www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 028

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2014/09/01

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (**)

تسقط حبة برد كروية الشكل، قطرها: $D=3cm$ ، كتلتها: $m=13g$ ، دون سرعة ابتدائية في اللحظة: $t=0$ من نقطة O ترتفع بـــ $1500m$ عن سطح الأرض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي (Oz) .

أولا: نفرض أن حبة البرد تسقط سقوطا حرا.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِدْ المعادلتين الزمنيتين لسرعة وموضع G مركز عطالتها.

2- احسب قيمة السرعة لحظة وصولها إلى سطح الأرض.

ثانيا: في الواقع تخضع حبة البرد بالإضافة لقوة ثقلها $\vec{P}$ إلى قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ وقوة احتكاك $\vec{f}$ المتناسبة طردا مع مربع السرعة، حيث: $f=kv^2$.

1- بالتحليل البُعدي حدّد وحدة المعامل k في النظام الدولي للوحدات.

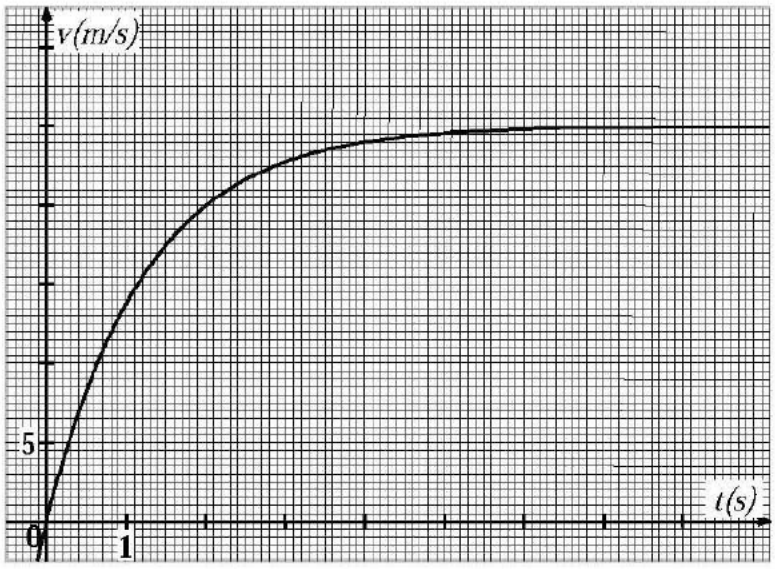
2- اكتب عبارة قوة دافعة أرخميدس، ثمّ احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل. ماذا تستنتج؟

3- بإهمال قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$:

أ- جِدْ المعادلة التفاضلية للحركة، ثمّ بيّن أنه يمكن كتابتها على الشكل: $\frac{dv}{dt}=A-B\cdot v^2$

ب- استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية v_ℓ التي تبلغها حبة البرد.

ج- جِدْ بيانيا قيمة v_ℓ السرعة الحدية، ثمّ استنتج قيمة k .

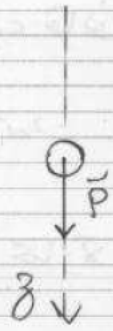


الشكل-4

د- قارن بين السرعتين التي تم حسابهما في السؤالين(أولا-2) و(ثانيا-3-ج). ماذا تستنتج؟

المعطيات: حجم الكرة: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ ، الكتلة الحجمية للهواء: $\rho=1,3\,kg\cdot m^{-3}$ ، $g=9,8m\cdot s^{-2}$.

حل التمرين



أولا :

1- المعادلتين الزمنيتين

- الجملة المدروسة : كرة برد
- مرجع الدراسة : سطح أرض نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية : قوة الثقل $\vec{P}$.
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق (oz) :

$$P = ma$$

$$mg = ma \rightarrow a = g$$

تكامل طرفي و a بالنسبة للزمن :

$$v = gt + c$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow v=0 \rightarrow c=0$$

ومنه :

$$v = gt$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$z = \frac{1}{2}gt^2 + c'$$

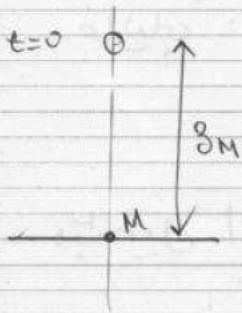
من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow z=0 \rightarrow c'=0$$

ومنه :

$$z = \frac{1}{2}gt^2$$

2- قيمة السرعة لحظة وصول كرة البرد إلى الأرض :



لدينا : $z_M = 1500\ m$

- من المعادلة $z(t)$

$$z_M = \frac{1}{2}gt_M^2 \rightarrow t_M = \sqrt{\frac{2z_M}{g}}$$

$$t_M = \sqrt{\frac{2 \times 1500}{9,8}} = 17,50\ s$$

من العلاقة $v(t)$:

$v_M = g t_M$

$v_M = 9,8 \times 17,50 = 171,5 \, m/s$

ثانيا :

1- وحدة K بالتحليل البعدي :

$f = K v^2 \rightarrow K = \frac{f}{v^2}$

$[K] = \frac{[F]}{[v]^2}$

حسب قانون نيوتن يمكن كتابة :

$F = ma \rightarrow [F] = [m][a]$

$[K] = \frac{[m][a]}{[v]^2} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} \rightarrow [K] = kg/m$ ومنه

2- عبارة قوة دافعة ارخميدس :

$\pi = \rho V g = \rho \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) g$

$\pi = \frac{4}{3}\rho\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 . g = \frac{4}{3}\rho\pi . \frac{D^3}{8} g$

$\pi = \frac{\rho\pi . D^3 . g}{6}$

$\pi = \frac{1,3 \times 3,14 (0,03)^3 \times 9,8}{6} = 1,8 \times 10^{-4} \, N$

* مقارنة دافعة ارخميدس بقوة الثقل :

$P = mg = 13 . 10^{-3} \times 9,8 = 0,1274 \, N$

$\frac{P}{\pi} = \frac{0,1274}{1,8 \times 10^{-4}} = 708 \rightarrow P = 708 \pi$

نلاحظ أن $P >> \pi$ ومنه يمكن إهمال دافعة ارخميدس أمام قوة الثقل.

3- P- المعادلة التفاضلية :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (حبة برد) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oz) :

$P - f = ma$

$$mg - Kv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} = mg - Kv^2$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{K}{m}v^2$$

هي من الشكل :

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$$

حيث : $A = g$ ، $B = \frac{K}{m}$

ب- عبارة السرعة الحدية :

في النظام الدائم أين يكون $v = v_e$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ يمكن كتابة اعتمادا على المعادلة التفاضلية :

$$g - \frac{K}{m}v_e^2 = 0 \rightarrow g = \frac{K}{m}v_e^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{mg}{K}}$$

ج- قيمة v_e بيانيا :

من البيان وعند النظام الدائم يكون :

$$v_e = 9 \times 5 = 25 \ m/s$$

* قيمة K : مما سبق

$$v_e^2 = \frac{mg}{K} \rightarrow K = \frac{mg}{v_e^2}$$

$$K = \frac{13 \times 10^{-3} \times 9,8}{(25)^2} = 2 \times 10^{-4} \ kg/m.$$