www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

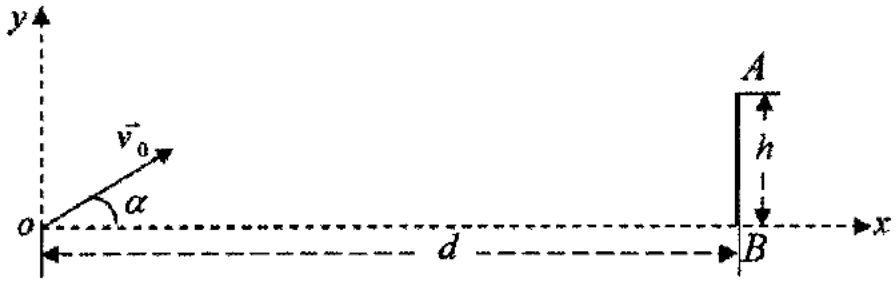
3AS U05 - Exercice 023

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – علوم تجريبية) (**)

تؤخذ $g = 10\ m.s^{-2}$ ، مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس مهملتان .
لتنفيذ مخالفة خلال مباراة في كرة القدم ، وضع اللاعب الكرة في النقطة O مكان وقوع الخطأ (نعتبر الكرة نقطية) على بعد $d = 25\ m$ من خط المرمى ، حيث ارتفاع العارضة الأفقية $h = AB = 2.44\ m$.
يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ يصنع حاملها مع الأفق زاوية $\alpha = 30°$ (الشكل-3) .

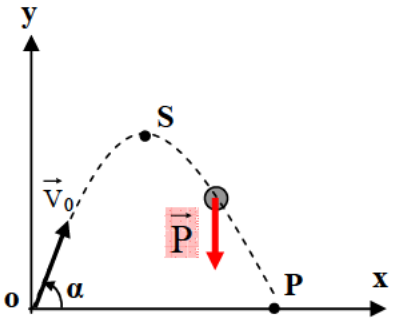


الشكل-3

1/ أدرس طبيعة حركة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{oy})$ بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة القذف ، استنتج معادلة المسار $y = f(x)$
2/ كم يجب أن تكون قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية (النقطة A) ؟ ما هي المدة الزمنية المستغرقة ؟ و ما هي قيمة سرعتها عند (النقطة A) ؟
3/ كم يجب أن تكون قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا لخط المرمى (النقطة B) ؟

حل التمرين

1- طبيعة الحركة :



- الجملة المدروسة : كرة.
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x = m\,a_x \\ P_y = m\,a_y \end{cases}$$
$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_y \end{cases}$$
$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_y \end{cases}$$
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

● معادلة المسار :

لدينا سابقا :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0\cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0\cos\alpha \\ v_0\sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -g\,t + v_0\sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2}g\,t^2 + v_0\sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0\cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ 0 = -\frac{1}{2}g\,(0)^2 + v_0\sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2}g\,t^2 + v_0\sin\alpha\, t \end{cases}$$

- من المعادلة $x = f(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}g\,(\frac{x}{v_0\cos\alpha})^2 + v_0\sin\alpha\,(\frac{x}{v_0\cos\alpha})$$

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2\cos\alpha^2}x^2 + \tan\alpha\, x$$

2- قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية :

أي حتى يمر من النقطة A و في هذه النقطة لدينا : $x_A = d = 25\ m$ ، $y_A = h = 2.44\ m$ ، بالتعويض في معادلة المسار :

$$2.44 = -\frac{10}{2\,v_0^2(\cos 30°)^2}(25)^2 + (\tan 30 . 25)$$

$$2.44 = -\frac{4166.7}{v_0^2} + 14.43$$

$$\frac{4166.7}{v_0^2} = 14.43 - 2.44$$

$$\frac{4166.7}{v_0^2} = 12 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4166.7}{12}} = 18.6\ m/s$$

- المدة الزمنية اللازمة :

لدينا $x_A = 25\ m$ بالتعويض في المعادلة x(t) :

$$25 = 18.6 \cos 30\ t_A \rightarrow t_A = \frac{25}{18.6 \cos 30} = 1.55\ s$$

- السرعة عند A :

لدينا $t_A = 1.55\ s$ بالتعويض في $\vec{v}(t)$:

$$\vec{v}_A \begin{cases} v_{xA} = 18.6 \cos 30 = 16.1\ m/s \\ v_y = -(10 . 1.55) + (18.6 . \sin 30) = -6.2\ m/s \end{cases}$$

$$v_A = \sqrt{(16.1)^2 + (-6.2)^2} = 17.25\ m/s$$

3- قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا لخط المرمى :

أي حتى تمر الكرة من النقطة B و في هذه النقطة لدينا : $x_A = d = 25\ m$ ، $y_A = 0$. بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$0 = -\frac{10}{2\,v_0^2(\cos 30°)^2}(25)^2 + (\tan 30 . 25)$$

$$\frac{4166.7}{v_0^2} = 14.43 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4166.7}{14.43}} = 17\ m/s$$