www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 026

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (**)

يدور كوكب القمر حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه هو مركز الأرض ، و نصف قطره $r = 384 . 10^3 \text{ km}$ و دوره $T_L = 25.5 \text{ jour}$.

1- أ- ما هو المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر ؟

ب- احسب قيمة السرعة v لحركة مركز عطالة القمر .

2- المركبة الفضائية أبولو (Apollo) التي حملت رواد الفضاء إلى سطح القمر سنة 1968 ، حلقت في مدار دائري حول القمر على ارتفاع ثابت $h_A = 110 \text{ km}$.

أ- ذكر بنص القانون الثالث لكبلر .

ب- اوجد عبارة دور المركبة T_A بدلالة h_A و نصف قطر القمر R_L و كتلته M_L ، و ثابت الجذب العام G . احسب قيمته العددية .

3- استنتج مما تقدم نصف القطر r_S للمدار الجيومستقر لقمر اصطناعي أرضي .

المعطيات : $G = 6.67 . 10^{-11} \text{ N.m}^2\text{.kg}^{-2}$ ، كتلة القمر : $M_L = 7.34 . 10^{22} \text{ kg}$ ،

نصف قطر القمر : $R_L = 1.74 . 10^3 \text{ km}$ ، النسبة $\frac{M_T}{M_L} = 81.3$ حيث M_T كتلة الأرض .

4- يوجد تشابه واضح بين النظامين الكوكبي و الذري ، إلا أنه لا يمكن تطبيق قوانين نيوتن على النظام الذري . بين محدودية قوانين نيوتن .

حل التمرين

1- أ- المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر هو المرجع الجيومركزي (المركزي الأرضي) .

ب- سرعة مركز عطالة القمر :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

- $T = 25.5 \cdot 24 \cdot 3600 = 2.2032\ 10^6\ s$
- $v = \frac{2\pi . 384.10^6}{2.2032.10^6} = 1.10.10^3\ m/s$

2- أ- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن مركز الشمس "

ب- عبارة الدور T_A بدلالة h_A ، R_L ، M_L ، G :

مما سبق يمكن كتابة :

$$T = \frac{2\pi (R_L + h_A)}{v} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 (R_L + h_A)^2}{T^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

من جهة أخرى و بتطبيق القانون الثاني على الجملة قمر الخاضع إلى تأثير قوة الجذب العام في مرجع مركزي أرضي نعتبره غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/A} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي :

$$F_{T/A} = m\, a_n$$

$$G\frac{M_L.m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM_L}{(R_L + h_A)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

من العلاقتين (1) ، (2) :

$$\frac{G.M_L}{(R_L + h_A)} = \frac{4\pi^2 (R_L + h_A)^2}{T^2}$$

$$T^2.G.M_L = 4\pi^2 (R_L + h_A)^3 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_L + h_A)^3}{G.M_L}}$$

- قيمة الدور :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (1.74.10^6 + 110.10^3)^3}{6.67.10^{-11}.7.34.10^{22}}} = 7141.77\ s = 1.98\ h$$

3- نصف القطر r_S لمدار قمر اصطناعي جيومستقر :

القمر الاصطناعي الجيومستقر هو قمر اصطناعي دوره مساوي لدور الأرض أي :

$$T_S = T_T = 24\ h = 24\ .\ 3600 = 86400\ s$$

و بالاعتماد على العلاقة السابقة للدور يمكن كتابة :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\ r_S^3}{G.M_T}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2\ r_S^3}{G.M_T} \rightarrow r^3 = \frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}$$

و حيث أن : $\frac{M_T}{M_L} = 81.3$ يكون : $M_T = 81.3\ M_L$ و منه يصبح :

$$r^3 = \frac{T^2\ .\ G\ .\ 8.31 M_L}{4\pi^2} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2\ .\ G\ .\ 8.31 M_L}{4\pi^2}}$$

$$r^3 = \sqrt[3]{\frac{(86400)^2\ .\ 6.67\ .10^{-11}\ .\ 81.3\ .\ 7.34\ .10^{22}}{4\pi^2}} = 4.22\ .10^7\ m = 4.22\ .10^4\ km$$