www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

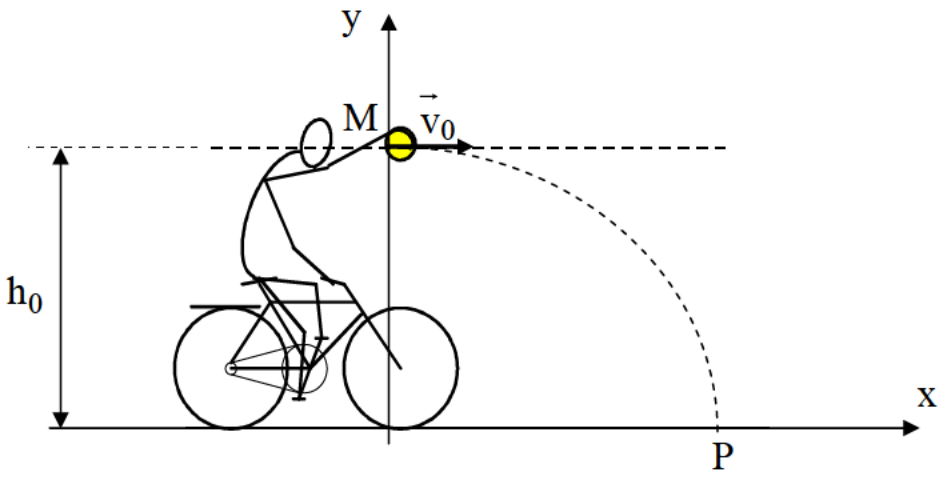
3AS U05 - Exercice 044

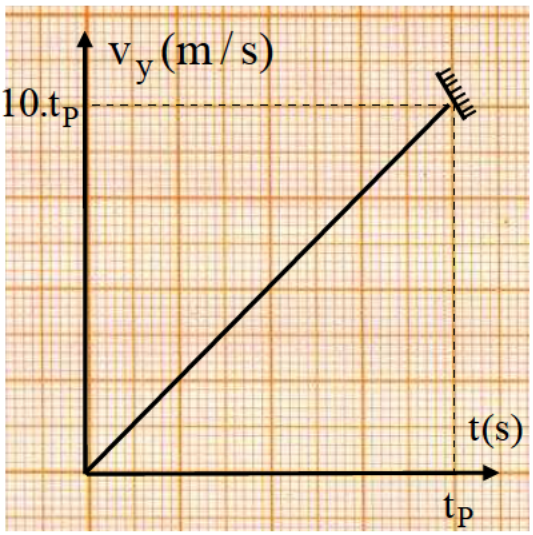
المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكة .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (***)

من موضع M ، ترك دراج كرة تنس كتلتها m تسقط في اللحظة t = 0 من نقطة ترتفع عن سطح الأرض بمقدار $h_0 = 1.8\ m$ و هو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بسرعة $v = 2\ m.s^{-1}$ ، بالنسبة لمرجع سطحي أرضي منسوب إليه معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ متعامد و باعتبار مقاومة الهواء مهملة و $g = 10\ m.s^{-2}$.





1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن . أدرس طبيعة حركة الكرة .

2- عين خصائص شعاع السرعة الإبتدائية $\vec{v}_0$ للكرة .

3- أوجد المعادلات الزمنية للحركة ثم استنتج معادلة المسار $y = f(x)$.

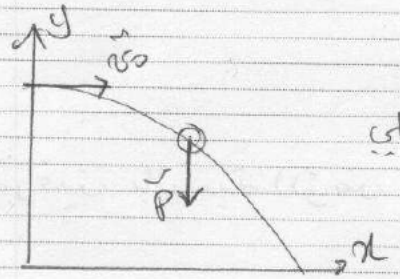
4- اعتمادا على المنحنى $v_y(t)$ المقابل أوجد t_P لحظة وصول الكرة إلى الأرض في الموضع P .

5- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة + أرض) ، بين أن عبارة سرعة الكرة عند وصولها لسطح الأرض تعطى بالعبارة :

$$v_P = \sqrt{v_0^2 + 2\,g.h_0}$$

- نعتبر المستوي الأفقي المار من P مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

حل التمرين



1- دراسة طبيعة الحركة :

- الجملة المدروسة : الكرة
- مرجع الدراسة : سطح الأرض نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox ، oy :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -P = ma_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

و ثانية وهنه :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

2- خصائص $\vec{v_0}$:

بالنسبة للمرجع الأرضي المختار ، تملك الكرة نفس سرعة الدراج ، وعندما يتركها تسقط تكون مميزات متجاه السرعة الابتدائية $\vec{v_0}$ كما يلي :

- نقطة التأثير : موضع ترك الكرة
- المنحى : الأمام
- الجهة : جهة حركة الدراج .
- الطويلة : هي نفسها سرعة الدراج أي : $v_0 = 2m/s$.

3- المعادلات الزمنية للحركة وصعادلة المسار :

لدينا سابقا :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض:

$$\begin{cases} v_0 = C_1 \longrightarrow C_1 = v_0 \\ 0 = -g(0) + C_2 \longrightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

يصبح:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

بكامل الطرفين بالنسبة للزمن:

$$\begin{cases} x = v_0 t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + C_2' \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \longrightarrow C_1' = 0 \\ y = h_0 \longrightarrow C_2' = h_0 \end{cases}$$

يصبح:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0 \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_0^2}\right) + h_0$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h_0$$

4- لحظة وصول الكرة إلى الأرض في الموضع P :

h_0 هي المسافة التي تقطعها الكرة على المحور oy بين اللحظتين $t=0$ ولحظة بلوغ الذروة t_p أي:

$$h_0 = S = \frac{v_0 t_p \times t_p}{2}$$

$$h_0 = \frac{v_0 t_p^2}{2} \rightarrow h_0 = 5t_p^2 \rightarrow t_p = \sqrt{\frac{h_0}{5}}$$

$$t_p = \sqrt{\frac{1,8}{5}} \rightarrow t_p = 0,6\,s$$

5- إثبات أن : $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$

- الجملة المدروسة (كرة + أرض)
- مرجع الدراسة : سطح الأرض نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : (لا توجد) .
- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين M و P :

$E_M + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقاومة}} = E_P$

$E_{CM} + E_{PPM} = E_{CP} + E_{PPP}$

$\frac{1}{2}m v_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}m v_P^2 + 0$

$v_0^2 + 2gh_0 = v_P^2 \rightarrow v_P = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$