

تمارين مقتصرة

3AS U05 - Exercice 022

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكا .

تاریخ آخر تحدیث : 2015/04/20

نص التمرين: (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (**)

هذا النص مأخوذ من مذكرات العالم هوينجز سنة 1690 .. في البداية كنت أصن أن قوة الاحتكاك في الماء (غاز أو سائل) تتناسب طرداً مع السرعة ، ولكن التجارب التي حققتها في باريس ، بينت لي أن قوة الاحتكاك ، يمكن أيضاً أن تتناسب طرداً مع مربع السرعة . وهذا يعني أنه إذا تحرك متراً بسرعة ضعف ما كان عليه ، يصطدم بكمية مادة من الماء تساوي مرتين ولها سرعة ضعف ما كانت لها "

- ١- يشير النص إلى فرضيتي هو يغනز حول قوة الاحتكاك في الموضع ، يعبر عنهم رياضيا بالعلاقة :

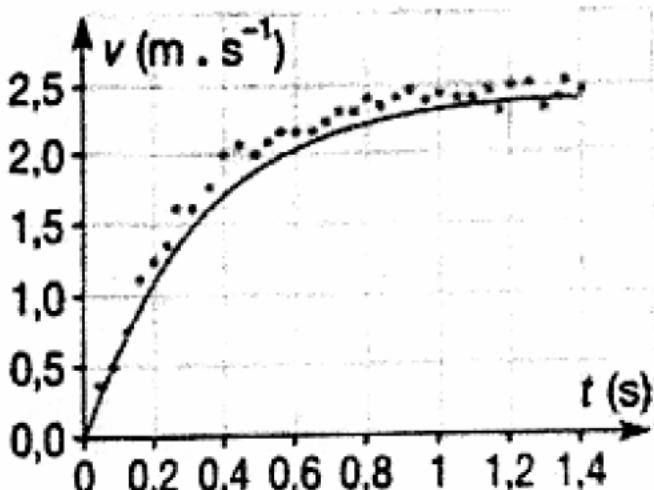
$$f = k v \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$f = k' v^2 \dots \quad (2)$$

حيث : f : قوة الاحتكاك ، v : سرعة مركز عطالة المتحرك ، k ، k' ثباتان موجبان .
أرفق بكل علاقة التعبير المناسب من النص عن كل فرضية .

٣٢

- 2- للتأكد من صحة الفرضيتين ، تم تسجيل حركة باللونة سقط في الهواء ، سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة باللونة ، في لحظات زمنية معينة (الشكل-1) .



الشكل - ١

- أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، و اعتماد الفرضية المعتبر عنها بالعلاقة ($f = k v$) ، أكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلاله :

 - (p_0) الكتلة الحجمية للهواء .
 - (ρ) الكتلة الحجمية للبالونة .
 - (m) كتلة البالونة .
 - (g) تسارع الجاذبية الأرضية .
 - (k) ثابت التناسب .

- ب) بين أن المعادلة التفاضلية يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + Bv = A$ حيث A و B ثابتان .
- ج) اعتماداً على البيان (الشكل-1) . ناقش تطور السرعة (v) و استنتاج قيمتها الحدية (v_m) . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة خلال هذا التطور ؟
- د) أحسب قيمي A و B .
- (3) رسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق قيمي A و B (المنحنى الممثل بالخط المستمر في الشكل-1) . ناقش صحة الفرضية الأولى .
- يعطى : $\rho = 4.1 \text{ kg.m}^{-3}$ ، $\rho_0 = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$ ، $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$

حل التمرين

- ### 1- التعبير المناسب لكل عبارة :

• العلاقة $v = f$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طردياً مع السرعة " .

• العلاقة $v^2 = f$ توافق النص : "قوة الاحتكاك تتناسب طردياً مع مربع السرعة"

٢- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدرسية : بالونة .

- مرجع الدراسة : سطحى أرضى نعتبره غايلى .

- القوى الخارجية المؤثرة : نقل البالونة \bar{P} ، قوة الاحتكاك \bar{f} ، دافعة أرخميدس $\bar{\Pi}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \vec{a}_G$$

تحليل العلاقة الشعاعية وفق محور (OZ) شاقولي و متوجه نحو الأسفل نجد :

$$P - f - \Pi = m \ a_G$$

$$m g - k v + \rho_0 V g = m \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} + k v = m g - \rho_0 V g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = \frac{\rho V g - \rho_0 V g}{cV}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = \frac{gV(\rho - \rho_0)}{\rho V}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

بــ المعادلة التفاضلية السابقة هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} + B v = A$ حيث :

$$B = \frac{k}{m} \quad , \quad A = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right)$$

جـ- مناقشة تطور السرعة :

- في اللحظة $t = 0$ تكون السرعة معدومة و بعدها تتطور السرعة تدريجياً إلى أن تبلغ قيمة حدية $v_m = 2.5 \text{ m/s}$.

- بالنسبة لحركة مركز عطالة البالونة يمكن تمييز ثلاثة مراحل :

المراحل الأولى ($t = 0 \rightarrow t = 0.2 \text{ s}$) :

في هذه المراحل البيان ($f(t) = v$) يكون تقريباً عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$v = \alpha t \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \alpha = \text{ثابت} \quad ()$$

هذا يعني أن حركة البالونة في هذه المراحل مستقيمة متغيرة متسارعة بانتظام.

المراحل الثانية ($t = 0.2 \text{ s} \rightarrow t = 1.2 \text{ s}$) :

في هذه المراحل يكون البيان ($f(t) = v$) عبارة عن خط منحني ويمكن القول أن حركة البالونة في هذه المراحل متسارعة من دون انتظام.

المراحل الثالثة ($t > 1.2 \text{ s}$) :

في هذه المراحل تبلغ البالونة سرعة حدية ثابتة ونقول أن حركة البالونة في هذه المراحل مستقيمة منتظمة.

د- قيمتي A و B :

$$A = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 9.81 \left(1 - \frac{1.3}{4.1}\right) \approx 6.70$$

لدينا :

$$\frac{dv}{dt} + Bv = A$$

في النظام الدائم يكون : $v = v_m$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ و منه يصبح لدينا :

$$0 + Bv_m = A \rightarrow B = \frac{A}{v_m} = \frac{6.70}{2.5} = 2.68$$

3- مناقشة صحة الفرضية :

نلاحظ أن البيان المرسوم من أجل الفرضية الأولى (سحابة النقط) يكون منطبق مع البيان الحقيقي إلا من أجل القيم الصغيرة للسرعة ($v < 1 \text{ m/s}$) ، مما يدل على أن الفرضية الأولى صحيحة في هذا المجال من السرعة ، وبعدها تختل الفرضية إذ أن البيانات لا ينطبقان في هذا المجال الذي يكون فيه $v > 1 \text{ m/s}$.