تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

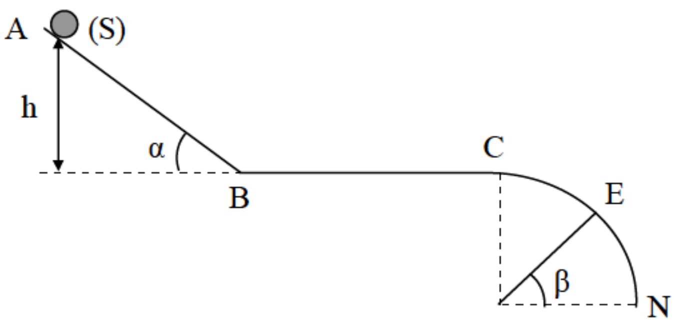
3AS U05 - Exercice 041

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2003 - علوم دقيقة) (***)

ينزلق جسم صلب (S) يمكن اعتباره نقطيا كتلته $m = 0.1\ kg$ ، على طريق ABCN (أنظر الشكل أدناه) .



- AB منحدر ، تقع (A) على ارتفاع " h " من المستوي الأفقي المار من (B) طوله $AB = 10\ m$.
- BC طريق أفقي طوله $22.75\ m$.
- CN طريق على شكل ربع دائرة مركزها (o) و نصف قطرها $R = 3\ m$ ، تقع على مستوي شاقولي . تهمل كل قوى الإحتكاك على هذا الجزء من المسار . يعطى : $g = 10\ m/s^2$

1- ينطلق الجسم (S) من النقطة (A) دون سرعة ابتدائية ليصل إلى (B) بسرعة $v_B = 10\ m/s$ ، بفرض قوى الإحتكاك مهملة:

أ- أوجد الارتفاع الذي هبط منه الجسم .

ب- ما هي طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) عند انتقاله من (A) إلى (B) ؟

جـ- أحسب تسارع هذه الحركة إن وجد .

2- يواصل الجسم (S) حركته على الجزء (BC) في وجود قوة احتكاك شدتها ثابتة .

أ- أرسم القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S) على الجزء من هذا المسار ؟

ب- أحسب شدة قوة الإحتكاك إذا علمت أن السرعة في (C) هي $v_C = 3\ m/s$.

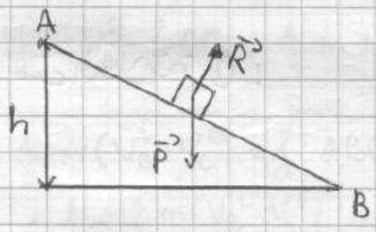
3- يغادر الجسم (S) المسار الدائري في النقطة (M) حيث $\widehat{NoE} = \beta$.

أ- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) في النقطة M بدلالة β ، g ، r.

ب- أوجد قيمة الزاوية β .

أجوبة مفصلة

1- الارتفاع الذي يهبط منه الجسم :



* الجملة المدروسة : جسم (S)
* مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا
. القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A-B}(\vec{P}) + W_{A-B}(\vec{R}) = E_{CB}$$

$$E_A = 0 \quad (V_A = 0)$$

$$\bullet\ W_{A-B}(\vec{P}) = mgh$$

$$\bullet\ W_{A-B}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \vec{AB})$$

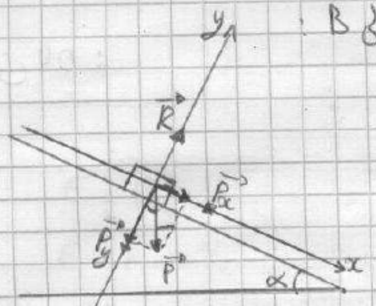
$$\bullet\ E_{CB} = \frac{1}{2} m V_B^2$$

يصبح لدينا :

$$\cancel{m} gh = \frac{1}{2} \cancel{m} V_B^2$$

$$h = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(10)^2}{2\times 10} = 5m$$

د - طبيعة حركة مركز عطالة (S) من A الى B :



بتطبيق (مبدأ) القانون الثاني لنيوتن على الجملة جسم (S) في المرجع السابق :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P}+\vec{R} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P\sin\alpha = m a_G \quad \dots (1) \\ -P\cos\alpha + R = 0 \quad (2) \end{cases}$$

من العلاقة (1) :

$$\cancel{m} g \sin\alpha = \cancel{m} a_x$$

$$\boxed{a_x = g\cdot\sin\alpha}$$

α و g ثوابت وعليه قيمة التسارع ثابتة وكون أن المسار مستقيم لكون حركة مركز عطالة (S) على المستوي المائل مستقيمة متغيرة بانتظام.

ج - قيمة التسارع :

$$a_x = g\cdot\sin\alpha$$

من الشكل

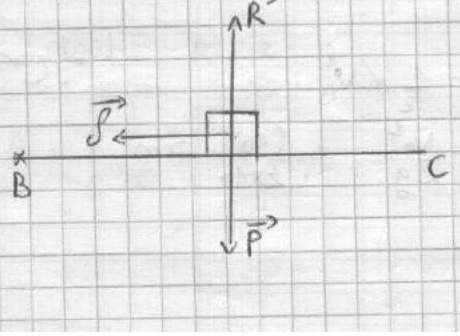
$$\sin\alpha = \frac{h}{AB}$$

ومنه :

$$a_x = g\cdot\frac{h}{AB}$$

$$a_x = 10\times\frac{5}{10} = 5\,m/s^2$$

2 - أ - تمثيل القوى الخارجية :



ب- شدة قوة الاحتكاك :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (S) في المرجع السابق بين B و C :

$$E_B + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_C$$

$$E_{CA} + W_{B-C}(\vec{P}) + W_{B-C}(\vec{R}) + W_{B-C}(\vec{f}) = E_{CC}$$

- $E_{CB} = \frac{1}{2} m V_B^2$
- $W_{B-C}(\vec{P}) = 0 \quad (\vec{P} \perp \vec{BC})$
- $W_{B-C}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \vec{BC})$
- $W(\vec{f}) = -f \cdot BC$
- $E_{CC} = \frac{1}{2} m V_C^2$

يصبح لدينا :

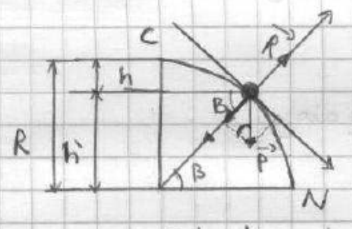
$$\frac{1}{2} m V_B^2 - f \cdot AC = \frac{1}{2} m V_C^2$$

$$\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_C^2) = f \cdot BC$$

$$f = \frac{\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_C^2)}{BC}$$

$$f = \frac{0,5 \times 0,1 (10^2 - 3^2)}{22,75} = 0,2\ N$$

3- أ- عبارة سرعة الجسم (S) عند E :



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) في المرجع السابق :

$$E_C + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_M$$

$$E_{CC} + W_{C-M}(\vec{P}) + W_{C-M}(\vec{R}) = E_{CM}$$

- $E_{CC} = \frac{1}{2} m V_C^2$
- $W(\vec{P}) = mgh$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = R - h' \\ \sin\beta = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = R \sin\beta \end{cases}$$

ومنه :

$$h = R - R\sin B = R(1-\sin B)$$

تصبح عبارة $W_{C-M}(\vec{P})$:

$$W_{C-M}(\vec{P}) = mg\,R(1-\sin B)$$

• $W_{C-M}(\vec{R}) = 0$ (R مار بمركز الدائرة)

• $E_{CM} = \frac{1}{2} m V_m^2$

ويصبح لدينا :

$$\frac{1}{2} m V_C^2 + mg\,R(1-\sin B) = \frac{1}{2} m V_M^2$$

$$V_C^2 + 2g\,R(1-\sin B) = V_M^2$$

$$V_M = \sqrt{V_C^2 + 2g\,R(1-\sin B)}$$

ت- قيمة الزاوية B :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم S) في المرجع السابق :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية على المحور الناظمي :

$$P_n - R = m a_n$$

من الشكل :

$$\sin B = \frac{P_n}{P} \rightarrow P_N = P.\sin B$$

ومنه يصبح :

$$P.\sin B - R = m a_n$$

$$mg\sin B - R = m\frac{V_m^2}{r}$$

في اللحظة التي يغادر فيها الجسم (S) المسار الدائري يكون R=0

ومنه يصبح :

$$m.g.\sin B = m\frac{V^2}{r}$$

بتعويض عبارة V_m المتحصل عليها :

$$g\sin B = \frac{V_C^2 + 2gr(1-\sin B)}{r}$$

$$g\sin B = V_C^2 + 2gr - 2gr\sin B$$

$$gr\sin B + 2gr\sin B = V_C^2 + 2gr$$

$$3gr\sin B = V_C^2 + 2gr$$

$$\sin B = \frac{V_C^2 + 2gr}{3gr}$$

$$\sin B = \frac{(3)^2 + (2\times 10\times 3)}{3\times 10\times 3} \simeq 0{,}77$$

$$B \simeq 50°$$