www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

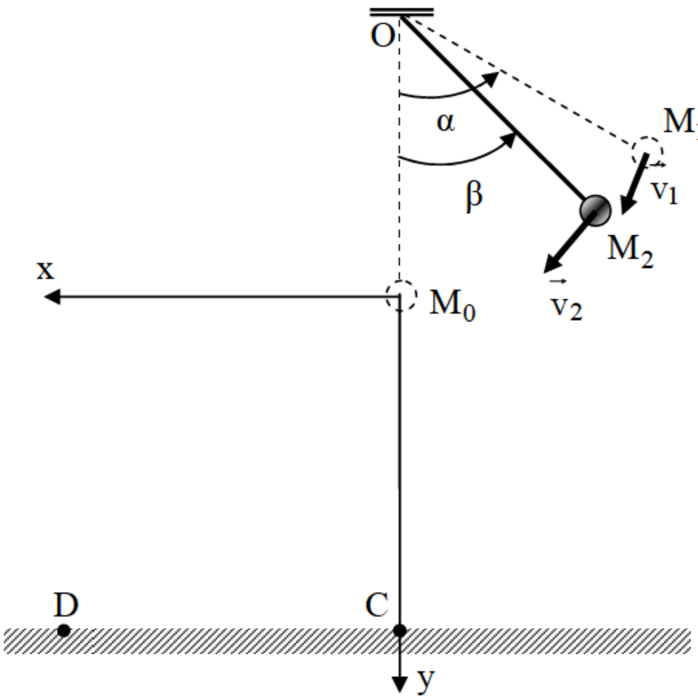
3AS U05 - Exercice 043

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (***)

يتكون نواس بسيط من كرية نعتبرها نقطية كتلتها $m = 100\ g$ معلقة بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط ، طوله $\ell = 0.5\ m$ ، يزاح النواس عن وضع توازنه المستقر بزاوية $\alpha = 60°$ ، ثم تدفع الكرية بسرعة $v_1 = 2\ m/s$ حاملها عمودي على الخيط و يقع في المستوي الشاقولي الذي يحتوي على (OM_0) (الشكل) .



1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرية) بين اللحظتين t_1 ، t_2 الموافقتين للوضعين (M_1) ، (M_2) أوجد عبارة سرعة الكرية v_2 عند الموضع M_2 يعبر عنها بالعلاقة التالية ثم أحسب قيمتها من أجل $\beta = 30°$:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell\,(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة شدة توتر الخيط T في الوضع M_2 بدلالة m ، g ، v_2 ، β ثم احسب T من أجل $\beta = 30^0$.

3- أحسب سرعة الكرية v_0 لحظة مرورها بوضع التوازن (M_0) .

4- في اللحظة التي تصل فيها الكرية إلى النقطة (M_0) ينقطع الخيط فتواصل الكرة حركتها و تسقط على الأرض عند النقطة (D) (الشكل) .

أ- أدرس طبيعة حركة الكرية بعد انقطاع الخيط في المعلم $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ و اكتب المعادلتين الزمنيتين $x\ (t)$ ، $y\ (t)$ ، ثم معادلة المسار $y\ (x)$ ، نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة انقطاع الخيط عند الموضع M_0 .

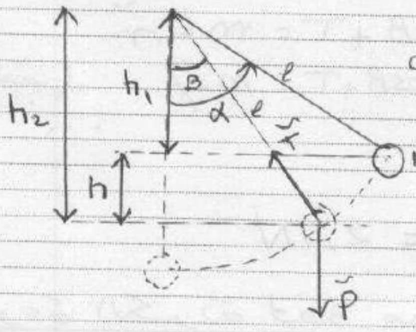
ب- أحسب المسافة (CD) علما أن $M_0C = 1.25\ m$.

<u>يعطى :</u> $\cos30° = 0.86$ ، $g = 10\ m/s^2$

حل التمرين

1- عبارة السرعة v_2 بدلالة v_1 ، g ، l ، α ، β :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ ، قوة التوتر $\vec{T}$ حيث : $W(\vec{T}) = 0$
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين M_1 ، M_2 :



$$E_1 + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_2$$

$$E_c + W_{1-2}(\vec{P}) = E_c$$

- $E_{c1} = \frac{1}{2} m v_1^2$
- $W_{1-2}(\vec{P}) = m g h$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_2 - h_1 \\ \cos\alpha = \frac{h_1}{l} \rightarrow h_1 = l \cos\alpha \\ = \frac{h_2}{l} \rightarrow h_2 = l \cos B \end{cases}$$

ومنه :

$$h = l\cos B - l\cos\alpha = l(\cos B - \cos\alpha)$$

ومنه تصبح عبارة عمل قوة الثقل :

$$W_{1-2}(\vec{P}) = m g l(\cos B - \cos\alpha)$$

- $E_{c2} = \frac{1}{2} m v_2^2$

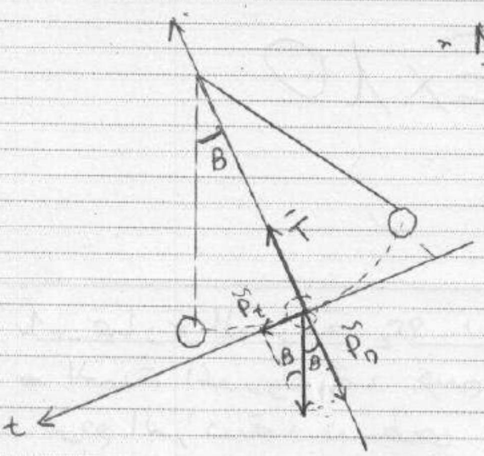
تصبح معادلة انحفاظ الطاقة كما يلي :

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 + \cancel{m} g l(\cos B - \cos\alpha) = \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2$$

$$v_1^2 + 2gl(\cos B - \cos\alpha) = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gl(\cos B - \cos\alpha)}$$

$v_2 = \sqrt{(2)^2 + 2\times10\times0{,}5\,(\cos30 - \cos60)} = 2{,}76\ m/s$



- عبارة توتر الخيط T عند الموضع M_2 :
- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (كرة) في المرجع السابق :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي :

$-p\cos\beta + T = m\,a_n$

$-mg\cos\beta + T = m\dfrac{v_2^2}{l}$ (نصف القطر)

$T = mg\cos\beta + \dfrac{m v_2^2}{l}$

$T = (0{,}1\times10\times0{,}86) + \dfrac{0{,}1\,(2{,}76)^2}{0{,}5} = 2{,}4N$

3- سرعة الكرية لحظة مرورها بوضع التوازن M_0 :

لدينا سابقا عند الموضع M_2 :

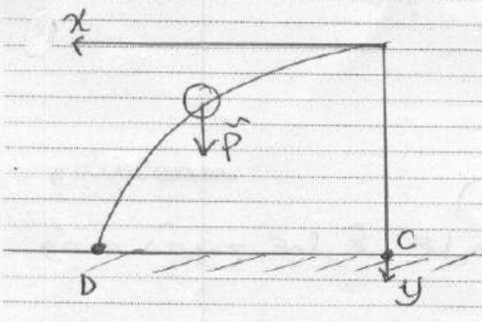
$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gl(\cos\beta - \cos\alpha)}$

وفي الموضع M_0 اي يكون $\beta = 0$ يمكن كتابة :

$v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2gl(1 - \cos\alpha)}$

$v_0 = \sqrt{(2)^2 + 2\times10\cdot0{,}5(1 - \cos60)} = 3\ m/s$

4- ب - دراسة طبيعة الحركة وكتابة المعادلات :



- الجملة المدروسة : كرة
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\vec{P} = m\vec{a}$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين ox :

$\begin{cases} 0 = m a_x \\ p = m a_y \end{cases}$

$\begin{cases} 0 = m a_x \\ \cancel{m}g = \cancel{m}a_y \end{cases} \longrightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$

g ثابتة ومنه :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متسارعة بانتظام :

- المعادلات الزمنية ومعادلة المسار :

لدينا سابقا :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = gt + C_2 \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية

$$t=0 \longrightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 = C_1 \longrightarrow C_1 = v_0 \\ 0 = g(0) + C_2 \longrightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} x = v_0 t + C_1' \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + C_2' \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية

$$t=0 \longrightarrow \vec{r} \begin{cases} x=0 \longrightarrow C_1' = 0 \\ y=0 \longrightarrow C_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

- من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$ ، بالتعويض في $y(t)$:

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{v_0^2}\right) \longrightarrow y = \frac{g}{2 v_0^2} x^2$$

- المسافة (CD) :

من الشكل : $CD = x_D$ ، ولدينا $y_D = MC = 1{,}25\,m$ ، بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$1{,}25 = \frac{10}{2(3)^2} (CD)^2 \longrightarrow CD = 1{,}5$$

$$CD = \sqrt{\frac{1{,}25 \times 2 \times (3)^2}{10}} = 1{,}5\,m$$