

التمرين الأول (6 نقاط) :

اختر من بين الاقتراحات الثلاثة الاجابة الصحيحة مع التبرير :

الاقتراح - ج-	الاقتراح - ب -	الاقتراح - أ-	
مضاعف للعدد $b$	$a + b = 3$	$a \equiv 3[b]$	1. إذا كان باقي قسمة $a$ على $b$ هو 3 نكتب :
يقبل القسمة على 3	عدد فردي	عدد زوجي	2. مجموعة كل ثلاثة أعداد طبيعية متتالية هو
20	7	12	3. عدد القواسم الطبيعية للعدد 648
$2017^{1438} \equiv -1[3]$	$2017 \equiv 1[3]$	$2017 = k + 3$	4. إذا كان: $2017 \equiv -2[3]$ فان: ...
الحد الخامس $v_7$	الحد الخامس $v_4$	الحد الخامس $v_5$	5. $(v_n)$ متتالية عددية حدها الاول $v_0$

التمرين الثاني (6 نقاط) :

ليكن العددان  $a = 1954$  و  $b = 2016$  .

1- أ- عين باقي قسمة كل من العددين  $a$  و  $b$  على 5.

ب- هل العددان  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 5 .

ج- استنتج باقي قسمة  $a^3 + b^3$  على 5 .

2- أتحقق أن  $a \equiv -1[5]$

ب- استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد بين  $a^{1998}$  و  $b^{1962}$  على 5.

3- بين أن  $2016^{1830} + 1954^{1945} - 3$  يقبل القسمة على 5.

التمرين الثالث (8 نقاط) :

1- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7 من أجل القيم من 0 إلى 6 للعدد الطبيعي  $n$  .

2- باستعمال خواص الموافقة أنقل ثم أتمم ما يلي :

$$5^{6k} \equiv \dots[7] \text{ و } 5^{6k+1} \equiv \dots[7] \text{ و } 5^{6k+2} \equiv \dots[7] \text{ و } 5^{6k+3} \equiv \dots[7] \text{ و } 5^{6k+4} \equiv \dots[7] \text{ و } 5^{6k+5} \equiv \dots[7]$$

3- عين باقي قسمة العدد الطبيعي  $5^{2017}$  على 7 .

4- تحقق أن :  $6 \equiv -1[7]$  .

5- بين أن العدد الطبيعي  $a$  حيث :  $a = 2 \times 5^{305} + 9 \times 10^3 - 4$  يقبل القسمة على 7 .

6- عين الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يقبل العدد  $n + 32 + 12^{6n+3}$  القسمة على 7

7-  $(u_n)$  معرفة بحددها العام  $u_n = 3n + 2$  أحسب الحدود  $u_{3n}$  و  $u_{n+1}$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_{n+1} - u_n$  بدلالة  $n$  .

تستطيع أن تنجح في حياتك و لو كان الناس يعتقدون أنك غير ناجح و لكن لن تنجح أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك غير ناجح

التمرين الأول (6 نقاط) :

اختيار الاجابة الصحيحة:

الاقتراح - أ-	الاقتراح - ب -	الاقتراح - ج-	
$a \equiv 3[b]$			1. إذا كان باقي قسمة $a$ على $b$ هو 3 نكتب :
		يقبل القسمة على 3	2. مجموعة كل ثلاثة أعداد طبيعية متتالية هو
		$648 = 2^3 \times 3^4$ عدد القواسم $(3+1)(4+1) = 20$	3. عدد القواسم الطبيعية للعدد 648
	$2017 \equiv -2[3]$ و $0 \equiv 3[3]$ بالجمع $2017 \equiv 1[3]$		4. إذا كان: $2017 \equiv -2[3]$ فان: ...
	$v_4$ الحد الخامس		5. $(v_n)$ متتالية عددية حدها الاول $v_0$

التمرين الثاني (6 نقاط) :

ليكن العددان  $a = 1954$  و  $b = 2016$  .

- أ- تعيين باقي قسمة كل من العددين  $a$  و  $b$  على 5 لدينا  $a \equiv 4[5]$  باقي قسمة  $a$  على 5 هو 4 و  $b \equiv 1[5]$  باقي قسمة  $b$  على 5 هو 1.  
ب- العددان  $a$  و  $b$  غير متوافقان بتحديد 5 لان ليس لهما نفس باقي القسمة على 5.  
ج- لدينا  $a \equiv 4[5]$  بالرفع الى قوى 3 نجد  $a^3 \equiv 4^3[5]$  بما ان  $64 \equiv 4[5]$  فإن (1).....  $a^3 \equiv 4[5]$  و لدينا  $b \equiv 1[5]$  بالرفع الى قوى 3 نجد (2).....  $b^3 \equiv 1[5]$  و منه  $a^3 + b^3 \equiv 5[5]$  بالجمع نجد  $a^3 + b^3 \equiv 5[5]$  و منه  $a^3 + b^3 \equiv 0[5]$  إذن باقي قسمة  $a^3 + b^3$  على 5 هو 0 .  
2. أ- لدينا  $1955 = (-1) - 1954$  مضاعف للعدد 5 و منه الموافقة  $a \equiv -1[5]$  صحيحة .  
ب- مما سبق  $a \equiv -1[5]$  بالرفع الى قوى 1998 نجد  $a^{1998} \equiv (-1)^{1998} [5]$  و منه  $a^{1998} \equiv 1[5]$  لان العدد 1998 عدد زوجي . و لدينا  $b \equiv 1[5]$  بالرفع الى قوى 1962 نجد  $b^{1962} \equiv 1[5]$  و باقي القسمة الاقليدية للعدد  $b^{1962}$  على 5 هو 1.  
3. لدينا  $1954 \equiv -1[5]$  بالرفع الى قوى 1945 نجد  $1954^{1945} \equiv (-1)^{1945} [5]$  و منه  $1954^{1945} \equiv -1[5]$  بالضرب في (-1) نجد  $1954^{1945} \equiv +1[5]$  و لدينا  $2016 \equiv 1[5]$  بالرفع الى قوى 1830 نجد  $2016^{1830} \equiv 1[5]$  و منه  $3 - 1954^{1945} + 2016^{1830} \equiv 5[5]$  و  $5 \equiv 0[5]$  و  $3 - 1954^{1945} + 2016^{1830} \equiv 0[5]$  بالجمع نجد  $\begin{cases} 2016^{1830} \equiv 1[5] \\ -1954^{1945} \equiv 1[5] \\ 3 \equiv 3[5] \end{cases}$  إذن  $3 - 1954^{1945} + 2016^{1830}$  يقبل القسمة على 5.

التمرين الثالث ( 8 نقاط ) :

- 1- تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7 من أجل القيم من 0 إلى 6 للعدد الطبيعي  $n$

$5^0 \equiv 1[7]$  و  $5 \equiv 5[7]$  و  $5^2 \equiv 4[7]$  و  $5^3 \equiv 6[7]$  و  $5^4 \equiv 2[7]$  و  $5^5 \equiv 3[7]$  و  $5^6 \equiv 1[7]$  و باقي قسمة  $5^n$  على 7 : لما  $n=0$  هو 1 و لما  $n=1$  هو 5 و لما  $n=2$  هو 4 و لما  $n=3$  هو 6 و لما  $n=4$  هو 2 و لما  $n=5$  هو 3 و لما  $n=6$  هو 1 .

2- باستعمال خواص الموافقة أنقل ثم أتمم ما يلي :لدينا  $5^6 \equiv 1[7]$  بالرفع الى قوى  $k$  نجد  $5^{6k} \equiv 1[7]$

بالضرب في 5 على التوالي نجد  $5^{6k+1} \equiv 5[7]$  و  $5^{6k+2} \equiv 4[7]$  و  $5^{6k+3} \equiv 6[7]$  و  $5^{6k+4} \equiv 2[7]$  و  $5^{6k+5} \equiv 3[7]$  .

3- بما  $2017 = 6 \times 336 + 1$  و هي من الشكل  $6k+1$  و منه  $5^{2017} \equiv 5[7]$  أي ان باقي قسمة  $5^{2017}$  على 7 هو 5 .

4- التحقق أن :  $6 \equiv -1[7]$  بما ان  $6 - (-1) = 7$  مضاعف للعدد 7 إذن الموافقة صحيحة .

5- بما أن  $305 = 6 \times 50 + 5$  هي من الشكل  $6k+5$  فإن  $5^{305} \equiv 3[7]$  بالضرب في 2 نجد  $2 \times 5^{305} \equiv 6[7]$  و

$10 \equiv 3[7]$  بالرفع الى قوى 3 نجد  $10^3 \equiv 27[7]$  و  $27 \equiv 6[7]$  و منه  $10^3 \equiv 6[7]$  بالضرب في 9 نجد

$9 \times 10^3 \equiv 54[7]$  و منه  $9 \times 10^3 \equiv 54[7]$  أي ان  $a \equiv 6 + 54 - 4[7]$  و  $a \equiv 56[7]$  و  $56 \equiv 0[7]$  إذن  $a \equiv 0[7]$  و منه  $a$  يقبل القسمة

على 7

6- تعيين الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يقبل العدد  $n + 32 + 12^{6n+3}$  القسمة على 7

$12 \equiv 5[7]$  يكافئ  $12^{6n+3} \equiv 5^{6n+3}[7]$  و  $32 \equiv 2[7]$  و منه  $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 2 + 5^{6n+3}[7]$  و  $5^{6n+3} \equiv 6[7]$  و

منه  $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 2 + 6[7]$  أي  $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 1[7]$  و منه  $n + 32 + 12^{6n+3} \equiv n + 1[7]$  القسمة على 7

يكافئ ان  $n + 1 \equiv 0[7]$  أي  $n \equiv -1[7]$  اي  $n = 7k - 1$  حيث ان  $k$  عدد طبيعي غير معدوم .

7- معرفة بعدها العام  $(u_n)$   $u_n = 3n + 2$

حساب الحدود  $u_{3n} = 3(3n) + 2 = 9n + 2$  و  $u_{n+1} = 3(n+1) + 2 = 3n + 5$  أي ان  $u_{3n} = 9n + 2$  و  $u_{n+1} = 3n + 5$

الاستنتاج :  $u_{n+1} - u_n = 3n + 5 - (3n + 2) = 3n + 5 - 3n - 2 = 3$  أي ان  $u_{n+1} - u_n = 3$