2(3\ln(t) - 1)}{t}$ تتعذر f' عند واسبة على المجال $[0; e^{\frac{1}{3}}]$ ومنه f متناقصة على المجال ومتزايده على المجال $[e^{\frac{1}{3}}; +\infty[$ اذن اصغر قيمة تصالها عندما $t = e^{\frac{1}{3}}$ اي $EM^2 = \frac{2}{3}$ ومنه المسافة بين النقطة والمستقيم (Δ) هي	التمرين 01 : 1. اثبت ان حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $x = 8k - 1 \quad y = 3k - 1$ حيث $(x; y)$ ومنه $(x + 1) = 8(y + 1)$ منه 8 وافي مع فهو يقسم يقسم الجداء $(y + 1)$ يعني 1 $y = 3k - 1$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ بتعويض في نجد $3x + 2 = 8y + 7$ يعني $3x + 2 = 8y + 7$ يسأله ومنه $(x; y)$ حل للمعادلة (E) 2. اثبات ان $(x; y)$ حل للمعادلة (E) $\begin{cases} x = 8k - 1 \\ y = 3k - 1 \end{cases}$ يكافي ب) اثبت ان n حل للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $23[24] = 2[24]$ حل للمعادلة (E) حسب السؤال 2) ومنه $y = 3k - 1$ اذن يعني : $n \equiv -1[24]$ ومنه	0.5
0.75	$= (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2$ ومنه اي $(\ln(t))^2 + (\ln(t))^2 + (\ln(t) - 1)^2$ $= 3(\ln(t))^2 - 2\ln(t) + 1$ ج) ايجاد اصغر قيمة $EM^2 = f(t)$ نضع EM^2 وندرس اتجاه تغير الدالة f نجد ان $f'(t) = \frac{2(3\ln(t) - 1)}{t}$ تتعذر f' عند واسبة على المجال $[0; e^{\frac{1}{3}}]$ ومنه f متناقصة على المجال ومتزايده على المجال $[e^{\frac{1}{3}}; +\infty[$ اذن اصغر قيمة تصالها عندما $t = e^{\frac{1}{3}}$ اي $EM^2 = \frac{2}{3}$ ومنه المسافة بين النقطة والمستقيم (Δ) هي	23[24] : نفرض ان يعني ومنه $n - 2 = 24k + 21$ $\begin{cases} n - 7 = 24k + 16 \\ 2[3] = 3(7k + 8) \end{cases}$ $\begin{cases} 7[8] = 8(8k + 7) \\ 2[3] = 3(7k + 8) \end{cases}$ 3. اثبات ان 2015 حل للجملة (S) : لدينا $2015 \equiv 3 \times 671 + 2$ يعني $2015 \equiv 2[3]$ و $7[8] = 8 \times 251 + 7$ يعني ان $2015 \equiv 7[8]$ اذن $2015 \equiv 23[24]$ اذن $2015 \equiv 23[24]$ اذن $2015 \equiv 2[3]$ اذن $2015 \equiv 1[24]$ اخيرا يعني ان $1 - 2015^{1436}$ يقبل القسمة على	0.75
0.5	د) استنتاج احداثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم $H(-t; -t; -t)$ هي $t = e^{\frac{1}{3}}$ (نعرض في التمثيل الوسيطى) و) كتابة معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E ويساهم المستقيم (Δ) هي مجموعة النقط $M(x; y; z)$ حيث	التمرين 02 : 1. اثبات ان النقط C, B, A تعيين مستويات (ABC) لدينا $\overrightarrow{AB} = \left(\begin{array}{c} 4 \\ 1 \\ 2 \end{array} \right), \overrightarrow{AC} = \left(\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right)$ بما ان $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8 \neq \frac{3}{4}$ فان النقط A, B, C لا ينتمي الى مستوي (ABC) ب) التحقق ان الشعاع $\vec{n} = (-2, -2, -2)$ ناظم للمستوى (ABC) نحسب $\overrightarrow{AC} \cdot \vec{n} = 8 - 7 - 1 = 0 = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}$	0.5
0.25	يكافي		
0.5	$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2$		
0.25	(1) تبيين ان المثلث ABC قائم في لدينا $0 \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ومنه محقة حساب مساحة المثلث		
0.5	ب) حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$ نحسب $d(D; (ABC))$ ومنه الحجم		
0.5			

$$\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \frac{2(3-x^2)}{x^2}$$

ومنه قابلة للاشتاقاق على يمين 0 والمنحنى (C_f) يقبل نصف ماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة (1)

(1) دراسة اتجاه تغير الدالة

حساب المشتق: الدالة f قابلة للاشتاقاق على المجال $[0, +\infty)$

حيث: $f'(x) = x(3-2\ln x) - x$ ومنه

$$x = 2x(1-\ln x)$$

إشارة $f'(x)$ هي اشارة $(1-\ln x)$ لأن

$1-\ln x \geq 0$ يكافي $f'(x)$

أي $x \leq e$ أي $x \in [0, e]$ اذن:

x يكافي 0 ومنه الدالة f متزايدة تماما

وينتتج $x \in [e, +\infty)$ يكافي 0 ومنه الدالة

متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	1	$\frac{1}{2}e^2 + 1$	$-\infty$

(1) تبيان انه يوجد عدد حقيقي α وحيد حيث:

0.5 $f(\alpha) = 0$ من جدول التغيرات نجد الدالة f متناقصة تماما

على $[e, +\infty)$ ومستمرة على هذا المجال ولدينا:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad f(e) = \frac{1}{2}e^2 + 1$$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $0 = f(x)$ تقبل

حلا α وحيدا في المجال $[e, +\infty)$ يتحقق

$$f(4.6) \leq \alpha \leq 4.7 \quad \text{لدينا و } f(4.6) = 0$$

ومنه $f(4.6)$

(2) كتابة معادلة الماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات

الفاصلة:

(D): $y = f'(x)(x-1) + f(1)$ ومنه:

$$g(x) = f(x) \quad \text{لدينا}$$

$$g'(x) = f'(x) \quad \text{لدينا}$$

حساب $g(x)$ و $g'(x)$

الدالة g قابلة للاشتاقاق على المجال $[0, +\infty)$ حيث

$$(x) \quad 2x(1-x) \quad \text{أي } (x) = 2x(1-x)$$

الدالة g' قابلة للاشتاقاق على المجال $[0, +\infty)$ حيث:

$$(x) = 2(1-\ln x) + 2x(-) \quad \text{أي } g''(x) = 2(1-\ln x) + 2x(-)$$

1) احسب العدد المركب $(\sqrt{3} + i)$

$$(\sqrt{3} + i) = 2 + 2\sqrt{3}i$$

استنتاج: $z^2 = (\sqrt{3} + i)^2$ معناه: $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$ معناه:

$$-\sqrt{3} - i \quad z = \sqrt{3}$$

$$(i(\sqrt{3} + i))^2 \quad z^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$$

$$1 - \sqrt{3}i \quad z = -1 + \sqrt{3}i$$

$$\{-\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i; 1 - \sqrt{3}i; -1 + \sqrt{3}i\}$$

$$(z) = (z^2 + 2 + 2\sqrt{3}i)(z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i) : -8\sqrt{3}i$$

2) اكتب الاعداد المركبة C, B, A و D على الشكل الاسي

$$i(-), \quad i(-), \quad -$$

$$i(-),$$

ب) تعليم النقط:

ونصف قطر الدائرة هو

$$z_A + z_B = i \quad \text{و} \quad z_A + z_D =$$

$$(\vec{AB}; \vec{AD}) = \frac{\pi}{2} \quad AD = AB$$

فالثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين

$$3.$$

1) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة

دوران مركزه O وزاويته -

2) التحقيق: $T(A) = B$ معناه

3) التحقيق: $T(B)$ معناه

4) التحقيق: $T(C)$ معناه

$$P(z') = P(e^{-}) = (iz)^4 + 8 - 8\sqrt{3}i = P(z)$$

$$P(z_A)$$

$$(z_B) = 0 \quad \text{ومنه } P(z_A) = P(z_B)$$

$$P(z_C) = 0 \quad \text{ومنه } P(z_B) = P(z_C)$$

$$P(z_D) = 0 \quad \text{ومنه } P(z_C) = P(z_D)$$

اذا حلول المعادلة $0 = P(z)$ هي

$$\{-\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i; 1 - \sqrt{3}i; -1 + \sqrt{3}i\}$$

التمرين 04:

$$1. \quad f(x) = \frac{1}{2}x^2(3-x)$$

$$f(0)$$

2. حساب نهاية f عند

$$f(x) =$$

3. دراسة قابلية اشتاقاق f عند

من الواضح ان f غير قابلة للاشتاقاق عند لأنها ليست معروفة على يسار

0.25

0.5

0.25

0.5

0.5

0.75

0.5

0.5

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

2) استنتاج بدلالة n المساحة $A(n)$

بما ان $1 < x \leq \frac{1}{n} \leq 0$ اي $1 < x < 0$ فان

$f(x) = -$

حسب السؤال 2 من الجزء II اي من اجل $1 \leq x \leq \frac{1}{n}$ فان

$f(x) = -$

0.75

ولدينا: $A(n) = \int_{\underline{1}}^{\underline{1}} \left(f(x) - \left(2x + \frac{1}{2} \right) \right)$

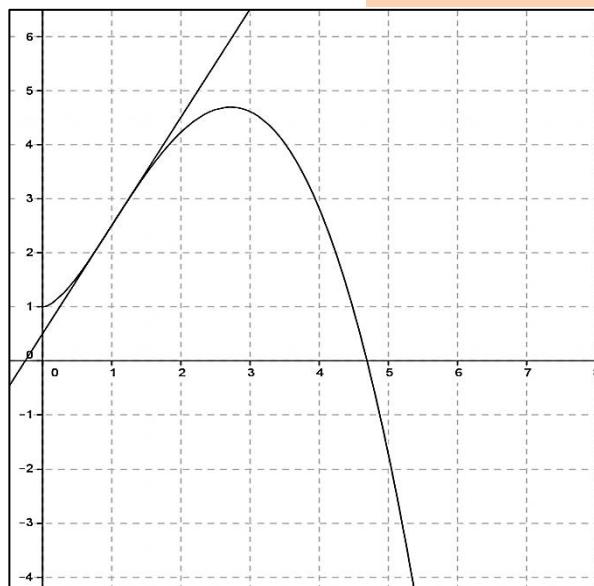
$f(x) - \left(2x + \frac{1}{2} \right) = -$

ومنه: $A(n) = \left[\frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{x}{2} \right]_{\underline{1}} - I_n$ بعد التبسيط نجد

$A(n) = \left(- \frac{1}{2} \ln(n) + \frac{1}{2} \right) -$

$A(n) = \frac{\ln(n)}{2} - \frac{1}{2}$

لدينا: $\frac{\ln(n)}{2}$ ومنه نجد:



دراسة اتجاه تغير

(x) يكافيء $0 \leq \ln x \leq 0$ اي $1 \leq x \leq 1$ اذن الدالة g' متزايدة تماما على $[0; 1]$ (x) يكافيء $0 < 2 \ln x < 0$ اي $1 < x < 1$ يکافيء $1 < x$ اذن الدالة g' متناقصة تماما على $[1; +\infty)$

جدول تغيرات الدالة:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	0	0	$-\infty$

إشارة الدالة g' على المجال $[0; +\infty)$ من جدول التغيرات الدالة g' نجد من اجل كل عدد حقيقي (x)4. تحديد اتجاه تغير الدالة g :لدينا من السؤال 1 $0 \leq g'(x) \leq 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0; +\infty)$

جدول تغيرات الدالة:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	-
$g(x)$	1	0	$-\infty$

من جدول تغيرات الدالة g نجد: $g(x) \geq 0$ من اجل $x \in [0; 1]$ و $g(x) \leq 0$ من اجل $x \in [1; +\infty)$ استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة الى يعود الى (D) دراسة اشارةالفرق $g(x) - 2x - \frac{1}{2}$ اي اشارة $f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-
الوضعية	(D)	$\text{نقط} (C_f)$	$\text{تحت} (C_f)$

5. انشاء (C_f) و (D) :

6. 1) حساب بدلالة واستعمال المتكاملة بالتجزئة:

لدينا: $\int_{\underline{1}}^{\underline{1}} x^2 \ln x \, dx$

$$\begin{cases} u(x) & \frac{1}{3} \\ 'u(x) & \frac{1}{1} \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} u(x) = x \\ v(x) = \ln x \end{cases}$$

اذن: $\left[- \frac{1}{3} x^3 \right]_{\underline{1}} - \int_{\underline{1}}^{\underline{1}} \frac{1}{3} x^2 \, dx$ ومنه بعد التبسيط نجد: $-\left(\frac{1}{3} + \ln n \right) - \frac{1}{9}$

0.5

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.75