www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 030

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

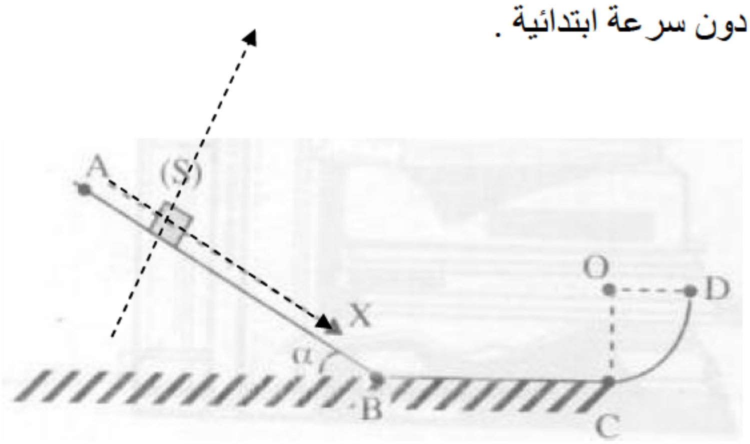
تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (**)

يتحرك جسم صلب (S) نعتبره نقطيا كتلته $m = 10\ kg$ ، انطلاقا من الموضع A مرورا بالمواضع B ، C ، D التي تقع في مستوي شاقولي (الشكل) حيث :

- (AB) مستوي مائل ، يميل عن المستوي الأفقي (BC) بزاوية α .
- (CD) ربع دائرة مركزها O و نصف قطرها $R = 8.75\ m$.

ينطلق (S) من الموضع A دون سرعة ابتدائية .



1- يخضع (S) على طول المسار (AB) إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ ، و عبارة تسارعه من الشكل :

$$a = 0.5\ g - 2 \quad (m.s^{-2})$$

أ- مثل القوى المطبقة على (S) أثناء انتقاله من الموضع A إلى الموضع B .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، عين قيمتي كل من α ، f .

2- تهمل كل المقاومات في المسارين (BC) و (CD) : يصل (S) إلى الموضع D بسرعة $v_D = 15\ m.s^{-1}$.

أ- باعتبار الجملة (الجسم (S) + الأرض) ، مثل الحصيلة الطاقوية بين A و B ثم بين B و C و كذلك بين C و D .

ب- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) بين الموضعين C و D عين قيمتي سرعة مركز عطالة (S) عند الموضع C . نعتبر المستوي الأفقي المار من الموضع C مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

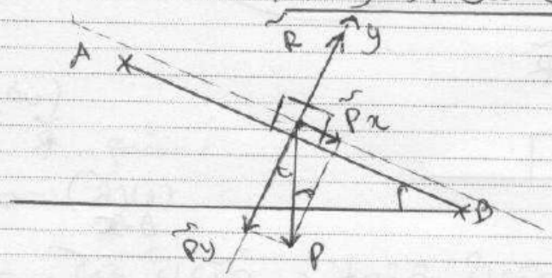
3- يغادر الجسم (S) الموضع D .

أ- ادرس طبيعة حركة (S) بعد مغادرة (S) الموضع D ، و أكتب المعادلتين v(t) ، z(t) ، باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مغادرة الجسم (S) الموضع D .

ب- بعد كم من الزمن يعود (S) إلى للموضع D .

حل التمرين

1-أ- تمثيل القوى من A و B :



ب- قيمتي α و f :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox :

$$P.\sin\alpha - f = ma$$

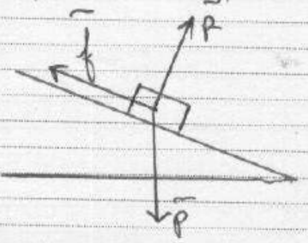
$$mg\sin\alpha - f = ma \rightarrow a = \frac{mg\sin\alpha - f}{m}$$

$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m} - \frac{f}{m} \rightarrow a = \sin\alpha\, g - \frac{f}{m}$$

بالمطابقة مع العلاقة المعطاة :

- $\sin\alpha = 0{,}5 \rightarrow \alpha = 30°$
- $\frac{f}{m} = 2 \longrightarrow f = 2m = 2\times 10 = 20N$

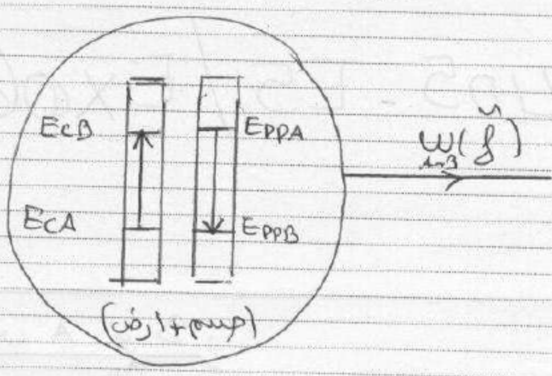
2-أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية :



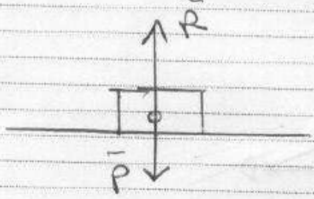
- بين A و B :
- الجملة (جسم + أرض)
- القوى الخارجية : $\vec{R}$ ، $\vec{f}$ حيث :

$W_{A-B}(\vec{R}) = 0$ ، $W_{A-B}(\vec{f}) < 0$

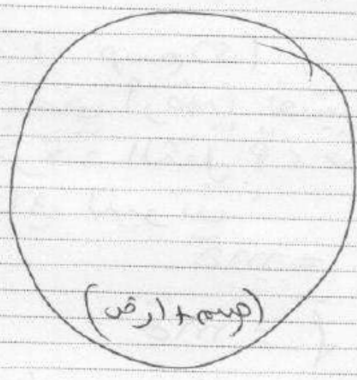
- أشكال الطاقة : حركية متزايدة ، كامنة متناقصة .



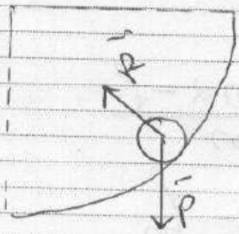
بين B و C :



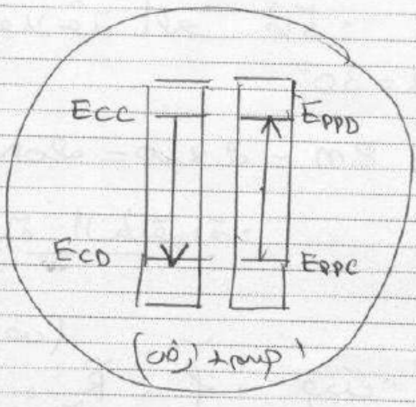
- الجملة (جسم+أرض)
- القوى الخارجية : $\vec{R}$ حيث :
$W_{B\to C}(\vec{R}) = 0$
- أشكال الطاقة : حركية ثابتة ، كامنة ثابتة



بين C و D :



- الجملة (جسم+أرض)
- القوى الخارجية : $\vec{R}$ حيث :
$W_{C\to D}(\vec{R}) = 0$
- أشكال الطاقة : حركية متناقصة ، كامنة متزايدة .



- السرعة عند C :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) بين C و D :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_D$$

بالاعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة بين C و D :

$$E_{cC} + E_{ppC} = E_{cD} + E_{ppD}$$

- $E_{cC} = \frac{1}{2} m v_C^2$
- $E_{ppC} = 0$ (تنتمي إلى المستوى المرجعي)
- $E_{ppD} = mgz_D = mgR$

يصبح :

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_C^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_D^2 + \cancel{m} g R$$

$$v_C^2 = v_D^2 + 2gR \rightarrow v_C = \sqrt{v_D^2 + 2gR}$$

$$v_C = \sqrt{(15)^2 + (2 \times 10 \times 8.75)} = 20\ m/s$$

3-8- دراسة حركة (S) بعد مغادرة D :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} = m\vec{a}_G$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق Oz :

$$-P = ma$$

$$-mg = ma_z \rightarrow a_z = -g$$

g ثابت ومنه a تكون ثابت ، إذن طبيعة حركة مركز عطالة (S) بعد مغادرته (D) مستقيمة متغيرة بانتظام .

- المعادلتين $v(t)$ ، $z(t)$:

لدينا سابقا :

$$a_z = -g$$

- نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$v_z = -gt + C_1$$

- من الشروط الابتدائية

$$t = 0 \rightarrow v = v_D$$

بالتعويض :

$$v_D = -g(0) + C_1 \rightarrow C_1 = v_D$$

يصبح :

$$v_z = -gt + v_D$$

- تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_D t + c$

- من الشروط الابتدائية :

$t = 0 \rightarrow z = 0 \longrightarrow c = 0$

تصبح :

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_D t$$

ب- لحظة رجوع (S) إلى D :

عند D يكون $z_D = 0$ ، بالتعويض في المعادلة $z(t)$:

$0 = -\frac{1}{2} g t_D^2 + v_D t_D$

$\frac{1}{2} g t_D^{\cancel{2}} = v_D \cancel{t_D} \rightarrow t_D = \frac{2 v_D}{g}$

$t_D = \frac{2 \times 15}{10} = 3s$