

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01.50	0,25	التمرين الأول (4 نقط) 1-أ) التحقق أن $2\sqrt{3}$ هو جذر لكثير الحدود $P(z) : P(2\sqrt{3}) = 0$
	0,50	ب) إيجاد a و b : $a = 2\sqrt{3}; b = 12$ $P(z) = (z - 2\sqrt{3})(z^2 + 2\sqrt{3}z + 12)$
	0,75	ج- حلول المعادلة $P(z) = 0$ في \mathbb{C} هي : $S = \{2\sqrt{3}; -\sqrt{3} + 3i; -\sqrt{3} - 3i\}$
02.00	0,50	2- أ) كتابة على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
	0,50	ب) لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ أي $(z_C - z_B) = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_A - z_B)$ ومنه C هي صورة B بالدوران r الذي مركزه A زاويته $\frac{\pi}{3}$.
	0,25	ج) المثلث ABC متقايس الأضلاع لأن $AC = AB$ و $(\overline{AB}; \overline{AC}) = \frac{\pi}{3}$.
	0,75	د) تعيين z_D : لدينا $t_{\overline{AB}}(C) = D$ يعني $\overline{AB} = \overline{CD}$ أي أن $z_D = 2\sqrt{3} - 6i$ -الرباعي $ABDC$ معين
00.50	0,50	3) المجموعة (Γ) هي حامل محور الفواصل باستثناء المبدأ O .

التمرين الثاني: (4نقاط)

01.00	0,50	1- أ) التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو : $(t \in \mathbb{R}) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$
	0,50	ب) لدينا $\overline{u_{(\Delta)}} \neq k\overline{u}$ و $\begin{cases} \lambda = 1 + 2t \\ 4 + \lambda = t \\ 2 - \lambda = 2 - t \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 5 = -2 \\ \lambda = -2 \\ t = 2 \end{cases}$ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي .
01.50	0,50	2- أ) بيان أن $B(-1; 3; 1)$ هي المسقط العمودي لـ A على المستقيم (Δ')
	0,50	ب) التحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من (Δ) و (Δ') يكفي أن نبين أن المستقيم $AB \perp \overline{u_{(\Delta)}}$ و $AB \perp \overline{u}$.
	0,50	ج- استنتاج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ') $d((\Delta); (\Delta')) = \sqrt{14}$
01.50	0,25	3) أ) التحقق أن $N \in (\Delta')$
	0,50	كتابة عبارة $h(t)$ بدلالة t : $h(t) = 3t^2 - 6t + 17$
	0,50 + 0,25	ب) استنتاج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن $h'(t) = 6t - 6$ من اتجاه تغير $h'(t) = 0$ معناه $6t - 6 = 0$ معناه $t = 1$ المقارنة بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB . لدينا : $AB = \sqrt{h(1)} = \sqrt{14}$

		التمرين الثالث: (5نقاط) 1- (أ) نبين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I . من أجل كل x من I ، $f'(x) = \frac{169}{(9x+13)^2} > 0$ وبالتالي الدالة f متزايدة تماما على المجال I .
01.00	0,5	(ب) نبين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، فإن $f(x)$ ينتمي إلى I الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;4]$ ومنه من أجل $x \in [0;4]$ فإن $f(x) \in [f(0);f(4)]$ أي $f(x) \in [0; \frac{52}{49}]$ و $[0; \frac{52}{49}] \subset [0;4]$ إذن من أجل $x \in [0;4]$ فإن $f(x) \in [0;4]$.
02.00	1 +	(2) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 4$. (ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : المتتالية (u_n) متزايدة على \mathbb{N} - المتتالية متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى .
00.25	0,25	(3) بيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$
	0,50 +	(4) (أ) البرهان أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 . متتالية حسابية أساسها $r=9$ وحدها الأول $v_0 = \frac{21}{4}$.
1.75	0,25	(ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n = v_0 + nr$ ومنه $v_n = \frac{21}{4} + 9n$
	0,75	(ج) البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{52}{36n+13}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

		التمرين الرابع: (7نقاط) 1 (I) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها . $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -\infty$ الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$ ، ولدينا: $g'(x) = e + \frac{2}{x+1}$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ ، جدول التغيرات
01.25	0,25 × 5	(2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0,34 < \alpha < -0,33$ (مبرهنة القيم المتوسطة)
00.50	0,50	(3) استنتاج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$. $g(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-1; \alpha]$ و $g(x) \geq 0$ من $x \in [\alpha; +\infty[$

02.50	0,25 × 4	II (أ) إثبات $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ وحساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وتفسير النتيجة هندسياً. لدينا: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ومنه $x = -1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ومنه محور الفواصل مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$
	0,50	ب) نبين أنه، من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^3}$.
	0,50	ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $]-1; +\infty[$ ، الدالة f متناقصة تماماً على $[\alpha; +\infty[$ ، ومتناقصة تماماً على $]-1; \alpha]$. ثم تشكيل جدول تغيراتها
	0,50	د) تمثيل المنحنى (C_f) .
01.00	0,50	2-أ) نبين أن الدالة: $x \mapsto -\frac{1}{x+1}(1 + \ln(x+1))$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1; +\infty[$.
	0,50	ب) حساب المساحة: $S = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \right) dx$ ومنه: $S = \left[e \ln(x+1) - \frac{1}{x+1}(1 + \ln(x+1)) \right]_0^1 = \frac{1 + (2e-1)\ln 2}{2}$ u.a
01.25	0,75	3 (أ) المجال $]-1; 1[$ متناظر بالنسبة الى العدد 0 و $k(-x) = k(x)$ وبالتالي k دالة زوجية ب) رسم (C_k) انطلاقاً من (C_f) : لدينا $k(x) = \begin{cases} f(x); x \in]-1; 0[\\ f(-x); x \in [0; 1[\end{cases}$ إذن من أجل $x \in]-1; 0[$ ، (C_k) ينطبق من (C_f) ، ثم نتم الرسم باستعمال التناظر بالنسبة لمحور الترتيب
	0.5	ج) المناقشة البيانية

الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01.25	0.75	التمرين الأول: (05 نقاط) 1- أ) A, B, C تعين مستويا
	0.50	ب) تبين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x - 7y - 2z - 3 = 0$
00.50	0.50	2- المعادلة الديكارتية للمستوي: $(p): x + z + 1 = 0$
00.75	0.50	3- أ) تبيان التمثيل الوسيطى للمستقيم (D) هو $\begin{cases} x = -t - 1 \\ y = -\frac{4}{7}t - \frac{5}{7} \\ z = t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$
	0.25	ب) إثبات (D) عمود في المثلث ABC
02.00	0.50	4- أ) إثبات أن الجملة المعطاة تمثيل وسيطي لـ (Δ)
	0.75	ب) $(D) \cap (\Delta) = \left\{ G\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right) \right\}$
	0.25	ج) ABC مثلث متساوي الساقين
	0.50	د) G مركز ثقل المثلث ABC
00.50	0.50	5- طبيعة وعناصر المجموعة: سطح كرة مركزها G و $r = 1$

		التمرين الثاني: (4.50 نقاط)
01.25	0.25	1- أ) تكافؤ المعادلتين
	01	ب) حل المعادلة $(E) S = \left\{ -\frac{5}{2}; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$
02.00	0.50	2- أ) $z_B = e^{\frac{\pi}{3}i}$ و $z_A = e^{-\frac{\pi}{3}i}$
	0.50	ب) انشاء النقط $D; C; B; A$
	0.50	ج) اثبات المساواة
	0.50	د) المثلث ABC متقايس الاضلاع
00.75	0.25 0.50	3- انشاء النقطة F وطبيعة المثلث (AFC) قائم في A لأن $AB = 0.5CF$
00.50	0.50	4- طبيعة المجموعة (Γ) (نصف مستقيم)

التمرين الثالث: (4.50 نقطة)		
01.00	1.00	1- (V_n) مهندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ و $v_0 = -\frac{1}{2}$
01.25	0.25	2- أ) عبارة v_n بدلالة n : $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$
	0.75	ب) استنتاج عبارة الحد العام $u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}}$
	0.25	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
02.25	0.75	3- أ) حساب المجموع $S_n = -\frac{2}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$
	0.75	ب) التحقق أن $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$
	0.75	ج) حساب المجموع $S'_n = \frac{1}{9}\left[3n + 5 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$

التمرين الرابع (6نقط)		
02.00	0.25×3	I 1- أ) حساب $g'(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x) = 2e^x - 2x - 1$ ، - دراسة اتجاه تغير الدالة g' . من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g''(x) = 2e^x - 2$ ، - ومنه الدالة g' متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ و متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
	0.25	ب) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x) > 0$ الدالة g' تقبل قيمة حدية صغرى على \mathbb{R} وهي $g'(0) = 1$ ومنه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x) > 0$
	0.5 + 0.5	ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ الدالة g متزايدة تماما على \mathbb{R} جدول التغيرات
00.50	0.5	2- نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38 < \alpha < -1,37$. (بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة)
00.25	0.25	3- استنتاج إشارة $g(x)$ ، من أجل كل عدد حقيقي x . $g(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-\infty; \alpha]$. $g(x) \geq 0$ من أجل $x \in [\alpha; +\infty[$.
01.50	0.5	II 1- أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0.5	ب) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$.

	0.25×2	ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ، الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; \alpha]$ و $[0; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[\alpha; 0]$. جدول التغيرات :
01.75	0.5+0.25	-2 أ) تبيان أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
	0.25 +	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x^2) = 0$
	0.25	تفسير النتيجة : المنحنى (C_f) والمنحنى الممثل للدالة $x \mapsto x^2$ متقاربان عند $+\infty$.
	0.5	ج) رسم المنحنى (C_f)