38

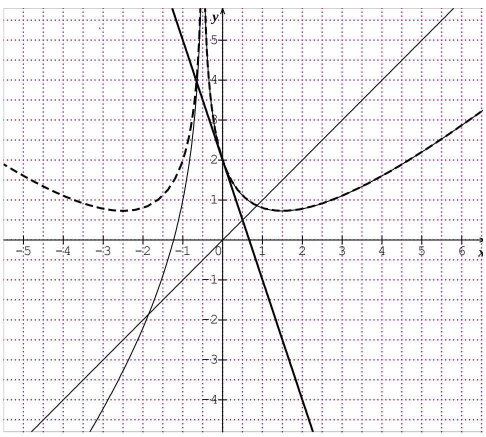
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غـــــرداية

حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الأول.

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: 04 نقاط		04 نقاط
1) معادلة للمستوى (ABC): $2x+y+2z-4=0$ المسافة بين O وَ (ABC) هي: $d(O;(ABC))=\frac{4}{3}$	0,5 0,5	
2) معادلة ديكارتية للمستوى (P): $x-2y=0$	0,5	
3) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P). $\begin{cases} x=4t \\ y=2t \\ z=-5t+2 \end{cases}$ مع $t\in R$	0,5	
4) (Δ) هو العمود النازل من A في المثلث ABC.	0,25	
5) التحقق من أن إحداثيات كلا من النقطتين B وَ $I(1;0;1)$ منتصف القطعة $[AC]$ تحققان الجملة.	0,25+0,25	
6) إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي: $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$	0,5	
7) $H\in(ABC)$ وَ $\overrightarrow{OH}$ يعامد (ABC).	0,5	
8) $d(O;(ABC))=OH=\frac{4}{3}$	0,25	
التمرين الثاني: 05 نقطة		05 نقاط
1) $\alpha=1-i$ وَ $\beta=-2+i$	0,5	
2) أ) $z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ وَ $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ ب) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2016}=e^{504i}=1$ ج) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا معناه $\frac{n\pi}{4}=2k\pi$ مع $k\in Z$ أي $n=8k$.	0,25+0,25 0,5 0,5	
3) أ) $\lvert\omega'\rvert=\frac{\lvert\omega+i\rvert}{\lvert\omega+2+2i\rvert}=\frac{AM}{BM}$ $\lvert\omega'\rvert=1$ معناه $AM=BM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ + رسم (E) ب) $\arg(\omega')=(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})$ $\omega'\in iR$ معناه $\begin{cases} (\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ M\neq A\,;\,M\neq B \end{cases}$ مع $k\in Z$ مجموعة النقط هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين A وَ B + رسم (F)	0,5 0,5 0,5 0,5	

<table>
<tr><td></td><td>0,5
0,5</td><td>$|\omega'|=1$ وَ $\omega'\in iR$ معناه $\omega'=i$ أو $\omega'=-i$ أي $\omega=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ أو $\omega=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$
وبالتالي: $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ و $z_D=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$
د) $ABCD$ مربعا (مع التعليل)</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>التمرين الثالث: 5,5 نقطة</td></tr>
<tr><td rowspan="6">5,5 نقاط</td><td>0,25+0,25</td><td>1) $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=\frac{3}{2}-2\ln(0^+)=+\infty$. للمنحني (C_f) مستقيم مقارب معادلته $x=-\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td>0,25
0,25
0,25
0,25
0,25</td><td>2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ وَ
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{+\infty}(2x+1)\left(\frac{x+2}{2x+1}-2\frac{\ln(2x+1)}{2x+1}\right)=+\infty\left(\frac{1}{2}-0\right)=+\infty$
f تقبل الاشتقاق على $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ باعتبارها مجموع دوال تقبل الاشتقاق على R وَ $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
$f'(x)=1-\frac{4}{2x+1}=\frac{2x-3}{2x+1}$
f متزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ وَ $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$
f متناقصة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$
$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -\frac{1}{2} & & \frac{3}{2} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & \Vert & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & +\infty \Vert +\infty & \searrow & \frac{1}{2}-\ln 4 & \nearrow & +\infty \end{array}$</td></tr>
<tr><td>0,25
0,25</td><td>3) $f(x)=x$ يكافئ $\ln|2x+1|=1$ يكافئ $x=\frac{e-1}{2}$ أو $x=\frac{-e-1}{2}$
إحداثيات نقطتي التقاطع: $\left(\frac{e-1}{2};\frac{e-1}{2}\right)$ وَ $\left(\frac{-e-1}{2};\frac{-e-1}{2}\right)$</td></tr>
<tr><td>0,25+0,25
0,25</td><td>4) $f'(x)=-3$ يكافئ $x=0$. كون للمعادلة حلا واحدا فإن المنحني (C_f) يقبل مماسا واحدا ميله -3 .
معادلة للمماس (T) : $y=-3x+2$</td></tr>
<tr><td>0,25
0,5 الرسم
0,25
0,25
0,25
0,25</td><td>
5) $f(-1)=1$ وَ $f(0)=2$
6) $f(x)=x+m$ حلولها هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات التي معادلتها $y=x+m$.
مناقشة:
إذا كان $m<2$ فإن للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة.
إذا كان $m=2$ فإن للمعادلة حلين احدهما معدوم والأخر سالب تمام.
إذا كان $m>2$ فإن للمعادلة حلين متمايزين سالبين تماما.
II- 1. من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ، $F'(x)=2\ln(2x+1)$
2. $A=\int_0^{\frac{3}{2}}[f(x)-(-3x+2)]dx\,cm^2=\left[-F(x)+2x^2\right]_0^{\frac{3}{2}}cm^2=(7,5-8\ln 2)cm^2$
III- 1. من أجل كل x من $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ، $x\neq-\frac{1}{2}$ منه $-1-x\neq-\frac{1}{2}$</td></tr>
</table>

و $g(-1-x)=\frac{3}{2}+\left\|-1-x+\frac{1}{2}\right\|-\ln\left[2(-1-x)+1\right]^2=\frac{3}{2}+\left\|-x-\frac{1}{2}\right\|-\ln(-2x-1)^2=g(x)$		
2) استنتاج أن المنحني (C_g) يقبل محور تناظر معادلته: $x=-\frac{1}{2}$	0,25	
3) من أجل $x\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $g(x)=f(x)$	0,25	
4) (Γ) ينطبق على (C_g) في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$. ولإتمام رسم (Γ) نأخذ نظير الجزء المرسوم بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x=-\frac{1}{2}$.	0,25	
التمرين الرابع: 5,5 نقاط		
1. من أجل $n=1$ ، $u_1=\frac{3}{2}>0$ محققة (بداية التراجع) نفرض أن $u_n>0$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع) لدينا: $u_n>0$ منه $u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)>0$ أي $u_{n+1}>0$ (استنتاج التراجع)	0,25 0,25 0,5	**5,5 نقاط**
2. من أجل $n=1$ ، $\ln u_1=\ln\frac{3}{2}=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)$ محققة (بداية التراجع) نفرض أن $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\dots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع) لدينا: $\ln u_{n+1}=\ln u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)=\ln u_n+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ $=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\dots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ محققة(استنتاج التراجع)	0,25 0,25 0,5	
3. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^2}\leq\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)\leq\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^2}\leq\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\leq\frac{1}{2^2}$ و...و $\frac{1}{2^n}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^n}\leq\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)\leq\frac{1}{2^n}$ بالجمع طرف لطرف نحصل على: $S_n-\frac{1}{2}T_n\leq\ln u_n\leq S_n$	0,5	
4. $S_n=\frac{1}{2}\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$ و $T_n=\frac{1}{4}\frac{1-\frac{1}{4^n}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$ $\lim_{n\to+\infty}S_n=1$ و $\lim_{n\to+\infty}T_n=\frac{1}{3}$.	0,5+0,5 0,5+0,5	
5. أ) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2^{n+1}}u_n>0$. (u_n) متزايدة تماما. ب) $\lim_{n\to+\infty}\ln u_n=\ln l$ و $\lim_{n\to+\infty}\left(S_n-\frac{1}{2}T_n\right)=\frac{5}{6}$ و $\lim_{n\to+\infty}S_n=1$ وبالتالي $\frac{5}{6}\leq\ln l\leq1$ من $\frac{5}{6}\leq\ln l\leq1$ ينتج أن $e^{\frac{5}{6}}\leq l\leq e$	0,25 0,5 0,25	

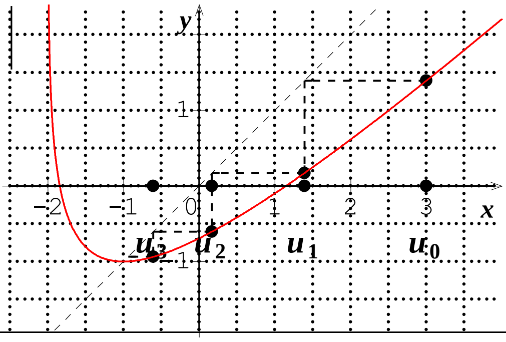
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غرداية

حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الثاني.

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: 05 نقاط		05نقاط
1) $r(M)=M'$ وَ $M\neq\Omega$ معناه $\begin{cases}\Omega M=\Omega M'\\ (\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'})\end{cases}$ أي $\begin{cases}\left\|\dfrac{z'-\omega}{z-\omega}\right\|=1\\ \arg\left(\dfrac{z'-\omega}{z-\omega}\right)=\alpha\end{cases}$ أي $\dfrac{z'-\omega}{z-\omega}=e^{i\alpha}$.	0.75	
2) أ) لدينا $\omega=i\omega+4+4i$ أي $\omega=4i$. ب) إثبات أن $z'-4i=i(z-4i)$. جـ) طبيعة T : T دوران مركزه النقطة $\Omega(4i)$ والزاوية $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$.	3×0.25	
3) أ) $z_{A'}=6+8i$ وَ $z_{B'}=-2$. ب) تعليم النقط.	2×0.25 0.75	
4) أ) منتصفات القطع: $m=5+3i$ ، $n=1+7i$ ، $p=-3+3i$ وَ $q=1-i$. ب) إثبات أن $(B'A)$ يعامد (ΩN) ، لدينا: $\dfrac{z_A-z_{B'}}{n-\omega}=-2i$ إذن $-\dfrac{\pi}{2}$ قيسا للزاوية $(\overrightarrow{\Omega N};\overrightarrow{B'A})$. ج) إثبات أن $\dfrac{q-m}{n-m}=i$ وأن $\dfrac{q-p}{m-n}=1$ ، ينتج $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{MQ})=\dfrac{\pi}{2}$ وَ $MN=MQ$ وَأن $(PQ)//(MN)$ وَ $MN=PQ$ ينتج أن الرباعي $MNPQ$ مربع.	4×0.25 0.5 0.75	
التمرين الثاني: 4.5 نقطة		4.5
1) أ) المستوي (P) يعامد (P') لأن $\vec{n}.\vec{n'}=0$ حيث $\vec{n}(2;1;1)$. ب) بما أن (P) يعامد (P') فإن المستويين متقاطعان وفق مستقيم، وبما أن $C\in(P)\cap(P')$ وأن $\vec{n}.\vec{u}=0$ و $\vec{u}.\vec{n'}=0$ فإن (Δ) مستقيم التقاطع. جـ) المسافة: $d(A;(\Delta))=\sqrt{d^2(A;(P))+d^2(A;(P'))}=1\quad u.l$.	0.75 01 0.5	
2) $AM=\sqrt{5t^2+1}$. ب) بما أن $h'(t)=\dfrac{5t}{\sqrt{5t^2+1}}$ فإن الدالة h متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ومناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ النقطة M تمسح المستقيم (Δ) ،إذن المسافة $d(A;(\Delta))=h(0)=1\quad u.l$.	0.5 1 0.75	
التمرين الثالث: 4.5 نقطة		
1) $-1=(-1)$ ، الدالة g متناقصة تماما على $]-2;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$.		4.5 نقاط

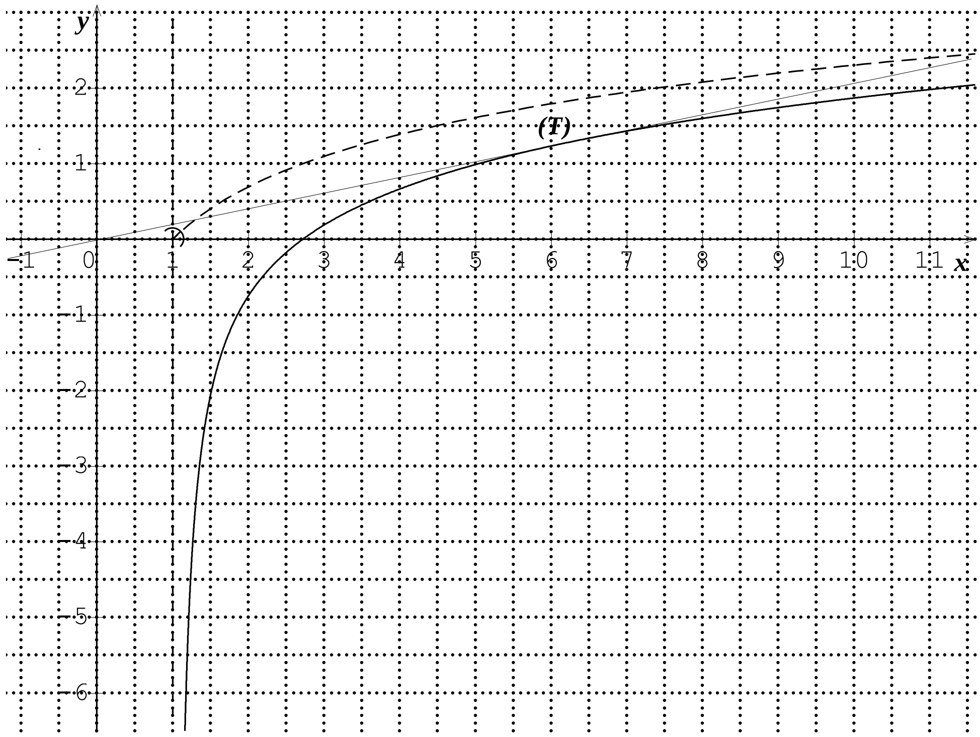
<table>
<tr><td></td><td>01</td><td>2) تمثيل الحدود الأربعة الأولى على محور الفواصل.

</td></tr>
<tr><td></td><td>01</td><td>3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \ge -1$.
بداية التراجع: من أجل $n = 0$ لدينا: $u_0 = 3 \ge -1$ الخاصية محققة.
فرضية التراجع: نفرض أن ${}_n \ge -1$ محققة إلى غاية الرتبة n
برهان التراجع: نبين أن ${}_{n+1} \ge -1$.
لدينا من الفرضية ${}_n \ge -1$ وبما أن g متزايدة تماما على $[-1; +\infty[$ فإن $g(u_n) \ge -1$ أي $u_{n+1} \ge -1$.</td></tr>
<tr><td></td><td>0.5</td><td>4) إثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة: من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2) \ge 0$
لأن $u_n \ge -1$.</td></tr>
<tr><td></td><td>0.75</td><td>5) المتتالية (u_n) متقاربة كونها متناقصة ومحدودة من الأسفل $(u_n \ge -1)$
النهاية: ${}_n = l$ lim ومنه $\ln(l + 2) = 0$ أي $l = -1$ ومنه $\lim u_n = -1$</td></tr>
<tr><td></td><td>0.75

0.5</td><td>6) أ) إثبات أن ${}_n = 3 - u_n$:
لدينا من أجل كل عدد طبيعي ${}_{n+1} = u_n - \ln(u_n + 2)$ أي $\ln(u_n + 2) = u_n - u_{n+1}$ ومنه
$v_n = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_2) + \cdots + (u_{n-1} - u_n) = u_0 - u_n = 3 - u_n$
ب) استنتاج النهاية: لدينا $\lim_{n\to+\infty}\left((u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)\right) = \lim(e^{v_n}) = e^4$.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>التمرين الرابع: 06 نقاط</td></tr>
<tr><td rowspan="8">6 نقاط</td><td>2×0.25
0.25

0.25
0.25</td><td>I) 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to1\\>}} f(x) = -\infty$. مع التوضيح
2) حساب المشتقة: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2+1}{x(\ln x)^2}$ بعد تحديد مجموعة قابلية الاشتقاق
3) الدالة f متزايدة تماما على $]1; +\infty[$،
جدول تغيراتها في المقابل.
<table><tr><td>x</td><td>1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗ $+\infty$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2×0.25</td><td>4) $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - \ln x) = 0$ منه المنحنيين (C) و(Γ) متقاربان بجوار $+\infty$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>5) وضعية المنحنيين (C) و(Γ): $f(x) - \ln x = -\frac{1}{\ln x} < 0$ منه (C) فوق(Γ) على $]1; +\infty[$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>II) 1) إثبات أن المماس (T_a) للمنحنى (C) يمر من المبدأ معناه $f(a) - af'(a) = 0$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>2) إثبات أن للمعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ نفس الحلول.</td></tr>
<tr><td>2×0.25

2×0.25

0.25</td><td>3) أ) تغيرات الدالة u: $\lim_{t\to+\infty}(t) = +\infty$ ، $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$.
لدينا $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t + 1)(t - 1)$ إذن u متناقصة تماما على المجال $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]$
ومتزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty; -\frac{1}{3}\right]$ و$[1; +\infty[$.
جدول التغيرات:
<table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$\frac{-1}{3}$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$u'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>$u(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>$\frac{-22}{27}$</td><td>↘</td><td>-2</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>ب) إثبات ان الدالة u تنعدم عند قيمة واحدة فقط. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال</td></tr>
</table>

	0.25	$]1;+\infty[$ وهي سالبة تماما على المجال $]-\infty;1[$. ج) بما أن المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}$ أي المعادلة $f(x)-xf'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا إذن يوجد مماس واحد لـ (C) يمر من المبدأ O.
	0.25	د) المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ وبما أن $u(1.83)\times u(1.84)\cong-1.968\times10^{-4}$ فإن $1.83<\alpha<1.84$.
	0.25	هـ) بما أن حل المعادلة $\mathrm{u(t)}=0$ هو α فإن حل المعادلة $g(x)=0$ هو $x=e^{\alpha}$ ومنه معادلة المماس $(T_{e^{\alpha}})$ المار من المبدأ من الشكل $y=\left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right)x$.
	1	III) 1) إنشاء المستقيم (T_{α}) والمنحنيين (C) و (Γ): 
	0.25	2) حلول العادلة $f(x)=mx$ على المجال $]1;10[$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$، نميز الحالات الآتية: * إذا كان $m\in\left]-\infty;\frac{f(10)}{10}\right]$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا واحدا على المجال $]1;10[$. * إذا كان $m\in\left]\frac{f(10)}{10};\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلين متمايزين على المجال $]1;10[$. * إذا كان $m=\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا مضاعفا على المجال $]1;10[$ هو e^{α}. * إذا كان $m\in\left]\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ لا تقبل حلولا على المجال $]1;10[$.