www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 027

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

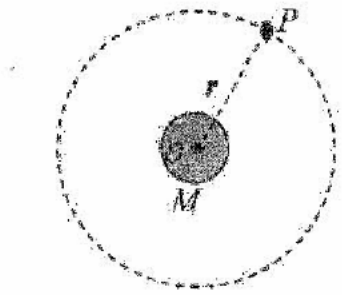
نص التمرين : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (**)

يتصور العلماء في الرحلات المستقبلية نحو كوكب المريخ M وضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب ، مثلا على القمر فوبوس Phobos (P) .

المعطيات : - ثابت التجاذب الكوني : $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$.

- المسافة بين المريخ M و القمر P : $r = 9.38 \cdot 10^3\ km$.
- كتلة المريخ : $m_M = 6.44 \cdot 10^{23}\ kg$ و كتلة Phobos : m_P .
- دور حركة دوران المريخ M حول نفسه : $T_M = 24\ h\ 37\ min\ 22\ s$.

نفرض أن هذه الأجسام كروية الشكل و كتلتها موزعة بانتظام على حجومها و أن حركة هذا القمر دائرية و تنسب إلى مرجع غاليلي مبدؤه O مركز كوكب المريخ (الشكل-3) .



الشكل -3

1- مثل على (الشكل-3) القوة التي يطبقها الكوكب M على القمر فوبوس P .

2- أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة .

ب- استنتج عبارة سرعة دوران القمر P حول المريخ .

3- جد عبارة دور حركة القمر T_P حول المريخ بدلالة المقادير r ، G ، m_M .

4- اذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة :

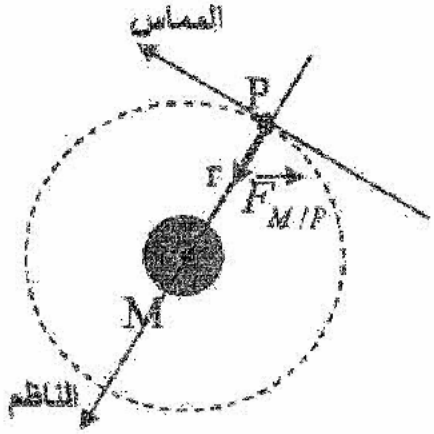
$$\frac{T_P^2}{r^3} = 9.21.10^{-13}\ s^2.m^{-3}$$ ، ثم استنتج قيمة T_P

5- أين يجب وضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ ؟ ما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ .

حل التمرين

1- تمثيل القوة التي يطبقها الكوكب M على القمر P :

- اثبات أن حركة مركز عطالة القمر هي دائرية منتظمة :



- الجملة المدروسة : قمر (P) .
- مرجع الدراسة : مركز كوكب المريخ نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : $\vec{F}_{M/P}$ قوة جذب الكوكب للقمر P .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_P \vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{M/P} = m_P \vec{a}_G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور المماسي :

$$0 = m_P a_t$$

$$0 = m_P \frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow v = C^{te}$$

بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة تكون طبيعة حركة مركز عطالة القمر P حول المريخ دائرية منتظمة .

ب- سرعة دوران القمر P حول موكب المريخ :

بتحليل العلاقة الشعاعية (1) التي تحصلنا عليها سابقا بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المحور الناظمي :

$$F = m_P a_n$$

$$G\frac{m_P m_M}{r^2} = m_P \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G m_M}{r}}$$

3- عبارة الدور T_P بدلالة r ، G ، m_M :

لدينا :

- $T_P = \dfrac{2\pi r}{v} \rightarrow v^2 = \dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

و مما سبق :

- $v = \sqrt{\dfrac{G\,m_M}{r}} \rightarrow v^2 = \dfrac{G\,m_M}{r}$

إذن :

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G\,m_M}{r}$$

$$T^2.G.m_M = 4\pi^2\,r^3 \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,r^3}{G\,m_M}}$$

4- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " إن مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع البعد المتوسط للكوكب عن الشمس "

- إثبات أن : $\dfrac{T_P^2}{r^3} = 9.21.10^{-13}$:

مما سبق لدينا :

$$T_P^{\,2}.G.m_M = 4\pi^2\,r^3 \quad \rightarrow \quad \frac{T_P^{\,2}}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_M}$$

$$\frac{T_P^{\,2}}{r^3} = \frac{4\pi^2}{6.67.10^{-11}.6.44.10^{23}} \approx 9.21.10^{-13}$$

- قيمة T_P :

$$\frac{T_P^{\,2}}{r^3} = 9.21.10^{-13} \rightarrow \quad T_P = \sqrt{9.21.10^{-13}\,r^3}$$

$$T_P = \sqrt{9.21.10^{-13}.(9.38.10^6)^3} = 2.76.10^4\ s = 7.66\ h = 7\ h\ ,39\ min$$

5- موضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ :

لكي يكون قمر اصطناعي (S) ثابتا بالنسبة لمحطة في المريخ يجب أن يتواجد مركز المريخ في مستوي المسار الذي يكون عمودي على محور دوران المريخ و يكون القمر الاصطناعي في المستوي الاستوائي للمريخ .

- قيمة الدور T_S :

$$T_S = T_M = 24\ h\ ,37\ mi\ ,22\ s$$