

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 047

المحتوى المعرفى : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحدث : 2015/04/20

نص التمرين : (***)

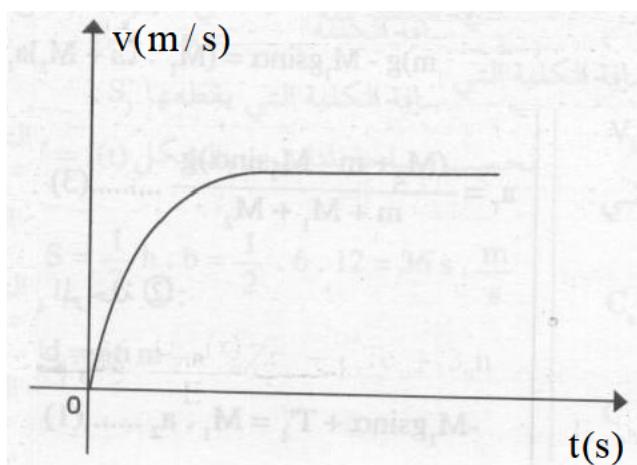
عند اللحظة $t = 0$ نترك كرة تنس كتلتها $g = 57 \text{ m}$ لتسقط في الهواء ، ندرس حركة مركز العطالة للكرة في المرجع السطحي الأرضي المزود بالمعلم المستقيم (O, \vec{k}) حيث \vec{k} شاقولي و موجه نحو الأسفل .
تظهر نتائج الدراسة أن سرعة مركز عطالة الكرة تحقق المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v^2$$

حيث : $A = 9.8 \text{ m/s}^2$ ، $B = 0.02 \text{ m}$.

تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة احتكاك ، شدتها تعطى بالعلاقة : $\|\vec{f}\| = k \cdot v^2$.

- 1- ما هي القيمة الابتدائية لشدة القوة ؟ كيف تتغير شدة القوة مع الزمن أثناء السقوط ؟
- 2- ما هي القوى الخارجية الأخرى المطبقة على الكرة ؟ هل تتغير شدة هذه القوى أثناء السقوط ؟
- 3- باستعمال المعادلة التفاضلية أوجد قيمة تسارع مركز عطالة الكرة عند اللحظة $t = 0$.
- 4- أكتب عند $t = 0$ قانون نيوتن الثاني و استنتج أنه يمكن إهمال إحدى القوى الخارجية المطبقة على الكرة أثناء دراسة حركتها .
- 5- باستعمال المعادلة التفاضلية ، أوجد قيمة السرعة الحدية v_h .
- 6- إن المنحنى البياني الذي يمثل تغيرات السرعة v بدلالة الزمن له الشكل التالي :



- أ- مثل المماس عند اللحظة $t = 0$ ، و كذا المستقيم المقارب للمنحنى عند $t \rightarrow \infty$ ، أكتب معادلة هذا الأخير .
- ب- هي قيمة معامل توجيه هذا المستقيم ؟
- ب- كيف نسمى اللحظة الموافقة لفاصلة نقطة تقاطع مماس المنحنى $v(t)$ عند $t = 0$ و المستقيم المقارب لنفس المنحنى عند $t = \infty$ ، أوجد قيمة هذه اللحظة .
يعطى : $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

حل التمرين

1- القيمة الابتدائية لساعة قوة الاجتذاب :

- الكرة تسقط بدون سرعة ابتدائية ، اي $v=0$

$$t=0 \rightarrow v=0$$

وكون أن : $f = K v^2$ تكون قنطرة قوة الاجتذاب معرفة.

- اثناء السقوط تكون حركة الكرة متسرعة اي السرعة

تنزيل ، وعليه قنطرة قوة الاجتذاب $f = K v^2$ (تنزيل أرجحنا).

- القوى الخارجيه الأخرى المضيقه على الكرة :

$$\Phi = mg \quad \text{حيث} \quad \Phi = mg$$

$$\Pi = mg$$

- هاتين القوتين (Φ ، Π) هاتين في السددة كون أن m

ثوابت وعليه قهي Φ تغير اثناء الحركة .

3- قيمة التنسع عند اللحظة $t=0$:

$$\theta_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0}$$

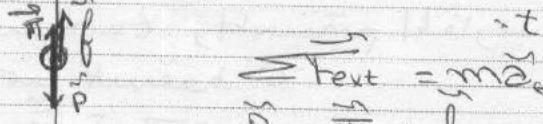
و عند اللحظة $t=0$ يكون $v=0$ ، بالفرض في المعاير

التفاضلية نجد :

$$\theta_0 = A - B(0) \rightarrow \theta_0 = A = 9,8 \text{ m/s}^2$$

4- قانون نيوتن عند $t=0$:

- بتصنيق قانون نيوتن على الجملة (كر) في مرجع مرتبطة



$$\Sigma F_{\text{ext}} = m \ddot{v}$$

$$\tilde{P} + \tilde{\Pi} + f = m \ddot{v}$$

- عند اللحظة $t=0$ يكون $\ddot{v} = 0$ في هذه الحالة

ومنه تصبح عباره قانون نيوتن :

$$\tilde{P} + \tilde{\Pi} = m \ddot{v}_{(t=0)}$$

- اثناء أنه يحن إهمال أحدى القوى الخارجيه

- بتحليل العلاقة السعويه السابقة وعنه المعمور (3) أي (3)

$$P - \Pi = m \cdot \ddot{v}_{(t=0)}$$

$$mg - \Pi = m \ddot{v}_{(t=0)}$$

و- وجدنا سارقاً $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ، حيث أن $a(t=0) = 9,8 \text{ m/s}^2$ يكون:

$$9,8 - \frac{\pi}{m} = 9,8 \rightarrow -\frac{\pi}{m} = 9,8 - 9,8 = 0 \rightarrow \pi = 0$$

- إذن يمكن إهمال دائرة أرخميدس أمام القوى الأخرى.

5- قيمة السرعة الحرية:

لدينا المعادلة التقاربية السابقة:

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$$

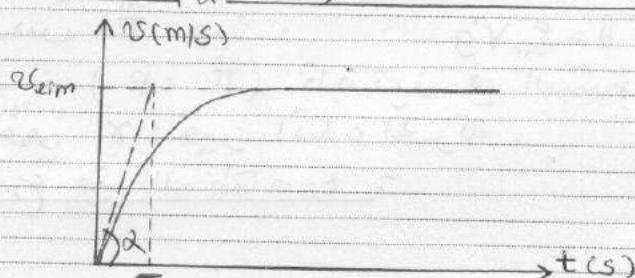
حيث المطام الباقي يكون $\Rightarrow v = v_0 + \frac{dv}{dt}$

بالتقدير في التقاربية التقاربية نجد:

$$0 = A - Bv_0 \rightarrow Bv_0 = A \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9,8}{0,02}} = 22,14 \text{ m/s}$$

6- تمثل الخطاب $v(t)$ واطلاق المقارب v_0 عند $t=0$:



- معادلة المقارب عند $t=\infty$ هي $v = v_{\infty}$.

- معامل التوجيه عند اللحظة $t=0$ هو قيمة التسارع ($\alpha = \frac{dv}{dt}$)

عند اللحظة $t=0$ ، إذن معامل التوجيه والذى نعتبره

$$\alpha = 9,8 \text{ m/s}^2$$

- سمي اللحظة المعرفة لنقطة قطاع مماس المنحنى ($v(t)$)

عند $t=0$ واطلاق المقارب لقى انتهى عند $t=\infty$ بال الزمن

أكبر السقوط Δ

* قيمة Δ

مماثلة، معامل التوجيه ($\alpha = 9,8 \text{ m/s}^2$) هو نفسه قيمة التسارع

عند اللحظة $t=0$ وعليه يمكن كتابة، اعتماداً على البيانات:

$$\alpha = \frac{v_{\infty} - v_0}{t} \rightarrow \Delta = \frac{v_{\infty} - v_0}{\alpha}$$

$$\Delta = \frac{22,14}{9,8} = 2,26 \text{ s}$$