www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 029

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (امتحان الثلاثي الثالث - 2011/2010) (**)

- نعتبر أن توزع كتلتي الأرض (T) و القمر الإصطناعي (S) ذو تناظر مركزي كروي .
- ينتقل القمر الإصطناعي في مدار دائري حول الأرض ذات نصف القطر R .

1- أرسم شكلا لمدار القمر في مرجع جيو مركزي و مثل قوة التجاذب التي تؤثر بها الأرض على القمر الإصطناعي .

2- يعطى حقل التجاذب الأرض في نقطة M من الفضاء بالعلاقة : $g = G\dfrac{M}{r^2}$.

حيث : M هي كتلة الأرض ، G : ثابت الجذب العام و المقدر بـ $G = 6.67 \, . \, 10^{-11} \, N.m^2/Kg^2$

r : بعد النقطة M من مركز الأرض .

حدد عبارة g بدلالة g_0 (حقل التجاذب على سطح الأرض) و R نصف قطر الأرض و r .

3- أ- طبق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي في المرجع الجيو مركزي المعتبر غاليليا و عبر عن تسارع مركز عطالة القمر بدلالة g_0 ، R ، r .

ب- لتكن v سرعة القمر على مداره . أعط خصائص شعاع سرعة مركز عطالة القمر الاصطناهي المتحرك بحركة دائرية منتظمة . معبرا عن شدته بدلالة : g_0 ، r ، R .

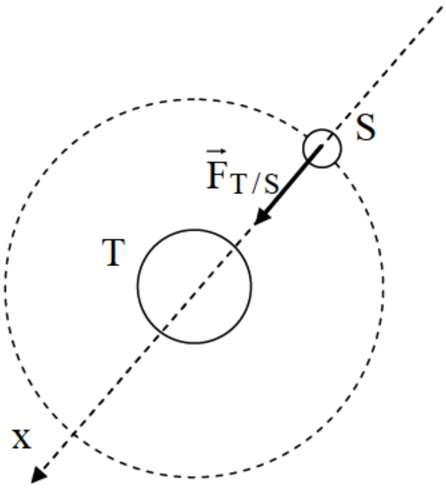
جـ- عبر عن دور حركة القمر الاصطناعي T بدلالة π ، r ، R ، g_0 .

4- عرف منذ القدم أن r = 60 R و أن دور القمر T = 27j , 7h , 43 min . استطاع جان بيكار سنة 1670 بطريقة مثلثية من تحديد قيمة R و المساوية 6370 Km و في سنة 1686 استعمل نيوتن هذه النتيجة من أجل تحديد قيمة g_0 ، عبر عن v بدلالة T ، r ثم أوجد قيمة g_0 المحددة من طرف اسحاق نيوتن .

5- قاس كافنديش سنة 1798 قيمة G بواسطة ميزان الفتل فحصل على $G = 6.670 \, . \, 10^{-11} \, Nm^2/Kg^2$. أحسب كتلة الأرض باستخدام المعطيات : $g_0 = 9.81 \, m/s^2$ ، R = 6370 Km .

حل التمرين

1- رسم المدار و تمثيل القوة :



2- عبارة g بدلالة g_0 :

- في نقطة كيفية M من الفضاء يكون :

$$g = G\frac{M}{r^2} \quad \text{..............................} \; (1)$$

- في نقطة من سطح الأرض أين يكون r = R يمكن كتابة :

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \quad \text{..............................} \; (2)$$

- بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{G\frac{M}{r^2}}{G\frac{M}{R^2}} = \frac{R^2}{r^2} \rightarrow g = g_0\frac{R^2}{r^2}$$

3- أ- عبارة التسارع :

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}_G$$

و بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور ناظمي يشمل مركزي الأرض و القمر الاصطناعي و متجه نحو مركز الأرض يكون :

$$F_{T/S} = m\,a_G$$

$$m\,g = m\,a_G \rightarrow a_G = g = g_0 \frac{R^2}{r^2}$$

ب- خصائص شعاع السرعة :

- الحامل : مماسي للمسار الدائري .

- الجهة : جهة الحركة .

- الشدة :

لدينا سابقا :

$$a_G = g_0 \frac{R^2}{r^2}$$

و كون أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة أين يكون $a_G = \frac{v^2}{r}$ يمكن كتابة :

$$\frac{v^2}{r} = g_0 \frac{R^2}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}}$$

جـ- عبارة T بدلالة π ، r ، R ، g_0 :

لدينا من جهة :

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}} \rightarrow v^2 = \frac{g_0 R^2}{r}$$

ومن جهة ثانية :

$$T = \frac{2\pi\, r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi\, r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2\, r^2}{T^2}$$

ومنه يمكن كتابة :

$$\frac{g_0 R^2}{r} = \frac{4\pi^2\, r^2}{T^2}$$

$$T^2\, g_0\, R^2 = 4\pi^2\, r^3 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2\, r^3}{g_0 R^2}}$$

4- قيمة g_0 :

من عبارة الدور السابقة يكون :

$$T^2 = \frac{4\pi^2\, r^3}{g_0\, R^2} \rightarrow g_0 = \frac{4\pi^2\, r^3}{T^2\, R^2}$$

$$T = (27\,.\,24\,.\,3600) + (7\,.\,3600) + (43\,.\,60) \approx 2.36\,.\,10^6\ s$$

$$g_0 = \frac{4\pi^2\,(60\,.\,6370\,.\,10^3)^3}{(2.36\,.\,10^6)^2\ .\,(6370\,.\,10^3)^2} = 9.74\ m/s^2$$

5- كتلة الأرض :

لدينا مما سبق :

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \rightarrow \quad M = \frac{g_0 R^2}{G}$$

$$M = \frac{9.81\,.(6370\,.10^3)^2}{6.67\,.10^{-11}} \approx 5.97\,.10^{24}\ \text{kg}$$