www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 040

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2014/09/01

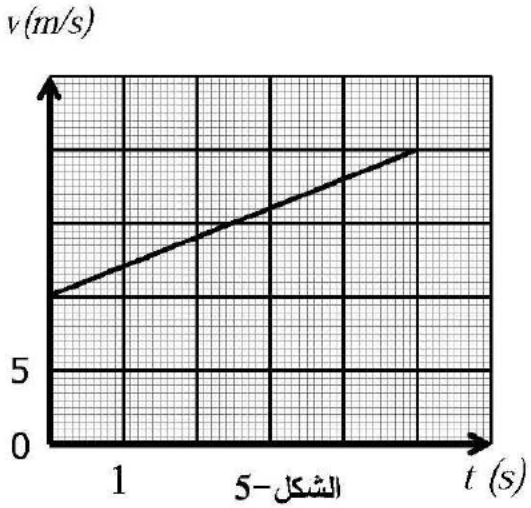
نص التمرين : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (***)

يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية أحد التحديات التي تواجه المجازفين. إنّ التغلب على هذه التحديات يتطلب التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي.

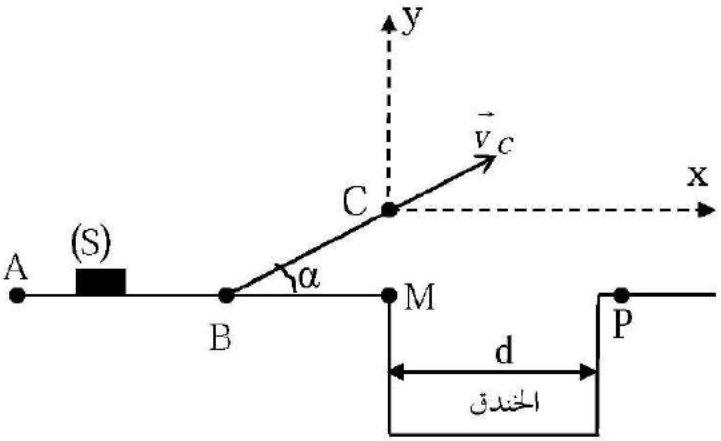
يتكون مسلك المجازفة من قطعة مستقيم أفقية AB، وأخرى BC تميل عن الأفق بزاوية: $\alpha = 10^\circ$، وخندق عرضه d (الشكل-4). ننمذج الجملة (الدراج + الدراجة) بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته: $m = 170kg$.

تعطى: $g = 10m/s^2$.

1- تمر الجملة (S) بالنقطة A في اللحظة: $t = 0\ s$ بسرعة: $v_A = 10m/s$، وفي اللحظة: $t_1 = 5s$ تمر من النقطة B بالسرعة v_B. (الشكل-5) يمثّل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة بدلالة الزمن.



الشكل-5



الشكل-4

اعتمادا على البيان: أ- حدّد طبيعة الحركة ، ثمّ استنتج تسارع مركز عطالة الجملة (S).

ب- احسب المسافة المقطوعة AB.

2- تخضع الجملة في الجزء BC لقوة دفع المحرك $\vec{F}$، وقوة احتكاك شدتها: $f = 500N$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِدْ شدة القوة $\vec{F}$ حتى تبقى للجملة (S) نفس قيمة التسارع في الجزء AB.

3- تصل الجملة (S) إلى النقطة C بسرعة: $v_c = 25m/s$ وتغادرها لتسقط في النقطة P.

أ- باعتبار لحظة المغادرة مبدأ للأزمنة، ادرس حركة مركز عطالة الجملة (S) في المعلم (Cx,Cy) ثمّ جِدْ معادلة مسارها.

ب-هل يجتاز الدراج الخندق أم لا ؟ برّر إجابتك، علما أن: $d = 40\ m$، و $BC = 56,3\ m$.

حل التمرين

1- P طبيعة الحركة وتسارعها:

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ ، وكون أن $a > 0$ ، $v > 0$ يكون $\Delta v > 0$ ومنه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{5 - 0} = 2\ m/s$$

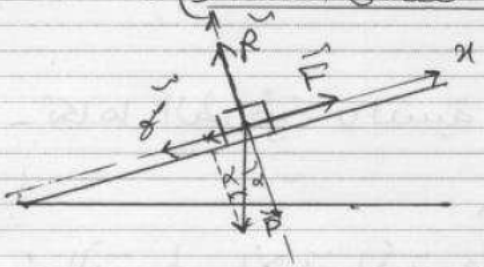
ب- المسافة AB:

تمثل AB المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t = 0$ و $t_1 = 5s$ ومن البيان $v(t)$ وباستعمال طريقة المساحات يكون:

$$AB = \frac{(10 + 20)(5 - 0)}{2} = 75\ m$$

ج- شدة القوة F حتى تبقى للجملة نفس التسارع:

- الجملة المدروسة:
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية:
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين ox ، oy:

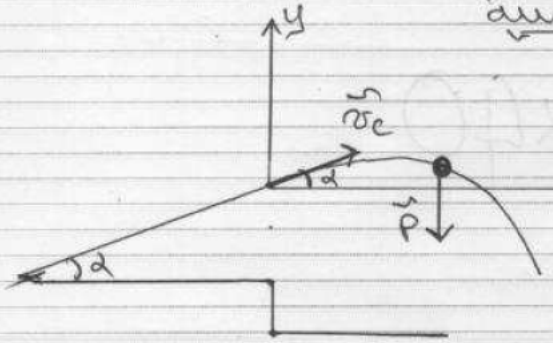
$$F - P\sin\alpha - f = ma$$

$$F - mg\sin\alpha - f = ma$$

$$F = ma + mg\sin\alpha + f$$

$$F = m(a + g\sin\alpha) + f$$

$$F = 170\left(2 + (10 \cdot \sin 10)\right) + 500 = 113,52$$



3- P- دراسة الحركة والمعادلات الزمنية

- الجملة المدروسة (درّاج + دراجته)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق ox ، oy :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -P = ma_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = ma_x \\ -mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

- مسقط الحركة على المحور ox مستقيمة منتظمة
- مسقط الحركة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام

* تكامل طرفي $\vec{a}(t)$:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \rightarrow c_1 = v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0\sin\alpha \rightarrow c_2 = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

ومنه

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$$

- تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t + c_1' \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t + c_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow c_1' = 0 \\ y=0 \rightarrow c_2' = 0 \end{cases}$$

ومنه :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha}\right) + v_0\sin\alpha\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x$$

بـ امكانية اجتياز الدراج للخندق ؟

نحسب المسافة MP ، فاذا كان MP>d فإن الدراج يجتاز الخندق :

$MP = x_P$

لدينا : $y_P = -CM$

من الشكل : $\sin\alpha = \frac{CM}{BC} \rightarrow CM = BC.\sin\alpha$

$CM = 56,3 \times \sin 10 = 9,8$

$y_P = -9,8\ m$ اذن :

في معادلة المسار نجد :

$$-9,8 = -\frac{10}{2(25)^2\cos^2 10}x_P^2 + \tan 10.x_P$$

$$-9,8 = -8,24.10^{-3}x_P^2 + 0,176.x_P$$

$$8,24\times10^{-3}x_P^2 - 0,176\,x_P - 9,8 = 0$$

$$\Delta = (0,176)^2 - (4)(8,24\times10^{-3})(-9,8)$$

$$\Delta = 0,354 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 0,6$$

$$x_{P_1} = \frac{0,176 - 0,6}{2\times8,24\times10^{-3}} = -25,73\ m \quad (\text{مرفوض})$$

$$x_{P_2} = \frac{0,176 + 0,6}{2\times8,24\times10^{-3}} = 47,1\ m \quad (\text{مقبول})$$

اذن : $MP = 47,1\ m$

نلاحظ : $MP > d$

اذن الدراج يجتاز الخندق